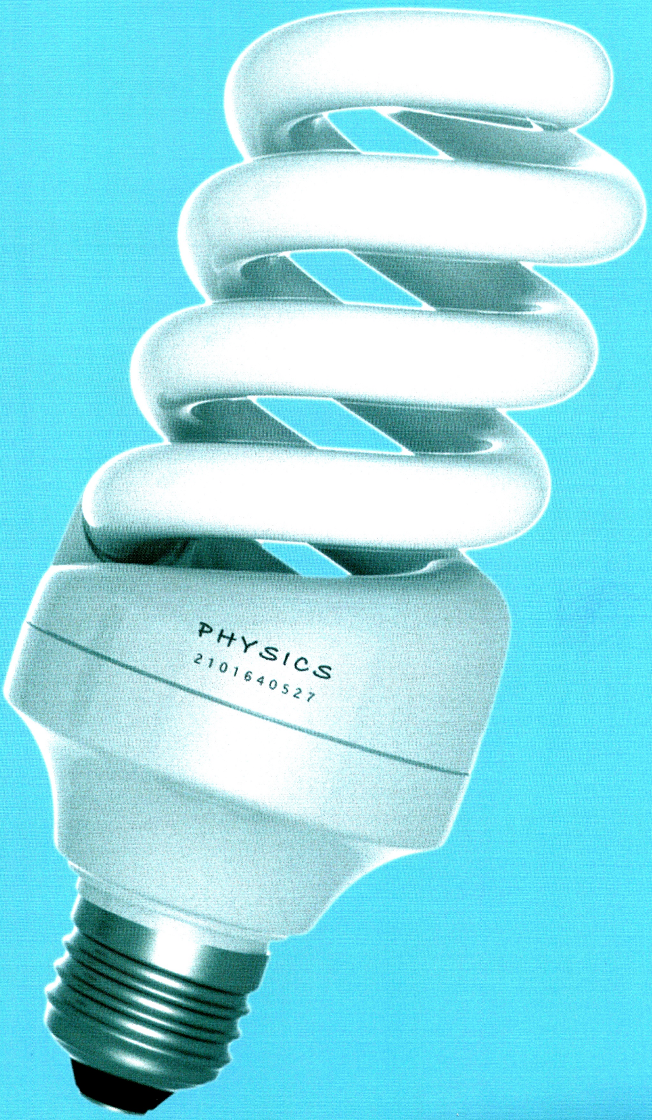
小猿书社

# 小猿手册

XIAO YUAN SHOU CE

## 速记高中物理知识

宁鹏程 / 编著




高中物理

沈阳出版发行集团
沈阳出版社

# 目 录


一　描述直线运动的基本概念 …… 1
二　匀变速直线运动的规律及应用 …… 4
三　运动图象　追及、相遇问题 …… 9
四　重力、弹力 …… 13
五　摩擦力 …… 16
六　力的合成与分解 …… 17
七　共点力的平衡及其应用 …… 21
八　牛顿运动定律的理解 …… 23
九　牛顿第二定律的应用(1) …… 26
十　牛顿第二定律的应用(2) …… 27
十一　动力学中的典型“模型” …… 30
十二　运动的合成与分解 …… 33
十三　抛体运动 …… 35
十四　圆周运动 …… 38
十五　万有引力与天体运动 人造卫星 宇宙速度 …… 42
十六　功　功率 …… 48
十七　动能　动能定理 …… 51
十八　机械能守恒定律及其应用　能量守恒定律 …… 53
十九　动量　动量定理 …… 60
二十　动量守恒定律及其应用 …… 63
二十一　力学实验 …… 67
二十二　力学观点综合应用 …… 87
二十三　电场的力的性质 …… 90

二十四　电场的能的性质 …………………………………… 94
二十五　电容器、带电粒子在电场中的运动 ………………… 97
二十六　带电粒子在电场中运动的综合问题 ……………… 101
二十七　电流　电阻　电功　电功率 ……………………… 107
二十八　电动势　闭合电路的欧姆定律 …………………… 112
二十九　电学实验专题 …………………………………… 118
三十　磁场的描述　磁场对电流的作用 …………………… 142
三十一　磁场对运动电荷的作用 ………………………… 146
三十二　带电粒子在组合场中的运动 ……………………… 152
三十三　带电粒子在叠加场中的运动 ……………………… 156
三十四　电磁感应现象、楞次定律 ………………………… 160
三十五　法拉第电磁感应定律、自感和涡流 ……………… 165
三十六　电磁感应中的电路和图象问题 …………………… 169
三十七　涉及电磁感应的力电综合问题 …………………… 175
三十八　交变电流的产生及描述 ………………………… 179
三十九　变压器　远距离输电 …………………………… 183
四十　近代物理初步 ……………………………………… 187
四十一　分子动理论　内能　用油膜法估测分子的大小 …… 195
四十二　固体、液体、气体的性质　热力学定律 ………… 200
四十三　气体实验定律的应用 …………………………… 205
四十四　机械振动　用单摆测定重力加速度 ……………… 208
四十五　机械波 ………………………………………… 214
四十六　光的折射、全反射 ……………………………… 219
四十七　光的波动性　电磁波　相对论 …………………… 227

# 一　描述直线运动的基本概念

## 一、质点和参考系

1. 质点

(1)用来代替物体的有质量的点叫做质点.

(2)研究一个物体的运动时,如果物体的形状和大小对所研究问题的影响可以忽略,就可以看做质点.

(3)质点是一种理想化模型,实际并不存在.

2. 参考系

(1)参考系可以是运动的物体,也可以是静止的物体,但被选为参考系的物体,我们都假定它是静止的.

(2)比较两物体的运动情况时,必须选同一参考系.

(3)选取不同的物体作为参考系,对同一物体运动的描述可能不同,通常以地面为参考系.

## 二、位移和速度

1. 位移和路程

(1)定义:位移表示质点位置的变化,它是质点由初位置指向末位置的有向线段;路程等于质点运动轨迹的长度.

(2)区别:位移是矢量,方向由初位置指向末位置;路程是标量,没有方向.

(3)联系:在单向直线运动中,位移的大小等于路程;其他情况下,位移的大小小于路程.

2. 速度与速率

(1)平均速度和瞬时速度

| | 平均速度 | 瞬时速度 |
|---|---|---|
| 物理意义 | 粗略描述某段时间内(或某段位移上)物体运动的平均快慢程度 | 精确描述某一时刻(或某一位置)物体运动的快慢程度 |
| 大小 | 位移与所用时间之比 | 当时间间隔非常小时,平均速度等于瞬时速度 |
| 方向 | 与位移的方向相同 | 沿轨迹上该点的切线且指向前进的方向 |

(2)速率:物体运动的瞬时速度的大小.

## 三、速度和加速度

1. 速度变化量

(1)物理意义:描述物体速度改变的物理量,是过程量.

(2)定义式:$\Delta v=v-v_0$.

(3)决定因素:$\Delta v$ 由 $v$ 与 $v_0$ 进行矢量运算得到,由 $\Delta v=at$ 知 $\Delta v$ 由 $a$ 与 $\Delta t$ 决定.

(4)方向:由 $a$ 的方向决定.

2. 加速度

(1)物理意义:描述物体速度变化快慢的物理量,是状态量.

(2)定义式:$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v-v_0}{t}$.

(3)决定因素:由$\frac{F_{合}}{m}$来决定.

(4)方向:与 $\Delta v$ 的方向一致,由合外力的方向决定,而与 $v_0$、$v$ 的方向无关.

(5)加速度就是速度的变化率.

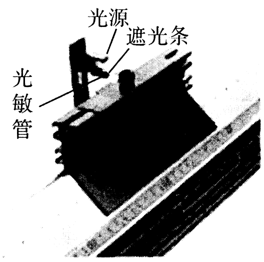
**例 1**:如图所示,气垫导轨上滑块经过光电门时,其上的遮光条将光遮住,电子计时器可自动记录遮光时间 $\Delta t$. 测得遮光条的宽度为 $\Delta x$,用 $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ 近似代表滑块通过光电门时的瞬时速度. 为使 $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ 更接近瞬时速度,正确的措施是 ( )

A. 换用宽度更窄的遮光条

B. 提高测量遮光条宽度的精确度

C. 使滑块的释放点更靠近光电门

D. 增大气垫导轨与水平面的夹角




**答案**:A

**解析**:$\frac{\Delta x}{\Delta t}$ 表示的是 $\Delta t$ 时间内的平均速度,遮光条的宽度 $\Delta x$ 越窄,则记录的遮光时间 $\Delta t$ 越小,$\frac{\Delta x}{\Delta t}$ 越接近滑块通过光电门时的瞬时速度,选项 A 正确.

**例 2**:关于质点在某段时间内的位移和路程,下列说法正确的是( )

A. 位移为零,该质点一定是静止的

B. 路程为零,该质点一定是静止的

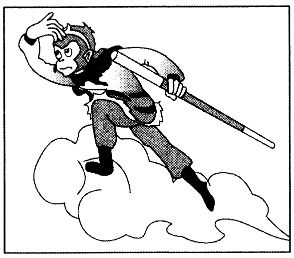
C. 沿直线运动的质点,位移大小一定等于其路程

D. 沿曲线运动的质点,位移大小可能大于其路程

**答案**:B

**解析**:质点做圆周运动一周的位移为零,显然质点是运动的,选项 A 错误;质点只要运动,路程就不会为零,选项 B 正确;若质点做往返直线运动,则位移的大小小于路程,选项 C 错误;除了单向直线运动外,在其他的运动中位移大小都小于路程,选项 D 错误.

**例 3**:《西游记》中,常常有孙悟空"腾云驾雾"的镜头,即使在科技日新月异的今天通常也采用"背景拍摄法":让"孙悟空"站在平台上,做着飞行的动作,在他的背后展现出蓝天和急速飘动的白云,同时加上烟雾效果;摄影师把人物动作和飘动的白云及下面的烟雾等一起摄入镜头. 放映时,观众就感觉到"孙悟空"在"腾云驾雾". 这时,观众所选的参考系是 ( )



A. 孙悟空

B. 平台

C. 飘动的白云

D. 镜头

**答案**:C

**解析**:"背景拍摄法"实际是利用了相对运动的原理,拍摄时"孙悟空"整体不动,而"白云"移动,放映时,观众以"白云"为参考系,认为其"静止",就会感觉到"孙悟空"在"腾云驾雾". 故 C 正确.

**例 4**:做单向直线运动的物体,关于其运动状态下列情况可能的是 ( )

A. 物体的速率在增大,而位移在减小

B. 物体的加速度大小不变,速率也不变

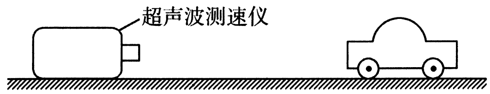
C. 物体的速度为零时加速度达到最大

D. 物体的加速度和速度方向相同,当加速度减小时,速度也随之减小

**答案**:C

**解析**:物体做单向直线运动,故当物体速率增加时,物体的位移增加,不会减小,选项 A 错误;物体做单向直线运动,加速度是反映物体速度变化快慢的物理量,此时若存在加速度,则加速度只能改变物体速度大小,不能改变速度方向,选项 B 错误;物体做单向直线运动,当物体做加速度增加的减速直线运动时,当物体速度为零时,加速度达到最大值,选项 C 正确;物体的加速度方向与速度方向相同时,物体做加速运动,当加速度减小时,物体的速度仍在增加,只是增加得慢,选项 D 错误.

**例 5**:如图所示,一固定的超声波测速仪每隔 1 s 向小汽车发出一个超声波脉冲信号,已知第一个超声波信号在 $t_0=0$ 时刻发出,遇到小汽车后返回,在 $t_1=1$ s时刻超声波测速仪接收到反射波信号,同时发出第二个超声波信号,在 $t_2=1.9$ s 时刻接收到第二个反射波信号．若超声波信号在空气中的传播速度为 $3.4\times10^2$ m/s,小汽车在这段时间的运动视为匀速运动,根据上述条件可知　(　　)




A. 小汽车向超声波测速仪运动,速度为 17.9 m/s

B. 小汽车向超声波测速仪运动,速度为 17 m/s

C. 小汽车背离超声波测速仪运动,速度为 17.9 m/s

D. 小汽车背离超声波测速仪运动,速度为 17 m/s

**答案**:A

**解析**:第一个超声波信号到达小汽车处时传播的位移 $x_1=\frac{v_{超}t_1}{2}=170$ m,第二个超声波信号到达小汽车处时传播的位移 $x_2=\frac{v_{超}(t_2-t_1)}{2}=153$ m,小汽车前进的距离 $x=170$ m$-153$ m$=17$ m,说明小汽车向着超声波测速仪前进,经过的时间 $t=T-\frac{t_1}{2}+(\frac{t_2}{2}-\frac{t_1}{2})=0.95$ s,小汽车的速度 $v=\frac{x}{t}\approx17.9$ m/s,选项 A 正确.

另解:不妨假设小汽车背离超声波测速仪运动,第一个超声波信号在 $t_0=0$ 时刻发出时,测速仪和小汽车的距离为 $L$,则 $\frac{v_{超}t_1}{2}=L+\frac{v_{车}t_1}{2}$(其中 $t_1=1$ s)

发射第一个超声波信号和第二个超声波信号的时间间隔为 $T$,

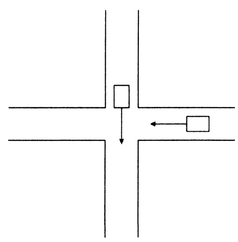
第二个超声波信号发出时,测速仪和小汽车的距离为 $L+v_{车}T$,

则 $\frac{v_{超}t'_2}{2}=L+v_{车}T+\frac{v_{车}t'_2}{2}$(其中 $T=t_1=1$ s,$t'_2=t_2-t_1=0.9$ s)

解得 $v_{车}=\frac{v_{超}(t'_2-t_1)}{2T+t'_2-t_1}=-17.9$ m/s,因此小汽车向超声波测速仪运动,速度为 17.9 m/s,选项 A 正确.

**例 6**:如图所示,两条公路互相垂直,在南北方向的公路上,汽车甲以 8 m/s 的速度从北向南匀速行驶;在东西方向的公路上,汽车乙以 6 m/s 的速度,从东向西匀速行驶．当甲行至交叉路口时,乙行至路口以东 100 m 处．问此后何时两车间距离最近？这个距离是多少？

**答案**:6 s　80 m



**解析**:设此后经过时间 $t$ 两车间距离最近,最近距离为 $y$,根据几何关系可得:

$y=\sqrt{(L-v_{乙}t)^2+(v_{甲}t)^2}$

进一步可得:$y^2=(8t)^2+(100-6t)^2$

$=100t^2-1200t+10000$

$=100(t^2-12t+100)$

$=100(t^2-12t+36-36+100)$

$=100(t-6)^2+6400$

当 $t=6$ s 时 $y^2$ 有最小值 6400,$y$ 有最小值 80 m.

# 二　匀变速直线运动的规律及应用

1. 匀变速直线运动及三个基本公式

| 定义 | 物体在一条直线上且加速度不变的运动 |
| --- | --- |
| 分类 | (1)匀加速直线运动:$a$ 与 $v$ 同向<br>(2)匀减速直线运动:$a$ 与 $v$ 反向 |
| 规律 | (1)速度公式:$v = v_0 + at$<br>(2)位移公式:$x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$　$x = \frac{v_0 + v_t}{2}t$<br>(3)速度—位移关系式:$v^2 - v_0^2 = 2ax$ |

2. 自由落体运动和竖直上抛运动的规律

(1)自由落体运动规律:速度公式 $v = gt$ ;位移公式 $h = \frac{1}{2}gt^2$ ;速度一位移关系式 $v^2 = 2gh$ .

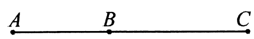
(2)竖直上抛运动规律:速度公式 $v = v_0 - gt$ ;位移公式 $h = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$ ;速度一位移关系式 $v^2 - v_0^2 = -2gh$ ;上升的最大高度 $h = \frac{v_0^2}{2g}$ ;上升到最大高度用时 $t = \frac{v_0}{g}$ .

3. 重要规律

规律 1:做匀变速直线运动的物体,在某段时间内的平均速度等于这段时间内中间时刻的瞬时速度.

规律 2:做匀变速直线运动的物体,在连续相等的时间 $T$ 内位移差 $\Delta x$ 为定值,若物体的加速度为 $a$,则:$\Delta x = aT^2$ .

规律 1 证明:如图所示,物体从 $A$ 到 $C$ 做匀变速直线运动,从 $A$ 到 $B$ 的时间为 $T$ ,从 $B$ 到 $C$ 的时间为 $T$,$A$ 点的速度为 $v_A$,$B$ 点速度为 $v_B$,$C$ 点的速度为 $v_C$,$AB = x_1$,$BC = x_2$ .




由 $x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ 可得:$AC = 2v_A T + \frac{1}{2}a \times (2T)^2$

物体从 $A$ 到 $C$ 的平均速度:$\bar{v}_{AC} = \frac{AC}{2T} = v_A + aT$

由 $v_t = v_0 + at$ 可得:$v_B = v_A + aT = \bar{v}_{AC}$,$v_C = v_A + 2aT$

进一步可得:$v_B = \bar{v}_{AC} = \frac{v_A + v_C}{2}$.

规律 2 证明:由 $x = \frac{v_0 + v_t}{2}t$ 可得:$AB = \frac{v_A + v_B}{2}T = x_1$

$BC = \frac{v_B + v_C}{2}T = x_2$

由 $v_t = v_0 + at$ 可得:$v_C = v_A + 2aT$

可得:$\Delta x = x_2 - x_1 = aT^2$

若 $x_1$ 为第一个 $T$ 的位移,$x_2$ 为第二个 $T$ 的位移,$x_3$ 为第三个 $T$ 的位移,$x_4$ 为第四个 $T$ 的位移,则:$x_2 - x_1 = aT^2$,$x_3 - x_2 = aT^2$,$x_4 - x_3 = aT^2$ ,进一步可得:$x_3 - x_1 = 2aT^2$,$x_4 - x_2 = 2aT^2$ .

拓展:物体做匀变速直线运动,第 $M$ 个 $T$ 的位移为 $x_m$ ,第 $n$ 个 $T$ 的位移为 $x_n$ ,则:

$x_m - x_n = (m - n)aT^2$ .

**例 1**：一物体做匀变速直线运动，若第 1 s 内通过的位移是 6 m，第 4 s 内通过的位移是 3 m，求该物体运动的初速度大小和加速度大小.

**答案**：6.5 m/s　$-1\ \text{m/s}^2$

**解析**：**解法一(常规解法)**：设物体的初速度为 $v_0$，加速度为 $a$，由 $x = v_0t + \frac{1}{2}at^2$ 得：

第 1 s 内通过的位移：$6\ \text{m} = v_0 + \frac{1}{2}a$

前 3 s 内通过的位移：$x_3 = 3v_0 + 4.5a$

前 4 s 内通过的位移：$x_4 = 4v_0 + 8a$

由题意可得：$x_4 - x_3 = 3\ \text{m}$，进一步可得：$v_0 + 3.5a = 3\ \text{m}$

解得：$v_0 = 6.5\ \text{m/s}, a = -1\ \text{m/s}^2$.

**解法二(常规解法)**：设物体在 0 s 时的速度为 $v_0$，在 3 s 末时的速度为 $v_3$，加速度为 $a$，由 $x = v_0t + \frac{1}{2}at^2$ 得：第 1 s 内通过的位移：$6\ \text{m} = v_0 + \frac{1}{2}a$

第 4 s 内通过的位移：$3 = v_3 + \frac{1}{2}a$

0 s～3 s 由 $v_t = v_0 + at$ 可得：$v_3 = v_0 + 3a$

解得：$v_0 = 6.5\ \text{m/s}, a = -1\ \text{m/s}^2$.

**解法三**：根据"$x_m - x_n = (m-n)aT^2$ 和 $T = 1\ \text{s}$"可得：$x_4 - x_1 = 3a \times 1^2\ \text{m}$，解得：$a = -1\ \text{m/s}^2$，

由 $x = v_0t + \frac{1}{2}at^2$ 得：

第 1 s 内通过的位移：$6\ \text{m} = v_0 + \frac{1}{2}a = (v_0 - 0.5)\ \text{m}$

解得：$v_0 = 6.5\ \text{m/s}$.

**解法四**：第一秒内的平均速度等于 0.5 s 的瞬时速度，可得：$v_{0.5} = \bar{v}_{01} = 6\ \text{m/s}$

第四秒内的平均速度等于 3.5 s 的瞬时速度，可得：$v_{3.5} = \bar{v}_{34} = 3\ \text{m/s}$

由 $v_t = v_0 + at$ 可得：$v_{3.5} = v_{0.5} + 3a$

可得：$a = -1\ \text{m/s}^2$

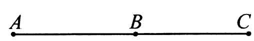
由 $x = v_0t + \frac{1}{2}at^2$ 得：

第 1 s 内通过的位移：$6\ \text{m} = v_0 + \frac{1}{2}a = (v_0 - 0.5)\ \text{m}$

解得：$v_0 = 6.5\ \text{m/s}$.

**感悟**：比较本题的四种解法，利用规律解题有很大优越性，同学们在平时的学习中，要注意提炼出物理的本质规律，并在做题时加以应用，会达到事半功倍的效果.

规律 3：如图所示，物体从 $A$ 点向 $C$ 点做匀变速直线运动，物体在 $A$ 点的速度为 $v_A$，物体在 $B$ 点的速度为 $v_B$，物体在 $C$ 点的速度为 $v_C$，若 $AB = BC$，则：$v_B = \sqrt{\frac{v_A^2 + v_C^2}{2}}$.



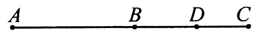

证明：由 $x = \frac{v_t^2 - v_0^2}{2a}$ 可得：从 $A$ 点到 $B$ 点：$AB = \frac{v_B^2 - v_A^2}{2a}$，从 $B$ 点到 $C$ 点：$BC = \frac{v_C^2 - v_B^2}{2a}$，$AB = BC$，可得：$v_B = \sqrt{\frac{v_A^2 + v_C^2}{2}}$.

拓展：物体从 $A$ 点向 $C$ 点做匀变速直线运动的过程中，中间时刻的速度等于这一段时间内的平均速度，即：$v_{\frac{t}{2}}=\frac{v_A+v_C}{2}$. 则无论是匀加速直线运动还是匀减速直线运动，某一段位移上，总是位移中点的速度大于时间中点的速度，即 $v_{\frac{x}{2}}>v_{\frac{t}{2}}$.

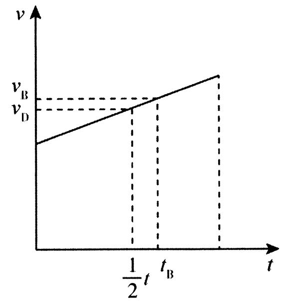
**证明一**：$v_{\frac{x}{2}}^2-v_{\frac{t}{2}}^2=\frac{v_A^2+v_C^2}{2}-(\frac{v_A+v_C}{2})^2=\frac{(v_A-v_C)^2}{4}>0$

可得：$v_{\frac{x}{2}}>v_{\frac{t}{2}}$.

**证明二**：不妨假设物体做匀减速直线运动，物体的速度越来越小，物体在前一半时间内的平均速度大于后一半时间内的平均速度，物体在前一半时间的位移 $AD$ 大于后一半时间内的位移 $DC$，物体从 $B$ 点到 $D$ 点做匀减速直线运动，$v_D<v_B$，$D$ 点是从 $A$ 点到 $C$ 点中间时刻的位置，则：$v_B>v_{\frac{t}{2}}=v_D$.




**证明三**：不妨假设物体做匀加速直线运动，如图所示，画出物体的速度—时间图象，$D$ 点是从 $A$ 点到 $C$ 点中间时刻的位置，$B$ 点对应位移中点，$t_B$ 为到达中点的时刻，由图可得：$v_B>v_{\frac{t}{2}}=v_D$.




规律 4：初速度为零的匀变速直线运动的四个重要推论

① $1T$ 末、$2T$ 末、$3T$ 末…瞬时速度的比为：

$v_1:v_2:v_3:\cdots:v_n=1:2:3:\cdots:n$.

② $1T$ 内、$2T$ 内、$3T$ 内…位移的比为：

$x_1:x_2:x_3:\cdots:x_n=1^2:2^2:3^2:\cdots:n^2$.

③第一个 $T$ 内、第二个 $T$ 内、第三个 $T$ 内…位移的比为：$x_1:x_2:x_3:\cdots:x_n=1:3:5:\cdots:(2n-1)$.

④从静止开始通过连续相等的位移所用时间的比为：

$t_1:t_2:t_3:\cdots:t_n=1:(\sqrt{2}-1):(\sqrt{3}-\sqrt{2}):\cdots:(\sqrt{n}-\sqrt{n-1})$.

**例 2**：改装后的“瓦良格”号航空母舰进行出海航行试验，中国成为又一个拥有航空母舰的国家. 已知该航空母舰的飞行甲板长度为 $L=300$ m，某型号的战斗机在航空母舰上起飞过程中的最大加速度为 $a=4.5\ m/s^2$，战斗机的速度达到 $v=60$ m/s 才能安全起飞.

(1)如果航空母舰静止，战斗机被弹射装置弹出后开始加速运动，要保证战斗机能安全起飞，战斗机被弹射装置弹出时的速度至少是多大？

(2)如果航空母舰匀速前进，在没有弹射装置的情况下，要保证战斗机能安全起飞，航空母舰前进的速度至少是多大？

**答案**：(1)30 m/s　(2)8 m/s

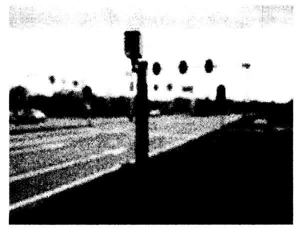
**解析**：(1)战斗机被弹射装置弹出时的速度为 $v_0$，由 $x=\frac{v_t^2-v_0^2}{2a}$，代数解得：$v_0=30$ m/s.

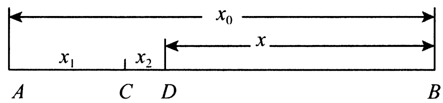
(2)航空母舰前进的速度为 $v_1$，可得：$x_1=v_1t$，战斗机的位移为 $x_2=\frac{v+v_1}{2}t$，由 $v_t=v_0+at$ 可得：$v=v_1+at$，由几何关系可得：$x_2-x_1=L$，可得：$v_1=(60-30\sqrt{3})$ m/s $\approx 8$ m/s.

另解：航空母舰前进的速度为 $v_1$，以航空母舰为参考系，可得：$L=\frac{(v-v_1)^2}{2a}$，代数解得：

$v_1=(60-30\sqrt{3})$ m/s $\approx 8$ m/s.

**例 3**:如图所示,在成都天府大道某处安装了一台 500 万像素的固定雷达测速仪,可以准确抓拍超速车辆以及测量运动车辆的加速度.一辆汽车正从 $A$ 点迎面驶向测速仪 $B$,若测速仪与汽车相距 355 m,此时测速仪发出超声波,同时车由于紧急情况而急刹车,汽车运动到 $C$ 处与超声波相遇,当测速仪接收到发射回来的超声波信号时,汽车恰好停止于 $D$ 点,且此时汽车与测速仪相距 335 m,忽略测速仪安装高度的影响,可简化为如图所示分析(已知超声波速度为 340 m/s).






(1)求汽车刹车过程中的加速度 $A$;

(2)此路段有 80 km/h 的限速标志,分析该汽车刹车前的行驶速度是否超速?

**答案**:(1)10 m/s$^2$　(2)不超速

**解析**:(1)设超声波从 $B$ 运动到 $C$ 的时间为 $t_0$,那么在超声波从 $C$ 返回 $B$ 的 $t_0$ 时间内,汽车由 $C$ 减速运动到 $D$ 且速度为零,应用逆向思维

$x_2 = \frac{1}{2}at_0^2$,$x_1 = \frac{1}{2}a(2t_0)^2 - x_2 = \frac{3}{2}at_0^2$

$x_1 + x_2 = x_0 - x = 20\ \text{m}$

即:$\frac{1}{2}at_0^2 + \frac{3}{2}at_0^2 = 20\ \text{m}$　解得:$at_0^2 = 10\ \text{m}$

而超声波在 $t_0$ 内传播的距离为 $BC = x + x_2 = 335\ \text{m} + \frac{1}{2}at_0^2$

又 $BC = v_{声} t_0$

解得:$t_0 = 1\ \text{s}$,$a = 10\ \text{m/s}^2$.

(2)由 $x_1 + x_2 = \frac{v_0^2}{2a}$,解得:$v_0 = 20\ \text{m/s} = 72\ \text{km/h}$,所以汽车未超速.

**例 4**:物体以速度 $v$ 匀速通过直线上的 $A$、$B$ 两点,所用时间为 $t$,现在物体从 $A$ 点由静止出发,先做匀加速直线运动(加速度为 $a_1$)到某一最大速度 $v_m$,然后立即做匀减速直线运动(加速度大小为 $a_2$)至 $B$ 点速度恰好减为零,所用时间仍为 $t$,则物体的　(　　)

A. $v_m$ 只能为 $2v$,与 $a_1$、$a_2$ 的大小无关

B. $v_m$ 可为许多值,与 $a_1$、$a_2$ 的大小有关

C. $a_1$、$a_2$ 必须是一定的

D. $a_1$、$a_2$ 必须满足 $\frac{a_1a_2}{a_1+a_2} = \frac{2v}{t}$

**答案**:AD

**解析**:匀速运动时

$x = vt$ ①

匀加速、匀减速运动时 $x = \frac{1}{2}v_mt$ ②

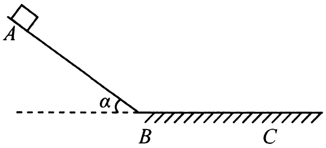
由①②得

$v_m = 2v$ ③,所以选项 A 正确,B、C 错误.

由 $v^2 = 2ax$ 得:$\frac{v_m^2}{2a_1} + \frac{v_m^2}{2a_2} = x$ ④

由①③④得:$\frac{a_1a_2}{a_1+a_2} = \frac{2v}{t}$,所以选项 D 正确.

**例 5**：如图所示，$t=0$ 时，质量为 0.5 kg 的物体从光滑斜面上的 $A$ 点由静止开始下滑，经过 $B$ 点后进入水平面(经过 $B$ 点前后速度大小不变)，最后停在 $C$ 点．每隔 2 s 物体的瞬时速度记录在下表中，重力加速度 $g=10\ m/s^2$，则下列说法中正确的是　　(　　)




| $t$/s | 0 | 2 | 4 | 6 |
|---|---|---|---|---|
| $v/(m\cdot s^{-1})$ | 0 | 8 | 12 | 8 |

A. $t=3$ s 的时刻物体恰好经过 $B$ 点

B. $t=10$ s 的时刻物体恰好停在 $C$ 点

C. 物体运动过程中的最大速度为 12 m/s

D. $A$、$B$ 间的距离小于 $B$、$C$ 间的距离

**答案**：BD

**解析**：根据题中图表的数据，可以求出物体下滑的加速度 $a_1=4\ m/s^2$，在水平面上的加速度 $a_2=-2\ m/s^2$．根据运动学公式：$8\ m/s+a_1t_1+a_2t_2=12\ m/s$，又有 $t_1+t_2=2$ s，解出 $t_1=\frac{4}{3}$ s，知经过 $\frac{10}{3}$ s 到达 $B$ 点，到达 $B$ 点时的速度 $v=a_1t=\frac{40}{3}$ m/s．如果第 4 s 还在斜面上，速度应为 16 m/s，从而判断出第 4 s 已过 $B$ 点，是在 2 s 到 4 s 之间经过 $B$ 点．所以最大速度不是 12 m/s，故 A、C 均错误．第 6 s 末的速度是 8 m/s，到停下来还需时间 $t'=\frac{0-8}{-2}$ s $=4$ s，所以到 $C$ 点的时间为 10 s，故 B 正确．根据 $v^2-v_0^2=2ax$，求出 $AB$ 段的长度为 $\frac{200}{9}$ m，$BC$ 段长度为 $\frac{400}{9}$ m，则 $A$、$B$ 间的距离小于 $B$、$C$ 间的距离，故 D 正确．

**例 6**：物体从 $A$ 点向右开始做初速度为零，加速度大小为 $a_1$ 的匀加速直线运动，经过时间 $t$ 到达 $B$ 点，到达 $B$ 后做加速度大小为 $a_2$ 的匀减速直线运动，到达 $C$ 点的速度减为零，接着从 $C$ 点到 $A$ 点做加速度大小为 $a_2$ 的匀加速直线运动，经过时间 $t$ 到达 $A$ 点，求 $\frac{a_1}{a_2}$ 的值．

**答案**：$\frac{1}{3}$

**解析**：**解法一**：设 $AB=x$，由 $x=v_0t+\frac{1}{2}at^2$ 可得：$x=\frac{1}{2}a_1t^2$，由 $v_t=v_0+at$ 可得：$v_B=a_1t$；规定向右为正方向，由 $x=v_0t+\frac{1}{2}at^2$ 可得：$-AB=-x=v_Bt-\frac{1}{2}a_2t^2$，可得：$a_2=3a_1$，即 $\frac{a_1}{a_2}=\frac{1}{3}$．

**解法二**：设物体到达 $B$ 点的速度大小为 $v_B$，物体又回到 $A$ 点的速度大小为 $v_C$，规定向右为正方向，由 $x=\frac{v_0+v_t}{2}t$ 可得：$AB=\frac{v_B}{2}t$，$-AB=\frac{-v_C+v_B}{2}t$，可得：$v_C=2v_B$；由 $v_t=v_0+at$ 可得：$v_B=a_1t$，$-v_C=v_B-a_2t$，可得：$a_2=3a_1$，即 $\frac{a_1}{a_2}=\frac{1}{3}$．

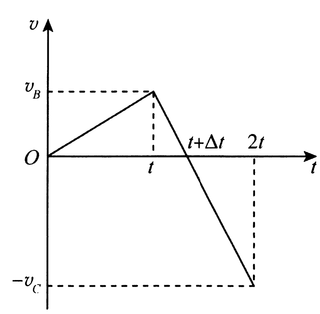
**解法三**：如图所示，画出物体运动的 $v-t$ 图象，根据题意可得：

$\frac{1}{2}v_B(t+\Delta t)=\frac{1}{2}v_C(t-\Delta t)$

根据相似三角形的知识可得：$\frac{v_B}{v_C}=\frac{\Delta t}{t-\Delta t}$

可得：$t=3\Delta t$

由 $v_t=v_0+at$ 可得：$v_B=a_1t$，$0=v_B-a_2\Delta t$，可得：$a_2=3a_1$，即 $\frac{a_1}{a_2}=\frac{1}{3}$．



# 三　运动图象　追及、相遇问题

## 一、直线运动的图象

1. $x-t$ 图象

(1)物理意义:反映了物体做直线运动的位移随时间变化的规律.

(2)图线斜率的意义

①图线上某点切线的斜率的大小表示物体速度的大小.

②切线斜率的正负表示物体速度的方向.

(3)两种特殊的 $x-t$ 图象

①匀速直线运动的 $x-t$ 图象是一条倾斜的直线.

②若 $x-t$ 图象是一条平行于时间轴的直线,则表示物体处于静止状态.

2. $v-t$ 图象

(1)物理意义:反映了做直线运动的物体的速度随时间变化的规律.

(2)图线斜率的意义

①图线上某点切线的斜率的大小表示物体加速度的大小.

②图线上某点切线的斜率的正负表示物体加速度的方向.

③图象与时间轴围成的面积表示物体运动的位移,面积位于时间轴上方表示位移方向为正方向,面积位于时间轴下方表示位移方向为负方向.

## 二、追及和相遇问题

1. 追及问题的两类情况

(1)若后者能追上前者,追上时,两者处于同一位置,且后者速度一定大于或等于前者速度.

(2)若后者追不上前者,则当后者速度与前者速度相等时,两者相距最近.

2. 相遇问题的两类情况

(1)同向运动的两物体追及并相遇:两物体位移大小之差等于开始时两物体间的距离.

(2)相向运动的物体相遇:各自发生的位移大小之和等于开始时两物体间的距离.

3. 分析追及、相遇问题时应注意的两个问题

(1)一定要抓住"一个条件,两个关系".

一个条件:即二者速度相等,它往往是物体间追上、追不上或(二者)距离最大、距离最小的临界条件,也是分析判断的切入点.

两个关系:时间关系和位移关系．其中通过画草图找到两物体位移之间的数量关系,是解题的突破口.

(2)分析追及、相遇类问题时,要注意抓住题目中的关键字眼,充分挖掘题目中的隐含条件,如"刚好""恰好""最多""至少"等往往对应一个临界状态,满足相应的临界条件.

4. 三种类型

(1)初速度为零的匀加速直线运动的物体 $A$ 追赶同方向做匀速直线运动的物体 $B$,若一定能追上,在追上之前当两物体速度大小相等时,二者有最大距离.

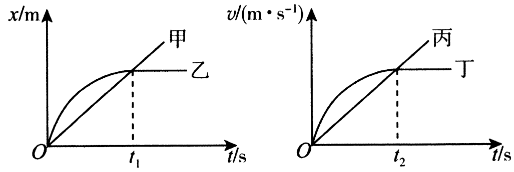
(2)做匀速运动的物体 $A$ 追赶同方向做匀加速运动的物体 $B$,恰好追上或恰好追不上的临界条件是两物体的速度相等,若 $v_A=v_B$ 时,$A$ 没有追上 $B$,则 $A$ 追不上 $B$;若 $v_A=v_B$ 时,$A$ 追上或超过 $B$,则 $A$ 能追上 $B$.

(3)匀减速运动的物体 $A$ 追赶同方向的匀速运动的物体 $B$ 时,若二者速度相等时,$A$ 没有追上 $B$,则永远追不上;若速度相等时,$A$ 刚好追上或超过了 $B$,则能追上 $B$.

5. 追及、相遇问题的一般分析思路

(1)分析两物体的运动过程．(2)画运动示意图．(3)找两物体的时间关系和位移关系．(4)列方程.

**例 1**:四辆小车从同一地点向同一方向运动的情况分别如图所示,下列说法正确的是 ( )




A. 甲车做直线运动,乙车做曲线运动

B. 这四辆车均从静止开始运动

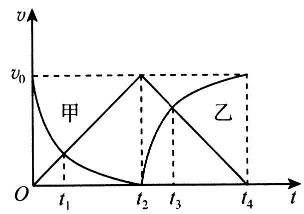
C. 在 $0 \sim t_2$ 时间内,丙、丁两车在 $t_2$ 时刻相距最远

D. 在 $0 \sim t_2$ 时间内,丙、丁两车间的距离先增大后减小

**答案**:C

**解析**:$x-t$ 图象中,位移方向用正负表示,图中甲、乙两小车的位移一直为正,且不断增加,故甲与乙都是做单向的直线运动,$t_1$ 时刻后,乙静止,故选项 A 错误;$x-t$ 图象的斜率表示速度,$v-t$ 图象的斜率表示加速度,故乙车做减速直线运动,甲车做匀速直线运动,则甲、乙不是从静止开始运动,故选项 B 错误;由 $v-t$ 图象中图线与时间轴围成的面积表示位移可知:丙、丁两车在 $t_2$ 时刻面积差最大,所以相距最远,故选项 C 正确;在 $0 \sim t_2$ 时间内,丁的速度大于丙的速度,两车间的距离一直增大,故选项 D 错误.

**例 2**:甲、乙两物体从同一地点向同一方向运动,其速度随时间变化关系如图所示,图中 $t_2=\frac{1}{2}t_1$,两段曲线均为$\frac{1}{4}$圆弧(乙物体的速度—时间图线),则 ( )




A. 两物体在 $t_1$ 时刻加速度相同

B. 两物体在 $t_2$ 时刻的运动方向均改变

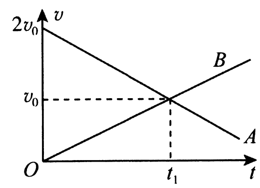
C. 两物体在 $t_3$ 时刻相距最远,$t_4$ 时刻相遇

D. $0 \sim t_4$ 时间内甲物体的平均速度大于乙物体的平均速度

**答案**:C

**解析**:根据图象斜率等于加速度,可知在 $t_1$ 时刻两物体的加速度方向相反,则加速度不同,故选项 A 错误;两个物体一直沿正向运动,运动方向没有改变,故选项 B 错误;图象与时间轴围成的面积等于位移大小,根据数学知识可知 $0 \sim t_4$ 时间内甲物体的位移为 $x_甲=\frac{v_0t_4}{2}$,乙物体的位移为 $x_乙=v_0t_2=\frac{v_0t_4}{2}$,则知两个物体的位移相等,所以 $t_4$ 时刻相遇,在 $t_3$ 时刻之前,两者间距增大,在 $t_3$ 时刻之后,两者间距减小,则在 $t_3$ 时刻相距最远,故选项 C 正确;由平均速度公式 $\bar{v}=\frac{x}{t}$,可知 $0 \sim t_4$ 时间内甲、乙两物体的平均速度相等,故选项 D 错误.

**例 3**:$A$、$B$ 两车在平直公路上沿同一方向行驶,运动的 $v-t$ 图象如图所示,在 $t=0$ 时刻,$B$ 车在 $A$ 车前方 $x_0$ 处,在 $t=t_1$ 时间内,$A$ 车的位移为 $x$,则 ( )




A. 若 $A$、$B$ 在 $t_1$ 时刻相遇,则 $x_0=\frac{2}{3}x$

B. 若 $A$、$B$ 在 $\frac{1}{2}t_1$ 时刻相遇,则下次相遇时刻为 $2t_1$

C. 若 $A$、$B$ 在 $\frac{1}{2}t_1$ 时刻相遇,则 $x_0=\frac{1}{2}x$

D. 若 $A$、$B$ 在 $t_1$ 时刻相遇,则下次相遇时刻为 $2t_1$

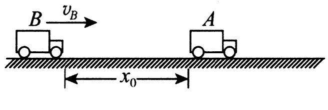
**答案**:AC

**解析**:图象与时间轴围成的面积表示位移,由图象可知,$A$ 车的初速度等于 $2v_0$,在 $t_1$ 时间内,$A$ 车的位移为 $x$,则 $B$ 车的位移为 $\frac{1}{3}x$,若 $A$、$B$ 在 $t_1$ 时刻相遇,则 $x_0=x-\frac{1}{3}x=\frac{2}{3}x$,选项 A 正确;同理若 $A$、$B$ 在 $\frac{1}{2}t_1$ 时刻相遇,则 $x_0=\frac{1}{2}x$,又由图象中的对称关系,下次相遇的时刻为 $t_1+\frac{1}{2}t_1=\frac{3}{2}t_1$,故选项 B 错误,C 正确;若 $A$、$B$ 在 $t_1$ 时刻相遇,之后 $v_B>v_A$,不能再次相遇,故选项 D 错误.

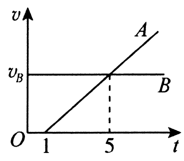
**例 4**:如图甲所示,$A$ 车原来临时停在一水平路面上,$B$ 车在后面匀速向 $A$ 车靠近,$A$ 车司机发现后启动 $A$ 车,以 $A$ 车司机发现 $B$ 车为计时起点($t=0$),$A$、$B$ 两车的 $v-t$ 图象如图乙所示.已知 $B$ 车在第 1 s 内与 $A$ 车的距离缩短了 $x_1=12$ m.

(1)求 $B$ 车运动的速度 $v_B$ 的大小和 $A$ 车的加速度 $a$ 的大小;

(2)若 $A$、$B$ 两车不会相撞,则 $A$ 车司机发现 $B$ 车时($t=0$)两车的距离 $x_0$ 应满足什么条件?



甲



乙

**答案**:(1) 12 m/s 3 m/s$^2$ (2) $x_0>36$ m

**解析**:(1)在 $t_1=1$ s 时 $A$ 车刚启动,两车间缩短的距离 $x_1=v_Bt_1$

代入数据,解得 $B$ 车的速度 $v_B=12$ m/s

$A$ 车的加速度 $a=\dfrac{v_B}{t_2-t_1}$

将 $t_2=5$ s 和其余数据代入,解得 $A$ 车的加速度大小 $a=3$ m/s$^2$.

(2)两车的速度达到相等时,两车的距离达到最小,对应于 $v-t$ 图象的 $t_2=5$ s 时刻,此时两车已发生的相对位移为梯形的面积,则 $x=\dfrac{1}{2}v_B(t_1+t_2)$

代入数据解得 $x=36$ m

因此,若 $A$、$B$ 两车不会相撞,则两车的距离 $x_0$ 应满足条件 $x_0>36$ m.

**例 5**:某同学欲估算飞机着陆时的速度,他假设飞机在平直跑道上做匀减速运动.飞机在跑道上滑行的距离为 $x$,从着陆到停下来所用的时间为 $t$,实际上,飞机的速度越大,所受的阻力越大,则飞机着陆时的速度应是 ( )

A. $v=\dfrac{x}{t}$

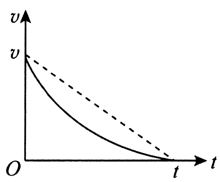
B. $v=\dfrac{2x}{t}$

C. $v>\dfrac{2x}{t}$

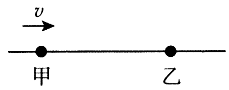
D. $\dfrac{x}{t}<v<\dfrac{2x}{t}$

**答案**:C

**解析**:由题意知,当飞机的速度减小时,所受的阻力减小,因而它的加速度会逐渐变小,画出相应的 $v-t$ 图象大致如图所示:根据图象的意义可知,实线与坐标轴包围的面积为 $x$,虚线(匀减速运动)下方的“面积”表示的位移为 $\dfrac{vt}{2}$. 应有:$\dfrac{vt}{2}>x$,所以 $v>\dfrac{2x}{t}$,所以选项 C 正确.



**例 6**:如图所示,处于平直轨道上的甲、乙两物体相距为 $s$,同时、同向开始运动. 甲以初速度 $v$、加速度 $a_1$ 做匀加速直线运动,乙做初速度为零、加速度为 $a_2$ 的匀加速直线运动,假设甲能从乙旁边通过,要使甲、乙相遇两次的条件是 ( )




A. $a_1 < a_2$ 且 $s > \frac{v^2}{2(a_2 - a_1)}$

B. $a_1 < a_2$ 且 $s < \frac{v^2}{2(a_2 - a_1)}$

C. $a_1 > a_2$ 且 $s > \frac{v^2}{2(a_2 - a_1)}$

D. $a_1 > a_2$ 且 $s < \frac{v^2}{2(a_2 - a_1)}$

**答案**:B

**解析**:(1)如图 1 所示,若 $a_1 = a_2$ 时,如果甲、乙两物体能够相遇,那么甲、乙两物体只能相遇一次.

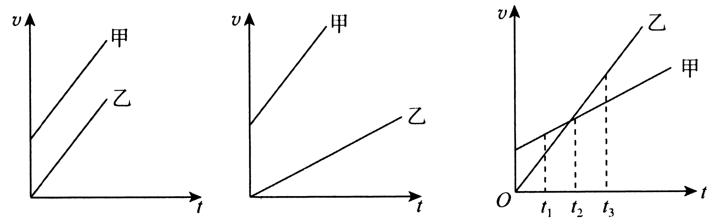



图 1　　图 2　　图 3

(2)如图 2 所示,若 $a_1 > a_2$ 时,如果甲、乙两物体能够相遇,那么甲、乙两物体只能相遇一次.

(3)综合(1)和(2)可得:如果甲、乙两物体能够相遇两次,则:$a_1 < a_2$.

如图 3 所示,$t_2 - t_1 = t_3 - t_2$,如果 $t_2$ 时刻,甲、乙两物体能够刚好第一次相遇,此种情况下甲、乙两物体只能相遇一次;如果 $t_1$ 时刻甲、乙第一次相遇,则 $t_3$ 时刻甲、乙第二次相遇,此种情况下甲、乙两物体相遇两次. 当甲、乙两物体能够刚好相遇一次时,即在 $t_2$ 时刻速度相等时相遇,设相遇时速度为 $v_1$,则由几何关系可得:$x_{甲} = s + x_{乙}$,

$x_{甲} = \frac{v + v_1}{2}t$,$x_{乙} = \frac{v_1}{2}t$,对甲和乙,由 $v_1 = v_0 + at$ 可得:$v_1 = v + a_1 t$,$v_1 = a_2 t$,进一步可得:$s = \frac{v^2}{2(a_2 - a_1)}$.

综合上面分析可得:(1) $a_1 < a_2$ 且 $s = \frac{v^2}{2(a_2 - a_1)}$,甲和乙只能相遇一次.(2) $a_1 < a_2$ 且 $s < \frac{v^2}{2(a_2 - a_1)}$,甲和乙相遇两次.(3) $a_1 < a_2$ 且 $s > \frac{v^2}{2(a_2 - a_1)}$,甲和乙不能相遇. 选项 B 正确.

# 四　重力、弹力

## 一、重力

1. 产生：由于地球的吸引而使物体受到的力.

2. 大小：与物体的质量成正比，即 $G = mg$. 可用弹簧测力计测量重力.

3. 方向：总是竖直向下的.

4. 重心：其位置与物体的质量分布和形状有关.

5. 重心位置的确定

质量分布均匀的规则物体，重心在其几何中心；对于形状不规则或者质量分布不均匀的薄板，重心可用悬挂法确定.

## 二、形变、弹性、胡克定律

1. 形变

物体在力的作用下形状或体积的变化叫形变.

2. 弹性

(1)弹性形变：有些物体在形变后撤去作用力能够恢复原状的形变.

(2)弹性限度：当形变超过一定限度时，撤去作用力后，物体不能完全恢复原来的形状，这个限度叫弹性限度.

3. 弹力

(1)定义：发生弹性形变的物体，由于要恢复原状，对与它接触的物体会产生力的作用，这种力叫做弹力.

(2)产生条件：物体相互接触且发生弹性形变.

(3)方向：弹力的方向总是与作用在物体上使物体发生形变的外力方向相反.

4. 胡克定律

(1)内容：弹簧发生弹性形变时，弹力的大小 $F$ 跟弹簧伸长(或缩短)的长度 $x$ 成正比.

(2)表达式：$F = kx$ .

① $k$ 是弹簧的劲度系数，单位为 N/m；$k$ 的大小由弹簧自身性质决定.

② $x$ 是形变量，但不是弹簧形变以后的长度.

**例 1**：下列关于重力的说法中正确的是　　(　　)

A. 物体只有静止时才受重力作用

B. 重力的方向总是指向地心

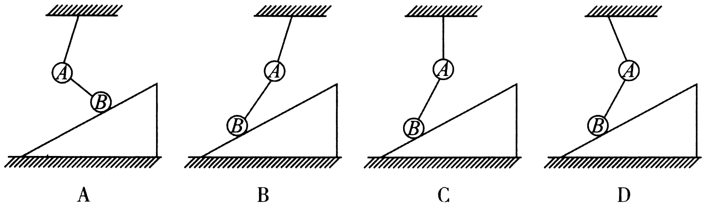
C. 地面上的物体在赤道上受的重力最小

D. 物体挂在弹簧测力计下，弹簧测力计的示数一定等于物体的重力

**答案**：C

**解析**：物体受到重力的作用，与物体的运动状态无关，选项 A 错误；重力的方向总是竖直向下，不一定指向地心，选项 B 错误；赤道上重力加速度最小，因此地面上的物体在赤道上受的重力最小，选项 C 正确；物体挂在弹簧测力计下处于平衡状态时，弹簧测力计的示数才等于物体的重力，选项 D 错误.

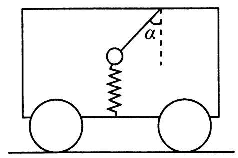
**例 2**:如图所示,$A$、$B$ 两个质量相同的球用线连接,$A$ 球用线挂在天花板上,$B$ 球放在光滑斜面上,系统保持静止,以下图示正确的是 ( )



**答案**:B

**解析**:对 $B$ 球进行受力分析,受重力、斜面对其垂直于斜面向上的支持力和细线的拉力,由于三力平衡时三个力中任意两个力的合力与第三个力等值、反向、共线,故下面细线拉力向右上方,故 A 图错误;再对 $A$、$B$ 两个球整体受力分析,受总重力、垂直于斜面向上的支持力和上面细线的拉力,再次根据共点力平衡条件判断上面的细线的拉力方向斜向右上方,故 C、D 图错误,B 图正确.

**例 3**:如图所示,小车内一根轻质弹簧沿竖直方向和一条与竖直方向成 $\alpha$ 的细绳拴接一小球.当小车和小球相对静止,一起在水平面上运动时,下列说法正确的是 ( )




A. 细绳一定对小球有拉力的作用

B. 轻弹簧一定对小球有弹力的作用

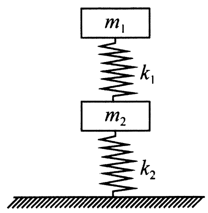
C. 细绳不一定对小球有拉力的作用,但是轻弹簧对小球一定有弹力

D. 细绳不一定对小球有拉力的作用,轻弹簧对小球也不一定有弹力

**答案**:D

**解析**:若小球与小车一起做匀速运动,则细绳对小球无拉力;若小球与小车有向右的加速度 $a = g\tan\alpha$,则轻弹簧对小球无弹力,选项 D 正确.

**例 4**:如图所示,两木块的质量分别为 $m_1$ 和 $m_2$,两轻质弹簧的劲度系数分别为 $k_1$ 和 $k_2$,上面木块压在上面的弹簧上(但不拴接),整个系统处于平衡状态.现缓慢向上提上面的木块,直到它刚离开上面弹簧,在此过程中下面木块移动的距离为 ( )

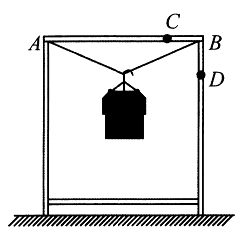



A. $\frac{m_1 g}{k_1}$　　B. $\frac{m_2 g}{k_1}$　　C. $\frac{m_1 g}{k_2}$　　D. $\frac{m_2 g}{k_2}$

**答案**:C

**解析**:在此过程中,压在下面弹簧上的压力由 $(m_1 + m_2)g$ 减小到 $m_2 g$,即减少了 $m_1 g$,根据胡克定律可断定下面弹簧的长度增长了 $\Delta L = \frac{m_1 g}{k_2}$,即下面木块移动的距离为 $\frac{m_1 g}{k_2}$,选项 C 正确.

**例 5**:如图,一个轻型衣柜放在水平地面上,一条光滑轻绳两端分别固定在两侧顶端 $A$、$B$ 上,再挂上带有衣服的衣架.若保持绳长和左端位置点不变,将右端依次改在 $C$ 点或 $D$ 点后固定,衣柜一直不动,下列说法正确的是 ( )



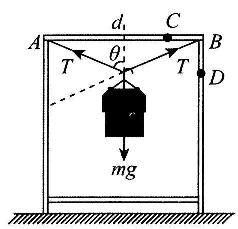

A. 若改在 $C$ 点,绳的张力大小不变

B. 若改在 $D$ 点,衣架两侧绳的张力大小不相等

C. 若改在 $D$ 点,衣架两侧绳的张力大小相等且不变

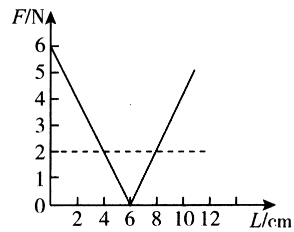
D. 若改在 $C$ 点,衣柜对地面的压力将会增大

**答案**:C




**解析**:设绳与竖直方向的夹角为 $\theta$,绳的张力为 $T$,衣服的质量为 $m$;根据共点力的平衡条件可得 $2T\cos\theta = mg$,若改在 $C$ 点,绳与竖直方向的夹角变小,绳的张力变小,选项 A 错误;绳两端分别固定在两侧顶端 $A$、$B$ 上时,受力情况如图所示,当绳的右端上下移动过程中,绳与竖直方向的夹角不变,则根据 $2T\cos\theta = mg$ 可知,绳的张力不变,选项 C 正确,选项 B 错误;若改在 $C$ 点,衣柜对地面的压力等于整体的重力,不变,选项 D 错误.

**例 6**:一轻质弹簧的长度和弹力大小的关系如图所示．下列根据图象判断得出的结论正确的是 (　　)




A. 弹簧的劲度系数为 1 N/m

B. 弹簧的劲度系数为 100 N/m

C. 弹簧的原长为 6 cm

D. 弹簧伸长 0.2 m 时，弹力的大小为 4 N

**答案**:BC

**解析**:根据胡克定律可知，$F-L$ 图线斜率的绝对值等于弹簧的劲度系数 $k$，由图象得 $k=100$ N/m，选项 A 错误，选项 B 正确；根据弹簧弹力为零时的弹簧长度，可得弹簧的原长为 6 cm，选项 C 正确；弹簧伸长 0.2 m，根据胡克定律可得弹力大小为 20 N，选项 D 错误.

# 五　摩擦力

1. 静摩擦力与滑动摩擦力

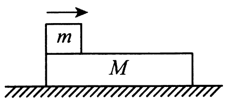
| 名称 | 静摩擦力 | 滑动摩擦力 |
| --- | --- | --- |
| 产生条件 | ①接触面粗糙<br>②接触处有弹力<br>③两物体间有相对运动趋势 | ①接触面粗糙<br>②接触处有弹力<br>③两物体间有相对运动 |
| 大小 | $0 < F_f \leqslant F_{fm}$ | $F_f = \mu F_N$ |
| 方向 | 与受力物体相对运动趋势的方向相反 | 与受力物体相对运动的方向相反 |
| 作用效果 | 总是阻碍物体间的相对运动趋势 | 总是阻碍物体间的相对运动 |

2. 动摩擦因数

(1)定义:彼此接触的物体发生相对运动时,滑动摩擦力和正压力的比值,$\mu = \dfrac{F_f}{F_N}$.

(2)决定因素:接触面的材料和粗糙程度.

**例 1**:如图所示,质量为 $m$ 的木块在质量为 $M$ 的木板上滑行,木板与地面间的动摩擦因数为 $\mu_1$,木块与木板间的动摩擦因数为 $\mu_2$,木板一直静止,那么木板受地面的摩擦力大小为（　　）

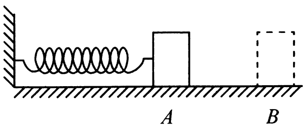



A. $\mu_1 Mg$　　B. $\mu_2 mg$　　C. $\mu_1(M+m)g$　　D. $\mu_1 Mg+\mu_2 mg$

**答案**:B

**解析**:因为木块对木板的摩擦力为 $\mu_2 mg$,方向水平向右,而木板静止,所以地面给木板的静摩擦力水平向左,大小为 $\mu_2 mg$,选项 B 正确.

**例 2**:如图所示,一轻质弹簧两端分别与竖直墙壁和物块连接,弹簧、地面水平 . $A$、$B$ 是物块能保持静止的位置中离墙壁最近和最远的点,$A$、$B$ 两点离墙壁的距离分别为 $x_1$、$x_2$. 物块与地面间的最大静摩擦力为 $F_f$,则弹簧的劲度系数为（　　）

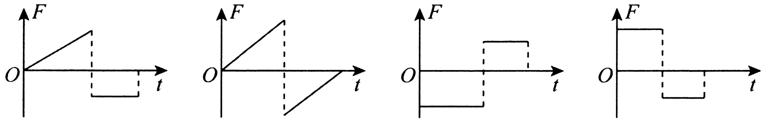



A. $\dfrac{F_f}{x_1+x_2}$　　B. $\dfrac{2F_f}{x_1+x_2}$　　C. $\dfrac{2F_f}{x_2-x_1}$　　D. $\dfrac{F_f}{x_2-x_1}$

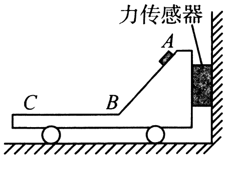
**答案**:C

**解析**:设弹簧原长为 $x_0$,则 $F_f = k(x_2 - x_0) = k(x_0 - x_1)$,解得 $k = \dfrac{2F_f}{x_2 - x_1}$,选项 C 正确.

**例 3**:如图,静止在光滑地面上的小车,由光滑的斜面 $AB$ 和粗糙的平面 $BC$ 组成(它们在 $B$ 处平滑连接),小车右侧与竖直墙壁之间连接着一个力传感器,当传感器受压时,其示数为正值,当传感器被拉时,其示数为负值 . 一个小滑块从小车 $A$ 点由静止开始下滑至 $C$ 点的过程中,传感器记录到的力 $F$ 随时间 $t$ 的关系图中可能正确的是（　　）




A　　B　　C　　D




**答案**:D

**解析**:设小滑块质量为 $m$,$AB$ 斜面的倾角 $\theta$,为小滑块从小车上 $A$ 点由静止开始在斜面上下滑,对斜面的压力等于 $mg\cos\theta$,该力在水平方向的分力为 $mg\cos\theta\sin\theta$;小滑块由 $B$ 到 $C$ 滑动的过程中,$BC$ 面对小滑块有向右的滑动摩擦力,滑块对 $BC$ 面有向左的滑动摩擦力,所以,传感器记录到的力 $F$ 随时间 $t$ 的关系图中可能正确的是 D.

# 六　力的合成与分解

## 一、力的合成和分解

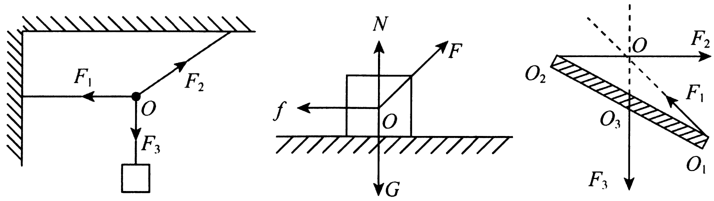
1. 合力与分力

(1)定义:如果一个力产生的效果跟几个共点力共同作用产生的效果相同,这一个力就叫做那几个力的合力,原来那几个力叫做这一个力的分力.

(2)关系:合力和分力是等效替代的关系.

2. 共点力

作用在物体的同一点,或作用线的延长线交于一点的力,如图所示均是共点力.




甲　　乙　　丙

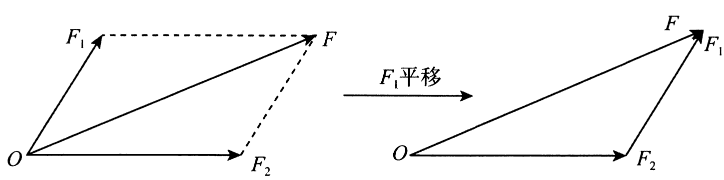
3. 力的合成

(1)定义:求几个力的合力的过程.

(2)运算法则

①平行四边形定则:求两个互成角度的共点力的合力,可以用表示这两个力的线段为邻边作平行四边形,这两个邻边之间的对角线就表示合力的大小和方向,如图甲所示.

②三角形定则:把两个矢量首尾相接,从而求出合矢量的方法,如图乙所示.




甲　　乙

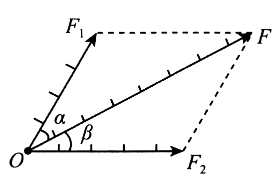
(3)两个共点力的合成:$F_{合}=\sqrt{F_1{}^2+F_2{}^2+2F_1F_2\cos\theta}$($\theta$ 为 $F_1$、$F_2$ 的夹角),即两个力大小不变时,其合力随夹角的增大而减小,当两力反向时,合力最小;当两力同向时,合力最大.

(4)三个共点力的合成

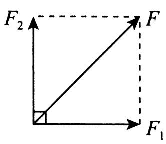
①最大值:三个力共线且同向时,其合力最大,为 $F_{合}=F_1+F_2+F_3$.

②最小值:任取两个力,求出其合力的范围,如果第三个力在这个范围之内,则三个力的合力的最小值为零,如果第三个力不在这个范围内,则合力的最小值为最大的一个力减去另外两个较小的力的大小之和.

(5)共点力合成的方法　①作图法

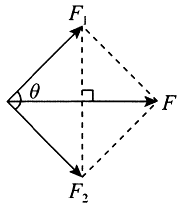


②计算法



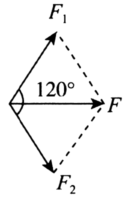

$F_1$与$F_2$垂直

$F=\sqrt{F_1^2+F_2^2}$




$F_1$与$F_2$大小相等
夹角为$\theta$

$F=2F_1\cos\frac{\theta}{2}$




$F_1$与$F_2$大小相等
夹角为120°

$F=F_1=F_2$

重要结论:当两个分力的大小不变时,这两个分力的合力大小随着两分力间的夹角的增大而减小,这两个分力的合力大小随着两分力间的夹角的减小而增大.

4. 力的分解

(1)定义:求一个已知力的分力的过程.

(2)遵循原则:平行四边形定则或三角形定则.

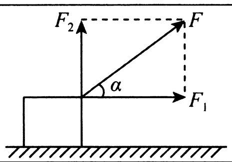
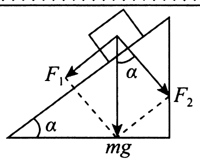
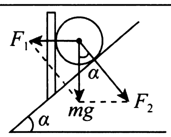
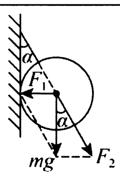
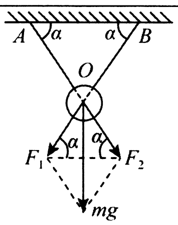
(3)分解方法:①按力产生的效果分解;②正交分解.

(4)力的分解方法的选取原则

①选用哪一种方法进行力的分解要视情况而定,一般来说,当物体受到三个或三个以下的力时,常按实际效果进行分解.

②当物体受到三个以上的力或物体所受三个力中,有两个力互相垂直时,常用正交分解法.

(5)按力的作用效果分解的几种情形

| 实例 | 分解思路 |
| --- | --- |
|  | 拉力 $F$ 可分解为水平分力 $F_1=F\cos\alpha$ 和竖直分力 $F_2=F\sin\alpha$ |
|  | 重力分解为沿斜面向下的分力 $F_1=mg\sin\alpha$ 和垂直斜面向下的分力 $F_2=mg\cos\alpha$ |
|  | 重力分解为使球压紧挡板的分力 $F_1=mg\tan\alpha$ 和使球压紧斜面的分力 $F_2=\frac{mg}{\cos\alpha}$ |
|  | 重力分解为使球压紧竖直墙壁的分力 $F_1=mg\tan\alpha$ 和使球拉紧悬线的分力 $F_2=\frac{mg}{\cos\alpha}$ |
|  | 小球重力分解为使物体拉紧 $AO$ 线的分力 $F_2$ 和使物体拉紧 $BO$ 线的分力 $F_1$,大小都为 $F_1=F_2=\frac{mg}{2\sin\alpha}$ |

## 二、矢量和标量

1. 矢量:既有大小又有方向的量,相加时遵从平行四边形定则.

2. 标量:只有大小没有方向的量,求和时按代数法则相加.

**例 1**:已知两个共点力的合力的大小为 50 N,分力 $F_1$ 的方向与合力 $F$ 的方向成 30°角,分力 $F_2$ 的大小为 30 N. 则 ( )

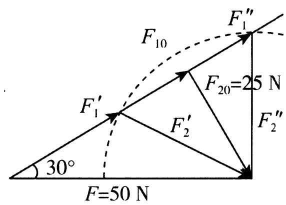
A. $F_1$ 的大小是唯一的

B. $F_2$ 的方向是唯一的

C. $F_2$ 有两个可能的方向

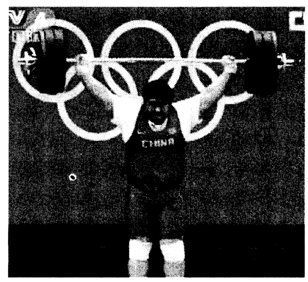
D. $F_2$ 可取任意方向

**答案**:C




**解析**:由 $F_1$、$F_2$ 和 $F$ 的矢量三角形图可以看出:当 $F_{20}=25$ N 时,$F_1$ 的大小才是唯一的,$F_2$ 的方向也是唯一的. 因 $F_2=30\ \text{N}>F_{20}=25$ N,所以 $F_1$ 的大小有两个,即 $F_1'$ 和 $F_1''$,$F_2$ 的方向有两个,即 $F_2'$ 的方向和 $F_2''$ 的方向,故选项 A、B、D 错误,选项 C 正确.

**例 2**:伦敦奥运会上中国选手周璐璐在女子 75 公斤级比赛中以 333 公斤的总成绩获得冠军,并打破世界纪录. 在举重比赛中,运动员举起杠铃时必须使杠铃平衡一定时间,才能被裁判视为挺(或抓)举成功. 如图所示,周璐璐在保持杠铃平衡时两手握杆的距离要有一定的要求,挺举时举起 187 公斤的杠铃,两臂成 120°夹角. 已知 $g=10\ \text{m/s}^2$,周璐璐沿手臂支撑的力 $F$ 及地面对她的支持力 $F_N$,下列说法正确的是 ( )



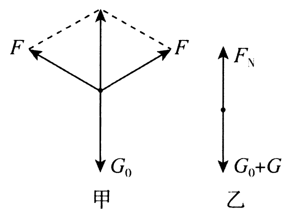
A. $F$=1 870 N,$F_N$=2 620 N

B. $F$=4 080 N,$F_N$=1 780 N

C. 若两手间的距离越小,周璐璐手臂用力越小,举重越容易成功

D. 若两手间的距离越大,周璐璐手臂用力越小,举重越容易成功

**答案**:A




**解析**:杠铃的总重力是恒定的,所以两只手的合力也是恒定的,当两手之间的距离增大时,夹角就变大,此时手的支持力就越大,容易导致举重失败,选项 D 错误;当两手间的距离越小时,运动员手臂用力越小,但是此时的杠铃不稳定,不易保持平衡,也容易导致举重失败,选项 C 错误;对杠铃受力分析,如图甲所示,根据图中几何关系,可得:$F=G_0=1\ 870$ N;对杠铃和运动员整体受力分析,如图乙所示,可得:$F_N=G_0+G=2\ 620$ N,选项 A 正确,选项 B 错误.

特别提醒:当两分力合力的大小一定时,两分力随着两分力间的夹角增大而增大,随夹角减小而减小.

**例 3**:物体同时受到同一平面内的三个共点力的作用,下列几组力的合力不可能为零的是 ( )

A. 5 N,7 N,8 N

B. 5 N,2 N,3 N

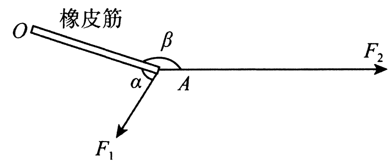
C. 1 N,5 N,10 N

D. 10 N,10 N,10 N

**答案**:C

**解析**:选项 A 中,5 N 和 7 N 这两个力的合力的范围是 $2\ \text{N}\leqslant F_合\leqslant 12$ N,8 N 在这个合力的范围内;选项 B 中,5 N 和 2 N 这两个力的合力的范围是 $3\ \text{N}\leqslant F_合\leqslant 7$ N,3 N 在这个合力的范围内;选项 D 中,10 N 和 10 N 这两个力的合力的范围是 $0\ \text{N}\leqslant F_合\leqslant 20$ N,10 N 在这个合力的范围内;只有选项 C 中第三个力不在前两个力合力的范围之内,即选项 C 中三个力的合力不可能为零.

**例 4**：如图所示，橡皮筋一端固定在 $O$ 点，用力 $F_1$ 和 $F_2$ 共同作用于橡皮筋的另一端，使之伸长至 $A$ 点，这时力 $F_1$ 和 $F_2$ 与橡皮筋之间的夹角分别为 $\alpha$、$\beta$，力 $F_2$ 的大小保持不变，而使力 $F_2$ 逆时针转过某一角度（小于 $\beta$），为保持橡皮筋的位置不变，则可能需要 （　　）




A. 增大 $F_1$ 的同时，增大 $\alpha$

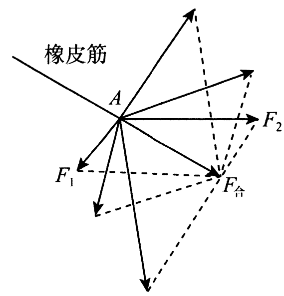
B. 增大 $F_1$ 的同时，$\alpha$ 角不变

C. 增大 $F_1$ 的同时，减小 $\alpha$ 角

D. 减小 $F_1$ 的同时，减小 $\alpha$ 角

**答案**：A

**解析**：以 A 点为研究对象，力 $F_1$ 和 $F_2$ 的合力不变．在力 $F_2$ 的大小保持不变的情况下，使力 $F_2$ 逆时针转过某一角度（小于 $\beta$），各力变化如图所示，由图可知，$F_1$ 的大小变大，夹角 $\alpha$ 增大，故 A 正确．



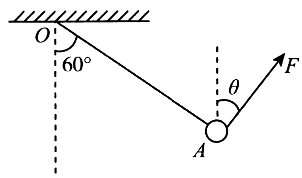

**例 5**：如图所示，重力为 $G$ 的小球用轻绳悬于 $O$ 点，用力 $F$ 拉住小球，使轻绳保持偏离竖直方向 60°角且不变，当 $F$ 与竖直方向的夹角为 $\theta$ 时 $F$ 最小，则 $\theta$、$F$ 的值分别为 （　　）

A. $0°$，$G$

B. $30°$，$\frac{\sqrt{3}}{2}G$

C. $60°$，$G$

D. $90°$，$\frac{1}{2}G$



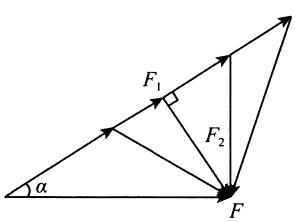

**答案**：B

**解析**：小球重力不变，位置不变，则绳 $OA$ 拉力的方向不变，故当拉力 $F$ 与绳 $OA$ 垂直时，力 $F$ 最小，故 $\theta = 30°$，$F = G\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}G$，选项 B 正确．

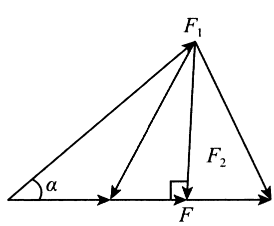
力的合成与分解中的两类最小值问题

**小结**：(1) 当已知合力 $F$ 的大小和方向及一个分力 $F_1$ 的方向时，另一个分力 $F_2$ 最小的条件是两个分力互相垂直，如图甲所示，最小值为 $F_2 = F\sin\alpha$．

(2) 当已知合力 $F$ 的方向及一个分力 $F_1$ 的大小和方向时，另一个分力 $F_2$ 最小的条件是 $F_2$ 与合力 $F$ 垂直，如图乙所示，最小值为 $F_2 = F_1\sin\alpha$．




甲




乙

# 七　共点力的平衡及其应用

## 一、受力分析

1. 受力分析：把研究对象（指定物体）在特定的物理环境中受到的所有力都找出来，并画出受力示意图的过程.

2. 受力分析的一般顺序：(1)画出已知力；(2)分析场力（重力、电场力、磁场力）；(3)分析弹力；(4)分析摩擦力.

## 二、共点力作用下物体的平衡

1. 平衡状态：物体处于静止或匀速直线运动的状态.

2. 共点力的平衡条件：$F_{合}=0$ 或者 $F_{合x}=0$，$F_{合y}=0$

3. 平衡条件的几条重要推论

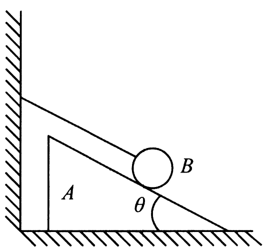
(1)二力平衡：如果物体在两个共点力的作用下处于平衡状态，这两个力必定大小相等，方向相反.

(2)三力平衡：如果物体在三个共点力的作用下处于平衡状态，其中任意两个力的合力一定与第三个力大小相等，方向相反.

(3)多力平衡：如果物体受多个力作用处于平衡，其中任何一个力与其余力的合力大小相等，方向相反.

(4)一个物体在 $F_1$、$F_2$ 和 $F_3$ 的作用下处于平衡状态，其中 $F_1$ 和 $F_2$ 的夹角为 $\theta_3$，$F_1$ 和 $F_3$ 的夹角为 $\theta_2$，$F_2$ 和 $F_3$ 的夹角为 $\theta_1$，则：$\dfrac{F_1}{\sin\theta_1}=\dfrac{F_2}{\sin\theta_2}=\dfrac{F_3}{\sin\theta_3}$.

**例 1**：如图所示，质量为 $m$ 的斜面体 $A$ 放在粗糙水平面上，用轻绳拴住质量为 $M$ 的小球 $B$ 置于斜面上，轻绳与斜面平行且另一端固定在竖直墙面上，不计小球与斜面间的摩擦，斜面体与墙不接触，整个系统处于静止状态．则　　(　　)




A. 水平面对斜面体没有摩擦力作用

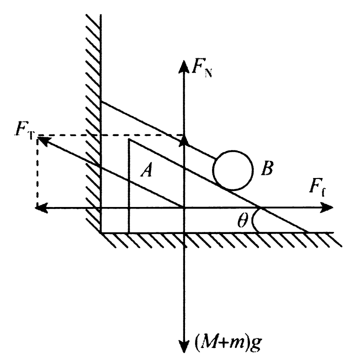
B. 水平面对斜面体有向右的摩擦力作用

C. 斜面体对水平面的压力等于 $(M+m)g$

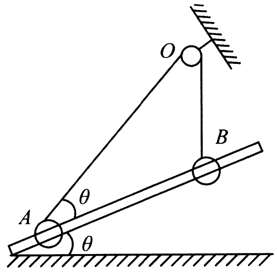
D. 斜面体对水平面的压力小于 $(M+m)g$

**答案**：BD

**解析**：如图所示，对 $A$、$B$ 整体受力分析，根据平衡条件，整体受到竖直向下的重力、竖直向上的支持力 $F_N$、斜向上的拉力 $F_T$、水平向右的摩擦力 $F_f$，选项 A 错误，选项 B 正确；根据平衡条件知地面对斜面体的支持力 $F_N=(M+m)g-F_T\sin\theta$，故选项 C 错误，选项 D 正确.



**例 2**：如图所示，穿在一根光滑固定杆上的小球 $A$、$B$ 通过一条跨过定滑轮的细绳连接，杆与水平方向成 $\theta$ 角，不计所有摩擦，当两球静止时，$OA$ 绳与杆的夹角为 $\theta$，$OB$ 绳沿竖直方向，则下列说法正确的是（　　）




A. $A$ 可能受到 2 个力的作用

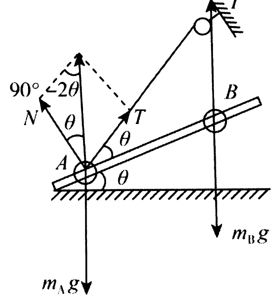
B. $B$ 可能受到 3 个力的作用

C. $A$、$B$ 的质量之比为 $\tan\theta : 1$

D. $A$、$B$ 的质量之比为 $1 : \tan\theta$

**答案**：D

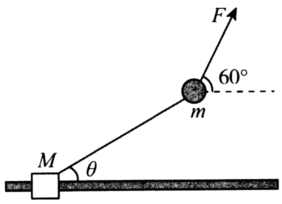
**解析**：对 $A$ 球受力分析可知，$A$ 受到重力，绳子的拉力以及杆对 $A$ 球的弹力，三个力的合力为零，选项 A 错误；对 $B$ 球受力分析可知，$B$ 受到重力，绳子的拉力，两个力合力为零，杆对 $B$ 球没有弹力，否则 $B$ 不能平衡，选项 B 错误；分别对 $A$、$B$ 两球分析，运用合成法，如图所示：




根据共点力平衡条件，得：$T = m_Bg$，$\dfrac{T}{\sin\theta} = \dfrac{m_Ag}{\sin(90^\circ+\theta)}$，

故 $m_A : m_B = 1 : \tan\theta$，选项 C 错误，选项 D 正确。

**例 3**：如图所示，质量 $M = 2$ kg 的木块套在水平固定杆上，并用轻绳与质量 $m = 1$ kg 的小球相连．今用跟水平方向成 60° 角的力 $F = 10\sqrt{3}$ N 拉着小球并带动木块一起向右匀速运动，运动中 $M$、$m$ 的相对位置保持不变，$g = 10\ \mathrm{m/s^2}$．在运动过程中，求：




(1)轻绳与水平方向的夹角 $\theta$；

(2)木块 $M$ 与水平杆间的动摩擦因数 $\mu$．

**答案**：(1) 30°　(2) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

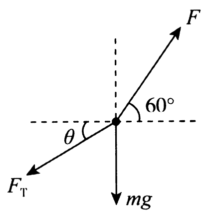
**解析**：(1)$m$ 处于匀速直线运动状态，其合力为零，

以 $m$ 为研究对象，由平衡条件得

水平方向 $F\cos 60^\circ = F_T\cos\theta$　①

竖直方向 $F\sin 60^\circ = mg + F_T\sin\theta$　②

由①②得：$\theta = 30^\circ$．

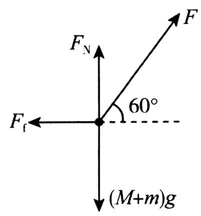



(2)$M$、$m$ 整体处于匀速直线运动状态，可看做整体，系统所受合力为零，以 $M$、$m$ 整体为研究对象，由平衡条件得

水平方向 $F\cos 60^\circ = \mu F_N$　③

竖直方向 $F_N + F\sin 60^\circ = (M+m)g$　④

由③④得 $\mu = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$.



# 八 牛顿运动定律的理解

## 一、牛顿第一定律

1. 内容：一切物体总保持匀速直线运动状态或静止状态，除非作用在它上面的力迫使它改变这种状态.

2. 意义

(1)指出力不是维持物体运动的原因，而是改变物体运动状态的原因，即力是产生加速度的原因.

(2)指出了一切物体都有惯性，因此牛顿第一定律又称惯性定律.

3. 惯性

(1)定义：物体具有保持原来匀速直线运动状态或静止状态的性质.

(2)量度：质量是物体惯性大小的唯一量度，质量大的物体惯性大，质量小的物体惯性小.

(3)普遍性：惯性是物体的固有属性，一切物体都有惯性．与物体的运动情况和受力情况无关.

## 二、对牛顿第三定律的理解及应用

1. 内容：两个物体之间的作用力和反作用力总是大小相等、方向相反、作用在同一条直线上.

2. 意义：建立了相互作用物体之间的联系及作用力与反作用力的相互依赖关系.

## 三、牛顿第二定律和单位制

1. 牛顿第二定律

(1)内容：物体加速度的大小跟它受到的作用力成正比，跟物体的质量成反比，加速度的方向跟作用力的方向相同.

(2)表达式：$F_{合} = ma$

(3)适用范围

①牛顿第二定律只适用于惯性参考系，即相对地面静止或做匀速直线运动的参考系.

②牛顿第二定律只适用于宏观物体(相对于分子、原子)、低速运动(远小于光速)的情况.

2. 单位制

(1)单位制：基本单位和导出单位一起组成了单位制.

(2)基本单位：基本物理量的单位．力学中的基本物理量有三个，它们分别是质量、时间和长度，它们的国际单位分别是千克(kg)、秒(s)和米(m).

(3)导出单位：由基本物理量根据物理关系推导出来的其他物理量的单位.

**例 1**：伽利略根据小球在斜面上运动的实验和理想实验，提出了惯性的概念，从而奠定了牛顿力学的基础．早期物理学家关于惯性有下列说法，其中正确的是 ( )

A. 物体抵抗运动状态变化的性质是惯性

B. 没有力的作用，物体只能处于静止状态

C. 行星在圆周轨道上保持匀速率运动的性质是惯性

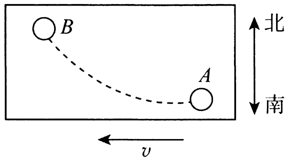
D. 运动物体如果没有受到力的作用，将继续以同一速度沿同一直线运动

**答案**：AD

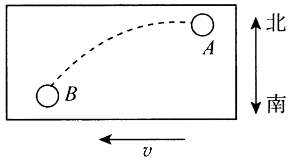
**解析**：惯性是物体保持原来运动状态不变的性质，故 A 对；根据惯性定律可知，没有力的作用，物体将保持原来的状态，即静止状态或者匀速直线运动状态，故 B 错；行星在圆轨道上的运动是变速运动，是在万有引力作用下的运动，故 C 错；运动物体如果不受力的作用，将保持原来的运动状态，即继续以同一速度沿着同一直线运动，故 D 对.

**例 2**:一列以速度 $v$ 匀速行驶的列车内有一水平桌面,桌面上 $A$ 处有一相对桌面静止的小球．由于列车运动状态的改变,车厢中的旅客发现小球沿如图(俯视图)中的虚线从 $A$ 点运动到 $B$ 点,则说明列车是减速且在向南拐弯的图是

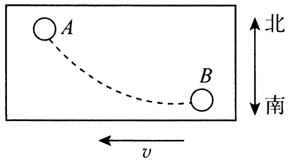
( )



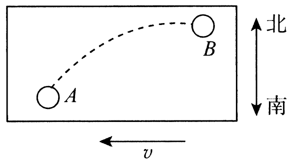

A




B




C



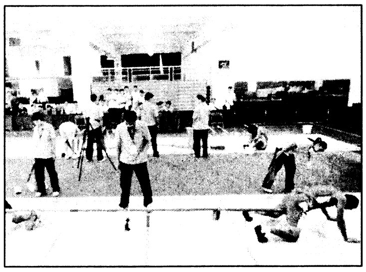

D

**答案**:A

**解析**:由于列车原来做匀速运动,小球和列车保持相对静止,现在列车要减速,由于惯性小球必向前运动,选项 C、D 错误;又因列车要向南拐弯,桌子跟着列车向南拐弯,而小球由于惯性要保持原来的运动状态,所以小球相对桌面向北运动,选项 A 正确,选项 B 错误.

**例 3**:如图所示,我国有一种传统的民族体育项目叫做"押加",实际上相当于两个人拔河．如果甲、乙两人在"押加"比赛中,甲获胜,则下列说法中正确的是

( )



A. 甲对乙的拉力大于乙对甲的拉力,所以甲获胜

B. 当甲把乙匀速拉过去时,甲对乙的拉力大小等于乙对甲的拉力大小

C. 当甲把乙加速拉过去时,甲对乙的拉力大小大于乙对甲的拉力大小

D. 甲对乙的拉力大小始终等于乙对甲的拉力大小

**答案**:BD

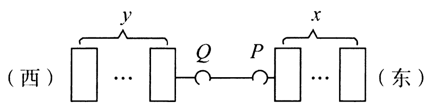
**解析**:物体的运动状态是由其自身的受力情况决定的,只有当物体所受的合力不为零时,物体的运动状态才会改变,不论物体处于何种状态,物体间的作用力与反作用力总是大小相等,方向相反,但由于它们作用在不同的物体上,其效果可以不同．甲加速前进的原因是甲受到的地面的摩擦力大小大于绳子对甲的拉力大小;乙加速后退的原因是绳子对乙的拉力大小大于乙受到的地面的摩擦力大小;但是,根据牛顿第三定律,甲对乙的拉力大小始终等于乙对甲的拉力大小,故选项 A、C 错误,选项 B、D 正确.

**例 4**:在一东西向的水平直铁轨上,停放着一列已用挂钩连接好的车厢．当机车在东边拉着这列车厢以大小为 $a$ 的加速度向东行驶时,连接某两相邻车厢的挂钩 $P$ 和 $Q$ 间的拉力大小为 $F$;当机车在西边拉着车厢以大小为 $\frac{2}{3}a$ 的加速度向西行驶时,$P$ 和 $Q$ 间的拉力大小仍为 $F$. 不计车厢与铁轨间的摩擦,每节车厢质量相同,则这列车厢的节数可能为

( )

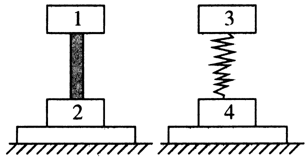
A. 8　　B. 10　　C. 15　　D. 18

**答案**:BC




**解析**:如图所示,假设挂钩 $P$、$Q$ 东边有 $x$ 节车厢,西边有 $y$ 节车厢,每节车厢质量为 $m$. 当向东行驶时,以 $y$ 节车厢为研究对象,则有 $F = yma$;当向西行驶时,以 $x$ 节车厢为研究对象,则有 $F = \frac{2}{3}xma$,联立两式有 $y = \frac{2}{3}x$. 可见,列车总节数 $N = x + y = \frac{5}{3}x$,设 $x = 3n$($n = 1,2,3,\cdots$),则 $N = 5n$,故可知选项 B、C 正确.

**例 5**：如图所示，物块 1、2 间用刚性轻质杆连接，物块 3、4 间用轻质弹簧相连，物块 1、3 质量为 $m$，物块 2、4 质量为 $M$，两个系统均置于水平放置的光滑木板上，并处于静止状态. 现将两木板沿水平方向突然抽出，设抽出后的瞬间，物块 1、2、3、4 的加速度大小分别为 $a_1$、$a_2$、$a_3$、$a_4$. 重力加速度大小为 $g$，则有　　（　　）




A. $a_1=a_2=a_3=a_4=0$

B. $a_1=a_2=a_3=a_4=g$

C. $a_1=a_2=g, a_3=0, a_4=\dfrac{m+M}{M}g$

D. $a_1=g, a_2=\dfrac{m+M}{M}g, a_3=0, a_4=\dfrac{m+M}{M}g$

**答案**：C

**解析**：在抽出木板的瞬时，物块 1、2 与刚性轻杆接触处的形变立即消失，受到的合力均等于各自重力，所以由牛顿第二定律知 $a_1=a_2=g$；而物块 3、4 间的轻弹簧的形变还来不及改变，此时弹簧对物块 3 向上的弹力大小和对物块 4 向下的弹力大小仍为 $mg$，因此物块 3 满足 $mg=F, a_3=0$；由牛顿第二定律得物块 4 满足 $a_4=\dfrac{F+Mg}{M}=\dfrac{m+M}{M}g$，所以选项 C 正确.

# 九　牛顿第二定律的应用(1)

## 一、应用牛顿第二定律解题的常用方法

1. 矢量合成法:若物体只受两个力作用,应用平行四边形定则求这两个力的合力,再由牛顿第二定律求出物体加速度的大小,加速度的方向就是物体所受合外力的方向.

2. 正交分解法:正交分解法是把一个矢量分解在两个互相垂直的坐标轴上的方法,是一种常用的矢量运算方法. 其实质是将复杂的矢量运算转化为简单的代数运算,方便解题,它是解牛顿运动定律题目最基本的方法. 物体在受到三个或三个以上的不在同一直线上的力作用时,一般用正交分解法.

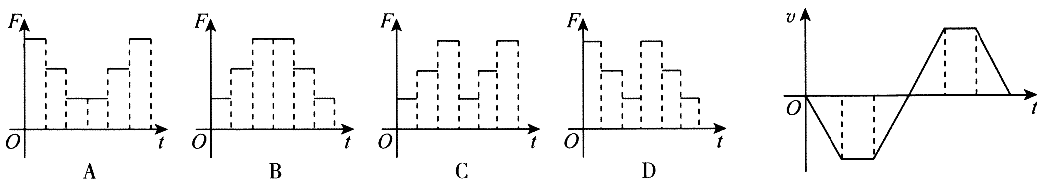
## 二、超重和失重的理解和应用

1. 不论超重、失重或完全失重,物体的重力都不变,只是“视重”改变.

2. 物体是否处于超重或失重状态,不在于物体向上运动还是向下运动,而在于物体具有向上的加速度还是向下的加速度,这也是判断物体超重或失重的根本所在.

3. 当物体处于完全失重状态时,重力只有使物体产生 $a=g$ 的加速度效果,不再有其他效果. 此时,平常一切由重力产生的物理现象都会完全消失,如单摆停摆、天平失效、液体不再产生压强和浮力等.

**例 1**:若货物随升降机运动的 $v-t$ 图象如图所示(竖直向上为正),则货物受到升降机的支持力 $F$ 与时间 $t$ 关系的图象可能是　　(　　)




**答案**:B

**解析**:由 $v-t$ 图象可知,升降机的运动过程为:向下加速(失重:$F<mg$)→向下匀速($F=mg$)→向下减速(超重:$F>mg$)→向上加速(超重:$F>mg$)→向上匀速($F=mg$)→向上减速(失重:$F<mg$),对照 $F-t$ 图象可知,选项 B 正确.

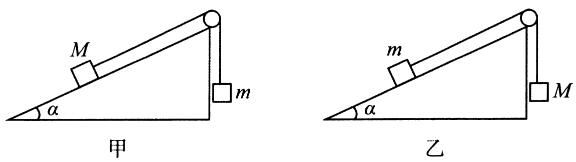
**例 2**:质量分别为 $M$ 和 $m$ 的物块形状大小均相同,将它们通过轻绳跨过光滑定滑轮连接,如图甲所示,绳子平行于倾角为 $\alpha$ 的斜面,$M$ 恰好能静止在斜面上,不考虑 $M$、$m$ 与斜面之间的摩擦. 若互换两物块位置,按图乙放置,然后释放 $M$,斜面仍保持静止. 则下列说法正确的是　　(　　)

A. 轻绳的拉力等于 $Mg$

B. 轻绳的拉力等于 $mg$

C. $M$ 运动的加速度大小为 $(1-\sin\alpha)g$

D. $M$ 运动的加速度大小为 $\dfrac{(M-m)g}{M}$




**答案**:BCD

**解析**:互换位置前,轻绳的拉力等于 $mg$,$M$ 静止在斜面上,则有:$Mg\sin\alpha=mg$,互换位置后,对 $M$ 有:$Mg-F=Ma$,对 $m$ 有 $F'-mg\sin\alpha=ma$,又 $F'=F$,解得:$F=mg$,$a=\dfrac{(M-m)g}{M}=(1-\sin\alpha)g$,故选项 A 错误,选项 B、C、D 正确.

# 十　牛顿第二定律的应用(2)

## 考点：整体法与隔离法求解动力学连接体问题

连接体问题涉及多个物体的运动，各物体既相互独立，又通过内力相互联系．处理连接体问题时，整体法与隔离法往往交叉使用，一般思路是：

1. 求内力时，先用整体法求加速度，再用隔离法求物体间的作用力.

2. 求外力时，先用隔离法求加速度，再用整体法求整体受到的外力.

3. 整体法的选取原则及步骤

(1)当只涉及研究系统而不涉及系统内某些物体的受力和运动情况时，一般采用整体法.

(2)运用整体法解题的基本步骤：

明确所研究系统和运动的全过程 → 画出系统整体的受力图或运动全过程的示意图 → 选用适当的物理规律列方程求解

4. 隔离法的选取原则及步骤

(1)当涉及系统(连接体)内某个物体的受力和运动情况时，一般采用隔离法.

(2)运用隔离法解题的基本步骤

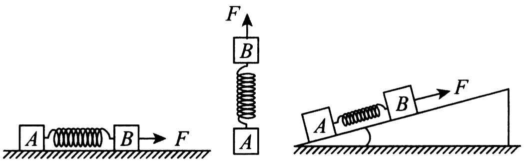
①明确研究对象或过程、状态.

②将某个研究对象或某段运动过程、某个状态从系统或全过程中隔离出来.

③画出某状态下的受力图或运动过程示意图.

④选用适当的物理规律列方程求解.

**例 1**：质量分别为 $m$ 和 $2m$ 的物块 $A$、$B$ 用轻弹簧相连，设两物块与接触面间的动摩擦因数都相同．当用水平力 $F$ 作用于 $B$ 上且两物块在粗糙的水平面上共同向右加速运动时，弹簧的伸长量为 $x_1$，如图甲所示；当用同样大小的力 $F$ 竖直共同加速提升两物块时，弹簧的伸长量为 $x_2$，如图乙所示；当用同样大小的力 $F$ 沿固定斜面向上拉两物块使之共同加速运动时，弹簧的伸长量为 $x_3$，如图丙所示，则 $x_1:x_2:x_3$ 等于（　　）




甲　　乙　　丙

A. 1∶1∶1　　B. 1∶2∶3　　C. 1∶2∶1　　D. 无法确定

**答案**：A

**解析**：甲图，对整体研究，根据牛顿第二定律得：$F-3\mu mg=3ma_1$

$$a_1=\frac{F-3\mu mg}{3m}=\frac{F}{3m}-\mu g$$

对 $A$：$kx_1-\mu mg=ma_1$，$a_1=\frac{kx_1-\mu mg}{m}=\frac{kx_1}{m}-\mu g$，解得：$x_1=\frac{F}{3k}$.

乙图，对整体研究，根据牛顿第二定律得：$F-3mg=3ma_2$

$$a_2=\frac{F-3mg}{3m}=\frac{F}{3m}-g$$

对 $A$：$kx_2-mg=ma_2$，$a_2=\frac{kx_2-mg}{m}=\frac{kx_2}{m}-g$，解得：$x_2=\frac{F}{3k}$.

丙图，对整体研究，根据牛顿第二定律得：

$$a_3=\frac{F-3mg\sin\theta-3\mu mg\cos\theta}{3m}=\frac{F}{3m}-g\sin\theta-\mu g\cos\theta$$

对 $A$：$kx_3-mg\sin\theta-\mu mg\cos\theta=ma_3$

解得 $x_3=\frac{F}{3k}$，则 $x_1:x_2:x_3=1:1:1$，故选项 A 正确，选项 B、C、D 错误.

**例 2**:如图 1 所示,两滑块 $A$、$B$ 用细线跨过定滑轮相连,$B$ 距地面一定高度,$A$ 可在细线牵引下沿足够长的粗糙斜面向上滑动.已知 $m_A=2\ \text{kg}$,$m_B=4\ \text{kg}$,斜面倾角 $\theta=37°$.某时刻由静止释放 $A$,测得 $A$ 沿斜面向上运动的 $v-t$ 图象如图 2 所示.已知 $g=10\ \text{m/s}^2$,$\sin 37°=0.6$,$\cos 37°=0.8$.求:

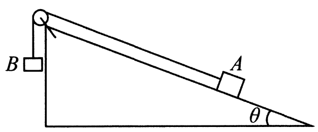


图 1

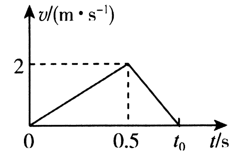


图 2

(1)$A$ 与斜面间的动摩擦因数;

(2)$A$ 沿斜面向上滑动的最大位移.

**答案**:(1)0.25　(2)0.75 m

**解析**:(1)在 0~0.5 s 内,根据图象,$A$、$B$ 系统的加速度为 $a_1=\dfrac{2}{0.5}\ \text{m/s}^2=4\ \text{m/s}^2$

对 $A$、$B$ 系统受力分析,由牛顿第二定律有:$m_Bg-m_Ag\sin\theta-\mu m_Ag\cos\theta=(m_A+m_B)a_1$

解得:$\mu=0.25$.

(2)$B$ 落地后,$A$ 减速上滑,由牛顿第二定律有:$m_Ag\sin\theta+\mu m_Ag\cos\theta=m_Aa_2$

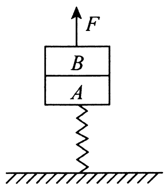
将已知量代入,可得:$a_2=8\ \text{m/s}^2$

故 $A$ 减速向上滑动的位移为 $x_2=\dfrac{v_2^2}{2a_2}=0.25\ \text{m}$

0~0.5 s 内 $A$ 加速向上滑动的位移为 $x_1=\dfrac{v_2^2}{2a_1}=0.5\ \text{m}$

所以 $A$ 上滑的最大位移为 $x=x_1+x_2=0.75\ \text{m}$.

**例 3**:如图所示,质量都为 $m$ 的 $A$、$B$ 两物体叠放在竖直弹簧上并保持静止,用大小等于 $mg$ 的恒力 $F$ 向上拉 $B$,运动距离 $h$ 时 $B$ 与 $A$ 分离.则下列说法中正确的是　(　　)




A. $B$ 和 $A$ 刚分离时,弹簧为原长

B. $B$ 和 $A$ 刚分离时,它们的加速度为 $g$

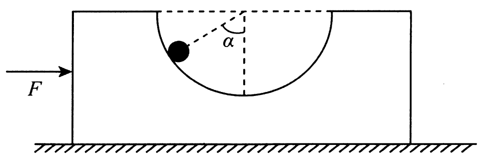
C. 弹簧的劲度系数等于 $\dfrac{mg}{h}$

D. 在 $B$ 与 $A$ 分离之前,它们做匀加速运动

**答案**:C

**解析**:在施加外力 $F$ 前,对 $A$、$B$ 整体受力分析可得 $2mg=kx_1$,$A$、$B$ 两物体分离时,$B$ 物体受力平衡,两者加速度恰好为零,选项 A、B 错误;对物体 $A$,$mg=kx_2$,由于 $x_1-x_2=h$,所以弹簧的劲度系数为 $k=\dfrac{mg}{h}$,选项 C 正确;在 $B$ 与 $A$ 分离之前,由于弹簧弹力逐渐减小,它们的加速度逐渐减小,选项 D 错误.

**例 4**:如图所示,质量为 $M$、中空为半球形的光滑凹槽放置于光滑水平地面上,光滑槽内有一质量为 $m$ 的小铁球,现用一水平向右的推力 $F$ 推动凹槽,小铁球与光滑凹槽相对静止时,凹槽圆心和小铁球的连线与竖直方向成 $\alpha$ 角,则下列说法正确的是　(　　)




A. 小铁球受到的合外力方向水平向左

B. 凹槽对小铁球的支持力为 $\dfrac{mg}{\sin\alpha}$

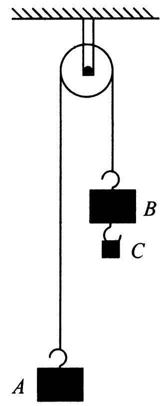
C. 系统的加速度为 $a=g\tan\alpha$

D. 推力 $F=Mg\tan\alpha$

**答案**:C

**解析**:根据小铁球与光滑凹槽相对静止的状态可知,系统有向右的加速度,小铁球受到的合外力方向水平向右,凹槽对小铁球的支持力为 $\dfrac{mg}{\cos\alpha}$,A、B 错误.小球所受合外力为 $mg\tan\alpha$,加速度 $a=g\tan\alpha$,推力 $F=(m+M)g\tan\alpha$,C 正确,D 错误.

**例 5**：如图所示的装置叫做阿特伍德机，是阿特伍德创造的一种著名力学实验装置，用来研究匀变速直线运动的规律．绳子两端的物体下落（或上升）的加速度总是小于自由落体时的加速度 $g$，同自由落体相比，下落相同的高度，所花费的时间更长，这使得实验者有足够的时间从容地观测、研究实验现象．已知物体 $A$、$B$ 的质量相等均为 $M$，物体 $C$ 的质量为 $m$，轻绳与轻滑轮间的摩擦不计，绳子不可伸长．如果 $m=\frac{1}{4}M$，求：




(1)物体 $B$ 从静止开始下落一段距离所用的时间与其自由落体下落同样的距离所用时间的比值；

(2)系统由静止释放后，运动过程中物体 $C$ 对物体 $B$ 的拉力．

**答案**：(1)3　(2) $\frac{8}{9}mg$，方向竖直向下

**解析**：(1)设物体的加速度大小为 $a$，绳子中的张力大小为 $F$.

对物体 $A$：$F-Mg=Ma$

对物体 $B$、$C$ 整体：$(M+m)g-F=(M+m)a$

解得：$a=\frac{m}{2M+m}g$，代入 $m=\frac{1}{4}M$ 得：$a=\frac{g}{9}$.

物体 $B$ 从静止开始下落一段距离 $h$ 历时 $t$，则 $h=\frac{1}{2}at^2$，

自由落体相同距离历时 $t_0$，则 $h=\frac{1}{2}g{t_0}^2$，

解得：$\frac{t}{t_0}=\sqrt{\frac{g}{a}}=3$.

(2)设物体 $B$ 对物体 $C$ 的拉力为 $T$，对物体 $C$ 有：$mg-T=ma$

解得：$T=\frac{8}{9}mg$.

由牛顿第三定律，物体 $C$ 对物体 $B$ 的拉力为 $\frac{8}{9}mg$，方向竖直向下．

# 十一　动力学中的典型“模型”

## 一、动力学中的“滑块、滑板”模型

1. 模型特点：涉及两个物体，并且物体间存在相对滑动.

2. 两种位移关系：滑块由滑板的一端运动到另一端的过程中，若滑块和滑板同向运动，位移之差等于板长；反向运动时，位移之和等于板长.

3. 解题思路

(1)审题建模：求解时应先仔细审题，清楚题目的含义、分析清楚每一个物体的受力情况、运动情况.

(2)求加速度：准确求出各物体在各运动过程的加速度(注意两过程的连接处加速度可能突变).

(3)明确关系：找出物体之间的位移(路程)关系或速度关系是解题的突破口．求解中更应注意联系两个过程的纽带，每一个过程的末速度是下一个过程的初速度.

## 二、动力学中的“传送带”模型

1. 传送带的基本类型

(1)按放置可分为：水平(如图 a)、倾斜(如图 b、图 c)、水平与倾斜组合；

(2)按转向可分为：顺时针、逆时针.

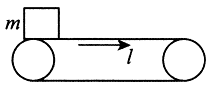


图 a

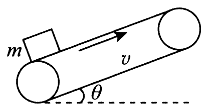


图 b

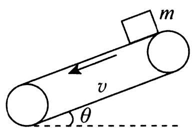
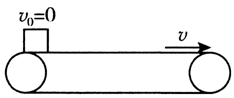
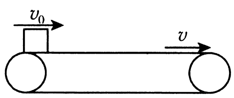
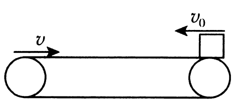


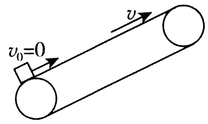
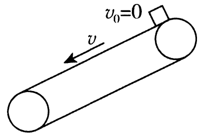
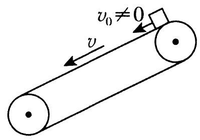
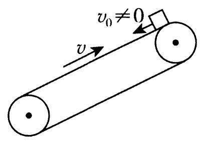
图 c

2. 传送带问题的特征

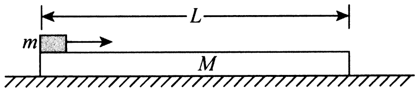
(1)水平传送带

| 项目 | 图示 | 滑块可能的运动情况 |
| --- | --- | --- |
| 情景 1 |   | (1)可能一直加速<br>(2)可能先加速后匀速 |
| 情景 2 |   | (1)$v_0>v$ 时，可能一直减速，也可能先减速再匀速<br>(2)$v_0<v$ 时，可能一直加速，也可能先加速再匀速 |
| 情景 3 |   | (1)传送带较短时，滑块一直减速到达左端<br>(2)传送带较长时，滑块还要被传送带传回右端．其中 $v_0>v$ 返回时速度为 $v$，当 $v_0<v$ 返回时速度为 $v_0$ |

(2)倾斜传送带

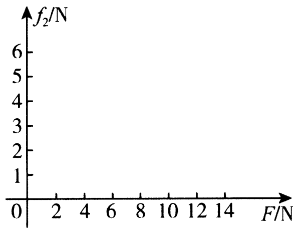
| 项目 | 图示 | 滑块可能的运动情况 |
|---|---|---|
| 情景 1 |  | (1)可能一直加速<br>(2)可能先加速后匀速 |
| 情景 2 |  | (1)可能一直加速<br>(2)可能先加速后匀速<br>(3)可能先以 $a_1$ 加速后再以 $a_2$ 加速，且 $a_1>a_2$ |
| 情景 3 |  | (1)可能一直加速<br>(2)可能一直匀速<br>(3)可能先加速后匀速<br>(4)可能先减速后匀速<br>(5)可能先以 $a_1$ 加速后再以 $a_2$ 加速<br>(6)可能一直减速 |
| 情景 4 |  | (1)可能一直加速<br>(2)可能一直匀速<br>(3)可能先减速后反向加速<br>(4)可能一直减速 |

**例 1**：如图所示，质量 $M=1$ kg 的木板静止在粗糙的水平地面上，木板与地面间的动摩擦因数 $\mu_1=0.1$，在木板的左端放置一个质量 $m=1$ kg、大小可以忽略的铁块，铁块与木板间的动摩擦因数 $\mu_2=0.4$，取 $g=10\ \text{m/s}^2$，试求：




(1)若木板长 $L=1$ m，在铁块上加一个水平向右的恒力 $F=8$ N，经过多长时间铁块运动到木板的右端？

(2)若在铁块的右端施加一个大小从零开始连续增加的水平向右的力 $F$，通过分析和计算后，请在图中画出铁块受到木板的摩擦力 $f_2$ 随拉力 $F$ 大小变化的图象.(设木板足够长)




**答案**：(1)1 s　(2)见解析

**解析**：(1)铁块的加速度大小 $a_1=\dfrac{F-\mu_2 mg}{m}=4\ \text{m/s}^2$

木板的加速度大小 $a_2=\dfrac{\mu_2 mg-\mu_1(M+m)g}{M}=2\ \text{m/s}^2$

设经过时间 $t$ 铁块运动到木板的右端，

则有 $\dfrac{1}{2}a_1t^2-\dfrac{1}{2}a_2t^2=L$，解得：$t=1$ s.

(2)①当 $F\leqslant\mu_1(M+m)g=2$ N 时，$M$、$m$ 相对静止且对地静止，$f_2=F$.

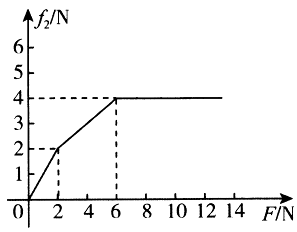
②二者相对静止时，以系统为研究对象，根据牛顿第二定律有 $F-\mu_1(M+m)g=(M+m)a$. 此时系统的加速度 $a\leqslant2\ \text{m/s}^2$，解得 $F_1\leqslant6$ N，所以当 2 N $<F\leqslant6$ N 时，$M$、$m$ 相对静止，系统向右做匀加速运动，其加速度 $a=\dfrac{F-\mu_1(M+m)g}{M+m}$.

以 $M$ 为研究对象，根据牛顿第二定律有：

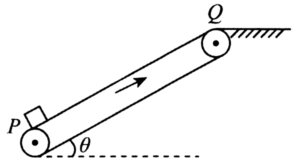
$f_2-\mu_1(M+m)g=Ma$，解得：$f_2=\dfrac{1}{2}F+1$.

③当 $F>6$ N，$M$、$m$ 发生相对运动，$f_2=\mu_2 mg=4$ N.

画出 $F_2$ 随拉力 $F$ 大小变化的图象如图所示.



**例 2**：如图所示，绷紧的传送带始终以 2 m/s 的速度匀速斜向上运行，传送带与水平方向间的夹角 $\theta=30°$. 现把质量为 10 kg 的工件轻轻地放在传送带底端 $P$ 处，由传送带传送至顶端 $Q$ 处．已知 $P$、$Q$ 之间的距离为 4 m，工件与传送带间的动摩擦因数 $\mu=\frac{\sqrt{3}}{2}$，取 $g=10\ m/s^2$.




(1)通过计算说明工件在传送带上做什么运动；

(2)求工件从 $P$ 点运动到 $Q$ 点所用的时间.

**答案**：(1)见解析　(2)2.4 s

**解析**：(1)对工件进行受力分析，由牛顿第二定律得：

$\mu mg\cos\theta-mg\sin\theta=ma$,

代入数值得：$a=2.5\ m/s^2$.

则其速度达到传送带速度时发生的位移为 $x_1=\frac{v^2}{2a}=\frac{2^2}{2\times2.5}\ m=0.8\ m<4\ m$.

因为 $Mmg\ \cos\theta>mg\ \sin\theta$,

所以工作的速度达到 2 m/s 以后做匀速运动.

工件匀速运动的位移 $x_2=x-x_1=4\ m-0.8\ m=3.2\ m$.

可见工件先匀加速运动 0.8 m，然后匀速运动 3.2 m.

(2)匀加速时，由 $x_1=\frac{v}{2}t_1$ 得 $t_1=0.8\ s$,

匀速时 $t_2=\frac{x_2}{v}=\frac{3.2}{2}\ s=1.6\ s$,

所以工件从 $P$ 点运动到 $Q$ 点所用的时间为 $t=t_1+t_2=2.4\ s$.

# 十二　运动的合成与分解

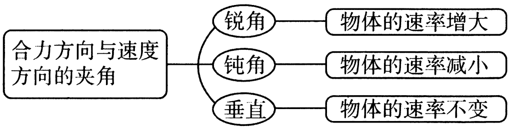
## 一、物体做曲线运动的条件与轨迹分析

1. 运动轨迹的判断

(1)若物体所受合力方向与速度方向在同一直线上,则物体做直线运动.

(2)若物体所受合力方向与速度方向不在同一直线上,则物体做曲线运动.

2. 合力方向与速率变化的关系




## 二、运动的合成与分解的应用

1. 合运动与分运动的关系

| | |
|---|---|
| 等时性 | 各个分运动与合运动总是同时开始,同时结束,经历时间相等(不同时的运动不能合成) |
| 等效性 | 各分运动叠加起来与合运动有相同的效果 |
| 独立性 | 一个物体同时参与几个运动,其中的任何一个分运动都会保持其运动性质不变,并不会受其他分运动的干扰.虽然各分运动互相独立,但是合运动的性质和轨迹由它们共同决定 |

092605464-2019

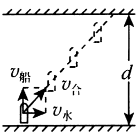
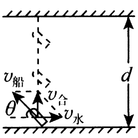
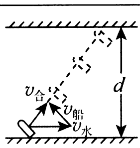
2. 运动的合成与分解的运算法则:运动的合成与分解是指描述运动的各物理量,即位移、速度、加速度的合成与分解,由于它们均是矢量,故合成与分解都遵守平行四边形定则.

3. 合运动的性质和轨迹的判断

(1)若合加速度不变,则为匀变速运动;若合加速度(大小或方向)变化,则为非匀变速运动.

(2)若合加速度的方向与合初速度的方向在同一直线上,则为直线运动,否则为曲线运动.

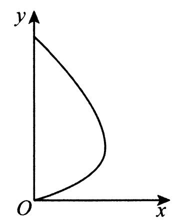
## 三、小船渡河问题

| | | |
|---|---|---|
| 渡河时间最短 |  | 当船头方向垂直于河岸时,渡河时间最短,最短时间 $t_{min}=\dfrac{d}{v_{船}}$ |
| 渡河位移最短 |  | 如果 $v_{船}>v_{水}$,当船头方向与上游夹角 $\theta$ 满足 $v_{船}\cos\theta=v_{水}$ 时,合速度垂直于河岸,渡河位移最短,等于河宽 $d$ |
| |  | 如果 $v_{船}<v_{水}$,当船头方向(即 $v_{船}$ 方向)与合速度方向垂直时,渡河位移最短,等于$\dfrac{dv_{水}}{v_{船}}$ |

## 四、绳(杆)端速度分解问题

两物体通过绳(杆)相牵连,当两物体都发生运动时,两物体的速度往往不相等,但因绳(杆)的长度是不变的,因此两物体的速度沿绳(杆)方向的分速度是大小相等的.

**例 1**:一质点在 $xOy$ 平面内的运动轨迹如图所示,下列判断正确的是 ( )




A. 质点沿 $x$ 轴方向可能做匀速运动

B. 质点沿 $y$ 轴方向可能做变速运动

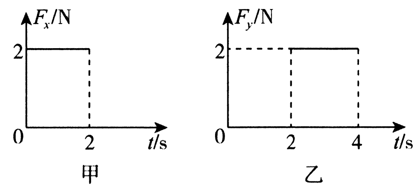
C. 若质点沿 $y$ 轴方向始终匀速运动,则沿 $x$ 轴方向可能先加速后减速

D. 若质点沿 $y$ 轴方向始终匀速运动,则沿 $x$ 轴方向可能先减速后加速

**答案**:BD

**解析**:质点做曲线运动,合力大致指向轨迹凹侧,即加速度大致指向轨迹凹侧,由题图可知加速度方向指向弧内,不可能沿 $y$ 轴方向,$x$ 轴方向有加速度分量,所以沿 $x$ 轴方向上,质点不可能做匀速运动,$y$ 轴方向可能有加速度分量,故质点沿 $y$ 轴方向可能做变速运动,A 错误,B 正确;质点在 $x$ 轴方向先沿正方向运动,后沿负方向运动,最终在 $x$ 轴方向上的位移为零,所以质点沿 $x$ 轴方向不能一直加速,也不能先加速后减速,只能先减速后反向加速,C 错误,D 正确.

**例 2**:在一个光滑水平面内建立平面直角坐标系 $xOy$,质量为 1 kg 的物体原来静止在坐标原点 $O(0,0)$,$t=0$ 时受到如图所示随时间变化的外力作用,图甲中 $F_x$ 表示沿 $x$ 轴方向的外力,图乙中 $F_y$ 表示沿 $y$ 轴方向的外力,下列描述正确的是 ( )




A. 0～4 s 内物体的运动轨迹是一条直线

B. 0～4 s 内物体的运动轨迹是一条抛物线

C. 前 2 s 内物体做匀加速直线运动,后 2 s 内物体做匀加速曲线运动

D. 前 2 s 内物体做匀加速直线运动,后 2 s 内物体做匀速圆周运动

**答案**:C

**解析**:0～2 s 内物体沿 $x$ 轴方向做初速度为零的匀加速直线运动,2 s 时受沿 $y$ 轴方向的恒力作用,与速度方向垂直,故 2～4 s 内物体做类平抛运动,C 项正确.

**例 3**:一小船过河时,船头与上游河岸夹角为 $\alpha$,其航线恰好垂直于河岸,已知小船在静水中的速度为 $v$,现水流速度稍有增大,为保持航线不变,且能准时到达河对岸,下列措施中可行的是 ( )

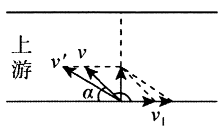
A. 减小 $\alpha$ 角,减小船速 $v$

B. 减小 $\alpha$ 角,增大船速 $v$

C. 增大 $\alpha$ 角,增大船速 $v$

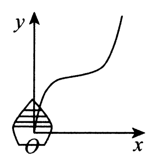
D. 增大 $\alpha$ 角,减小船速 $v$

**答案**:B




**解析**:由题意可知,小船相对水的速度为 $v$,其航线恰好垂直于河岸,如图所示,当水流速度 $v_1$ 稍有增大,为保持航线不变,且准时到达对岸,则船速变化如图 $v'$ 所示,可知 B 正确.

**例 4**:一小船船头垂直对岸($y$ 轴正方向)以相对静水的恒定速度过河,水流方向沿 $x$ 轴正方向,运动轨迹如图,下列关于水流速率判断正确的是 ( )




A. 河中各处水流速率处处相同

B. 离两边河岸越远水流速率越大

C. 沿 $y$ 轴正方向水流速率越来越小

D. 沿 $y$ 轴正方向水流速率越来越大

**答案**:B

**解析**:小船参与了船在静水中的运动和随水漂流的运动,在垂直河岸的方向上是匀速直线运动,在相同的时间间隔内,在垂直河岸方向上的位移是相同的;在沿着河岸的方向上,在相等的时间间隔内位移先逐渐增大后逐渐减小,即水流的速率先增大后减小,离两边河岸越远水流速率越大,B 选项正确.

# 十三　抛体运动

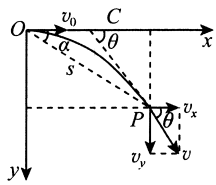
## 考点一：平抛运动

1. 定义：以一定的初速度沿水平方向抛出的物体只在重力作用下的运动.

2. 性质：平抛运动是加速度为 $g$ 的匀加速曲线运动，其运动轨迹是抛物线.

3. 平抛运动的条件：(1) $v_0 \neq 0$，沿水平方向；(2)只受重力作用.

4. 研究方法：平抛运动可以分解为水平方向的匀速直线运动和竖直方向的匀变速直线运动.




5. 基本规律(如图所示)

(1)速度关系

水平方向：$v_x = v_0$
竖直方向：$v_y = gt$
合速度 →
大小：$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$
方向：$\tan\theta = \dfrac{v_y}{v_x} = \dfrac{gt}{v_0}$

(2)位移关系

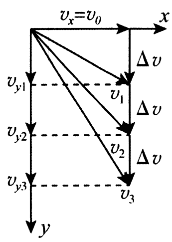
水平方向：$x = v_0 t$
竖直方向：$y = \dfrac{1}{2}gt^2$
合位移 →
大小：$s = \sqrt{x^2 + y^2}$
方向：$\tan\alpha = \dfrac{y}{x} = \dfrac{gt}{2v_0}$

(3)轨迹方程：$y = \dfrac{g}{2v_0^2}x^2$.

(4)飞行时间：由 $t = \sqrt{\dfrac{2h}{g}}$ 知，飞行时间取决于下落高度 $h$，与初速度 $v_0$ 无关.

(5)水平射程：$x = v_0 t = v_0\sqrt{\dfrac{2h}{g}}$，即水平射程由初速度 $v_0$ 和下落高度 $h$ 共同决定.

(6)落地速度：$v = \sqrt{v_0^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$，落地时速度与水平方向夹角为 $\theta$，有 $\tan\theta = \dfrac{v_y}{v_x} = \dfrac{\sqrt{2gh}}{v_0}$. 故落地速度只与初速度 $v_0$ 和下落高度 $h$ 有关.

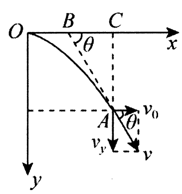



(7)速度改变量：做平抛运动的物体在任意相等时间间隔 $\Delta t$ 内的速度改变量 $\Delta v = g\Delta t$ 相同，方向恒为竖直向下，如图所示.

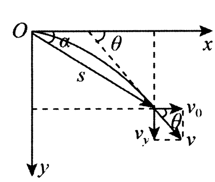
(8)两个重要推论

①做平抛(或类平抛)运动的物体任一时刻的瞬时速度的反向延长线一定通过此时水平位移的中点，如图甲所示，$B$ 是 $OC$ 的中点.

②做平抛(或类平抛)运动的物体在任一时刻任一位置处，设其速度方向与水平方向的夹角为 $\theta$，位移与水平方向的夹角为 $\alpha$，则 $\tan\theta = 2\tan\alpha$.



甲



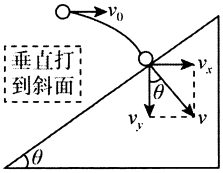
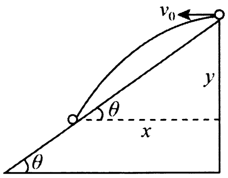
乙

## 考点二：与斜面相关的平抛运动的两种模型

1. 物体从空中抛出落在斜面上.

2. 从斜面上抛出落在斜面上.

两种模型对比

| 方法 | 内容 | 斜面 | 总结 |
|---|---|---|---|
| 分解速度 | 水平：$v_x=v_0$<br>竖直：$v_y=gt$<br>合速度：<br>$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}$ |  | 分解速度，构建速度三角形 |
| 分解位移 | 水平：$x=v_0t$<br>竖直：$y=\frac{1}{2}gt^2$<br>合位移：<br>$s_合=\sqrt{x^2+y^2}$ |  | 分解位移，构建位移三角形 |

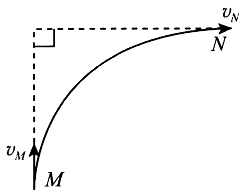
## 考点三：斜抛运动

1. 定义：将物体以初速度 $v_0$ 沿斜向上方或斜向下方抛出，物体只在重力作用下的运动.

2. 性质：加速度为重力加速度 $g$ 的匀变速曲线运动，轨迹是抛物线.

3. 研究方法：斜抛运动可以看做水平方向的匀速直线运动和竖直方向的匀变速直线运动的合运动.

**例 1**：如图所示，一物体在水平恒力的作用下沿光滑水平面做曲线运动，当物体从 $M$ 点运动 $N$ 点时，其速度方向恰好改变了 90°，则物体从 $M$ 点运动 $N$ 点的运动过程中，物体的速度将（　　）



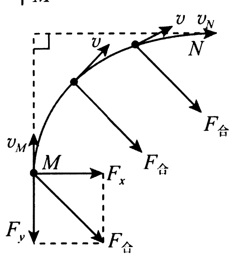

A. 不断增大

B. 不断减小

C. 先增大后减小

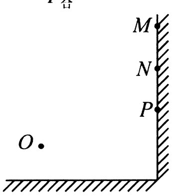
D. 先减小后增大

**答案**：D




**解析**：物体在 $v_M$ 的方向上速度由 $v_M$ 减小到零，物体在该方向上受到合力 $F_y$ 如图所示，物体在 $v_N$ 的方向上速度由零增大到 $v_N$，物体在该方向上受到合力 $F_x$ 如图所示，根据平行四边形定则可得：物体的合力 $F_合$ 如图所示，物体的合力和速度方向的夹角由钝角变为锐角，物体的速度先减小后增大，选项 D 正确.

**例 2**：如图所示，一演员表演飞刀绝技，由 $O$ 点先后抛出完全相同的 3 把飞刀，分别依次垂直打在竖直木板 $M$、$N$、$P$ 三点上．假设不考虑飞刀的转动，并可将其视为质点，已知 $O$、$M$、$N$、$P$ 四点距离水平地面高度分别为 $h$、$4h$、$3h$、$2h$，以下说法正确的是（　　）




A. 3 把飞刀在击中板时动能相同

B. 到达 $M$、$N$、$P$ 三点的飞行时间之比为 $1:\sqrt{2}:\sqrt{3}$

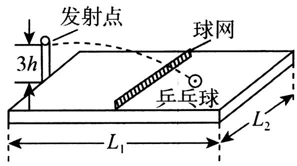
C. 到达 $M$、$N$、$P$ 三点的初速度的竖直分量之比为 $\sqrt{3}:\sqrt{2}:1$

D. 设到达 $M$、$N$、$P$ 三点，抛出飞刀的初速度与水平方向夹角分别为 $\theta_1$、$\theta_2$、$\theta_3$，则有 $\theta_1>\theta_2>\theta_3$

**答案**：CD

**解析**：将运动逆向看，可视为 3 个平抛运动且到达 $O$ 点时水平位移相等．由 $H=\frac{1}{2}gt^2$ 得：$t=\sqrt{\frac{2H}{g}}$，则到达 $M$、$N$、$P$ 三点的飞行时间之比为 $\sqrt{3}:\sqrt{2}:1$，选项 B 错误；在水平方向有 $L=v_Mt_1=v_Nt_2=v_Pt_3$，由 $E_k=\frac{1}{2}mv^2$ 知：3 把飞刀在击中板时打在 $M$ 点处的动能最小，打在 $P$ 点处的动能最大，选项 A 错误；由 $v_y=gt$ 可知到达 $M$、$N$、$P$ 三点的初速度的竖直分量之比为 $\sqrt{3}:\sqrt{2}:1$，选项 C 正确；作出抛体运动的轨迹，可知 $\theta_1>\theta_2>\theta_3$，选项 D 正确.

**例 3**：一带有乒乓球发射机的乒乓球台如图所示．水平台面的长和宽分别为 $L_1$ 和 $L_2$，中间球网高度为 $h$. 发射机安装于台面左侧边缘的中点，能以不同速率向右侧不同方向水平发射乒乓球，发射点距台面高度为 $3h$. 不计空气的作用，重力加速度大小为 $g$. 若乒乓球的发射速率 $v$ 在某范围内，通过选择合适的方向，就能使乒乓球落到球网右侧台面上，则 $v$ 的最大取值范围是　　（　　）




A. $\frac{L_1}{2}\sqrt{\frac{g}{6h}}<v<L_1\sqrt{\frac{g}{6h}}$

B. $\frac{L_1}{4}\sqrt{\frac{g}{h}}<v<\sqrt{\frac{(4L_1^2+L_2^2)g}{6h}}$

C. $\frac{L_1}{2}\sqrt{\frac{g}{6h}}<v<\frac{1}{2}\sqrt{\frac{(4L_1^2+L_2^2)g}{6h}}$

D. $\frac{L_1}{4}\sqrt{\frac{g}{h}}<v<\frac{1}{2}\sqrt{\frac{(4L_1^2+L_2^2)g}{6h}}$

**答案**：D

**解析**：设以速率 $v_1$ 发射乒乓球，经过时间 $t_1$ 球刚好通过球网正中上方．

则竖直方向上有 $3h-h=\frac{1}{2}gt_1^2$ ①水平方向上有 $\frac{L_1}{2}=v_1t_1$ ②

由①②两式可得 $v_1=\frac{L_1}{4}\sqrt{\frac{g}{h}}$.

设以速率 $v_2$ 发射乒乓球，经过时间 $t_2$ 刚好落到球网右侧台面的两角处，

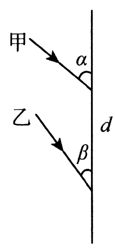
在竖直方向有 $3h=\frac{1}{2}gt_2^2$ ③

在水平方向有 $\sqrt{\left(\frac{L_2}{2}\right)^2+L_1^2}=v_2t_2$ ④

由③④两式可得 $v_2=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{(4L_1^2+L_2^2)g}{6h}}$

则 $v$ 的最大取值范围为 $v_1<v<v_2$，故选项 D 正确．

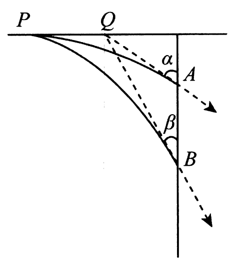
**例 4**：如图所示，墙壁上落有两只飞镖，它们是从同一位置水平射出的，飞镖甲与竖直墙壁成 $\alpha=53°$ 角，飞镖乙与竖直墙壁成 $\beta=37°$ 角，两者相距为 $d$. 假设飞镖的运动是平抛运动，求射出点离墙壁的水平距离．($\sin 37°=0.6$，$\cos 37°=0.8$)




**答案**：$\frac{24d}{7}$

**解析**：设射出点 $P$ 离墙壁的水平距离为 $L$，飞镖甲下降的高度为 $h_1$，飞镖乙下降的高度为 $h_2$，根据平抛运动的重要推论可知，两飞镖速度的反向延长线一定通过水平位移的中点 $Q$，如图所示，由此得

$\frac{L}{2}\cot\beta-\frac{L}{2}\cot\alpha=d$，




代入数值得：$L=\frac{24d}{7}$.

# 十四 圆周运动

## 考点一：描述圆周运动的物理量

1. 线速度：描述物体圆周运动快慢．$v=\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{2\pi r}{T}$.

2. 角速度：描述物体转动快慢．$\omega=\frac{\Delta\theta}{\Delta t}=\frac{2\pi}{T}$.

3. 周期和频率：描述物体转动快慢．$T=\frac{2\pi r}{v}$，$T=\frac{1}{f}$.

4. 向心加速度：描述线速度方向变化快慢的物理量．$a_n=r\omega^2=\frac{v^2}{r}$.

## 考点二：向心力

1. 作用效果：产生向心加速度，只改变速度的方向，不改变速度的大小．

2. 大小：$F=m\frac{v^2}{r}=m\omega^2 r=m\frac{4\pi^2 r}{T^2}=m\omega v=4\pi^2 mf^2 r$.

3. 方向：总是沿半径方向指向圆心，时刻在改变，即向心力是一个变力．

4. 来源：向心力可以由一个力提供，也可以由几个力的合力提供，还可以由一个力的分力提供．

## 考点三：圆周运动、向心运动和离心运动

1. 匀速圆周运动与非匀速圆周运动

两种运动具体比较见下表：

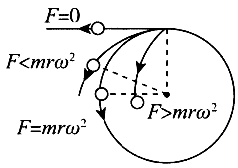
| 项目 | 匀速圆周运动 | 非匀速圆周运动 |
|---|---|---|
| 定义 | 线速度的大小不变的圆周运动 | 线速度的大小不断变化的圆周运动 |
| 运动特点 | $F_{向}$、$a_{向}$、$v$ 均大小不变，方向变化，$\omega$ 不变 | $F_{向}$、$a_{向}$、$v$ 大小和方向均发生变化，$\omega$ 发生变化 |
| 向心力 | $F_{向}=F_{合}$ | 由 $F_{合}$ 沿半径方向的分力提供 |

2. 离心运动

(1)本质：做圆周运动的物体，由于本身的惯性，总有沿着圆周切线方向飞出去的倾向．

(2)受力特点(如图所示)

①当 $F=mr\omega^2$ 时，物体做匀速圆周运动；②当 $F=0$ 时，物体沿切线方向飞出；③当 $F<mr\omega^2$ 时，物体逐渐远离圆心，$F$ 为实际提供的向心力．④当 $F>mr\omega^2$ 时，物体逐渐向圆心靠近，做近心运动．



## 考点四：圆周运动的运动学分析

**一、圆周运动各物理量之间的关系**

线速度：$v=\frac{2\pi r}{T}=2\pi rn=2\pi rf$，$v=\omega r$

角速度：$\omega=\frac{v}{r}=\frac{2\pi}{T}=2\pi n=2\pi f$

周期：$T=\frac{1}{f}=\frac{1}{n}$

向心加速度：$a=\frac{v^2}{r}=\omega^2 r=\frac{4\pi^2}{T^2}r=\omega v$.

**二、对公式 $v=\omega r$ 和 $a=\frac{v^2}{r}=\omega^2 r$ 的理解**

1. 由 $v=\omega r$ 知，$r$ 一定时，$v$ 与 $\omega$ 成正比；$\omega$ 一定时，$v$ 与 $r$ 成正比；$v$ 一定时，$\omega$ 与 $r$ 成反比.

2. 由 $a=\frac{v^2}{r}=\omega^2 r$ 知，在 $v$ 一定时，$a$ 与 $r$ 成反比；在 $\omega$ 一定时，$a$ 与 $r$ 成正比.

**三、常见的三种传动方式及特点**

1. 皮带传动：如图 1 甲、乙所示，皮带与两轮之间无相对滑动时，两轮边缘线速度大小相等，即 $v_A=v_B$.

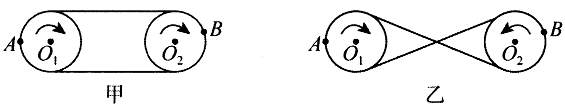


图 1

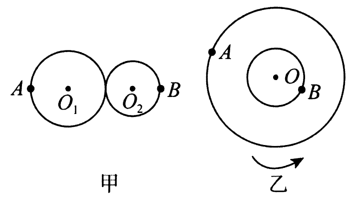


图 2

2. 摩擦传动：如图 2 甲所示，两轮边缘接触，接触点无打滑现象时，两轮边缘线速度大小相等，即 $v_A=v_B$.

3. 同轴传动：如图 2 乙所示，两轮固定在一起绕同一转轴转动，两轮转动的角速度大小相等，即 $\omega_A=\omega_B$.

## 考点五：圆周运动的动力学分析

**一、解决动力学问题要注意三个方面的分析**

1. 几何关系的分析，目的是确定圆周运动的圆心、半径等.

2. 运动分析，目的是表示出物体做圆周运动所需要的向心力.

3. 受力分析，目的是利用力的合成与分解知识，表示出物体做圆周运动时，外界所提供的向心力.

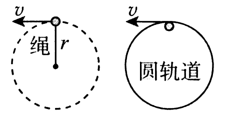
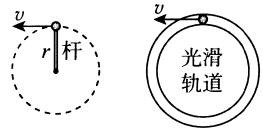
**二、向心力的来源：向心力是按力的作用效果命名的，可以是重力、弹力、摩擦力等各种力，也可以是几个力的合力或某个力的分力，因此在受力分析中要避免再另外添加一个向心力.**

## 考点六：竖直面内的圆周运动

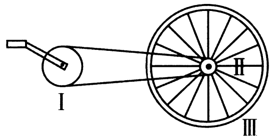
**一、竖直面内圆周运动两类模型**

一是无支撑(如球与绳连接、沿内轨道运动的过山车等)，称为“绳(环)约束模型”，二是有支撑(如球与杆连接、在弯管内的运动等)，称为“杆(管)约束模型”.

**二、轻绳和轻杆模型涉及的临界问题**

| | 轻绳模型 | 轻杆模型 |
|---|---|---|
| 常见类型 | <br>均是没有支撑的小球 | <br>均是有支撑的小球 |
| 过最高点的临界条件 | 由 $mg=m\dfrac{v^2}{r}$ 得 $v_{临}=\sqrt{gr}$ | 由小球能运动即可，得 $v_{临}=0$ |
| 讨论分析 | (1)过最高点时，$v\geq\sqrt{gr}$，$F_N+mg=m\dfrac{v^2}{r}$，绳、轨道对球产生弹力 $F_N$<br>(2)不能过最高点时 $v<\sqrt{gr}$，在到达最高点前小球已经脱离了圆轨道 | (1)当 $v=0$ 时，$F_N=mg$，$F_N$ 为支持力，沿半径背离圆心；<br>(2)当 $0<v<\sqrt{gr}$ 时，$-F_N+mg=m\dfrac{v^2}{r}$，$F_N$ 背离圆心且随 $v$ 的增大而减小；<br>(3)当 $v=\sqrt{gr}$ 时，$F_N=0$；<br>(4)当 $v>\sqrt{gr}$ 时，$F_N+mg=m\dfrac{v^2}{r}$，$F_N$ 指向圆心并随 $v$ 的增大而增大 |

**例 1**：如图是自行车传动装置的示意图，其中Ⅰ是半径为 $r_1$ 的大齿轮，Ⅱ是半径为 $r_2$ 的小齿轮，Ⅲ是半径为 $r_3$ 的后轮，假设脚踏板的转速为 $n$，则自行车前进的速度为　　(　　)




A. $\dfrac{\pi n r_1 r_3}{r_2}$

B. $\dfrac{\pi n r_2 r_3}{r_1}$

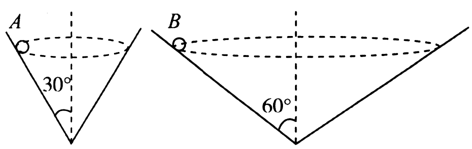
C. $2\dfrac{\pi n r_2 r_3}{r_1}$

D. $2\dfrac{\pi n r_1 r_3}{r_2}$

**答案**：D

**解析**：因要测自行车前进的速度，即求车轮Ⅲ边缘上的线速度大小，根据题意知：轮Ⅰ和轮Ⅱ边缘上的线速度的大小相等，据 $v=r\omega$ 知：$r_1\omega_1=r_2\omega_2$，因为 $\omega_1=2\pi n$，则轮Ⅱ的角速度 $\omega_2=\dfrac{r_1\omega_1}{r_2}=\dfrac{2\pi n r_1}{r_2}$，又因为轮Ⅱ和轮Ⅲ共轴，所以转动的 $\omega$ 相等，即 $\omega_2=\omega_3$，由 $v_3=r_3\omega_3$ 知，$v_3=r_3\omega_2=\dfrac{2\pi n r_1 r_3}{r_2}$，故选 D 项.

**例 2**：如图所示，两个圆锥内壁光滑，竖直放置在同一水平面上，圆锥母线与竖直方向夹角分别为 30°和 60°，有 $A$、$B$ 两个质量相同的小球在两圆锥内壁等高处做匀速圆周运动，下列说法正确的是（　　）




A. $A$、$B$ 球受到的支持力之比为 $\sqrt{3}:3$

B. $A$、$B$ 球的向心力之比为 $\sqrt{3}:1$

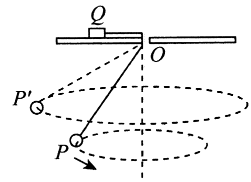
C. $A$、$B$ 球运动的角速度之比为 $3:1$

D. $A$、$B$ 球运动的线速度之比为 $1:1$

**答案**：CD

**解析**：设小球受到的支持力为 $N$，向心力为 $F$，则有 $N\sin\theta=mg$，$N_A:N_B=\sqrt{3}:1$，A 错误；$F=\dfrac{mg}{\tan\theta}$，$F_A:F_B=3:1$，B 错误；小球运动轨道高度相同，则半径 $R=h\tan\theta$，$R_A:R_B=1:3$，由 $F=m\omega^2R$ 得 $\omega_A:\omega_B=3:1$，C 正确，由 $v=\omega R$ 得 $v_A:v_B=1:1$，D 正确.

**例 3**：如图所示，一根细线下端拴一个金属小球 $P$，细线的上端固定在金属块 $Q$ 上，$Q$ 放在带小孔（小孔光滑）的水平桌面上，小球在某一水平面内做匀速圆周运动（圆锥摆）．现使小球改到一个更高一些的水平面上做匀速圆周运动（图中 $P'$ 位置），两次金属块 $Q$ 都静止在桌面上的同一点，则后一种情况与原来相比较，下面的判断中正确的是　　（　　）

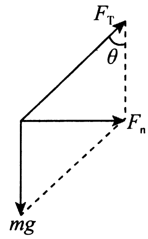



A. 细线所受的拉力变小　　B. 小球 $P$ 运动的角速度变大

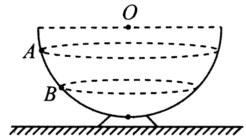
C. $Q$ 受到桌面的静摩擦力变大　　D. $Q$ 受到桌面的支持力变大

**答案**：BC

**解析**：金属块 $Q$ 在桌面上保持静止，根据平衡条件知，$Q$ 受到桌面的支持力等于其重力，保持不变，故 D 错误．设细线与竖直方向的夹角为 $\theta$，细线的拉力大小为 $F_T$，细线的长度为 $L$，$P$ 球做匀速圆周运动时，由重力和细线拉力的合力提供向心力，如图，则有 $F_T=\frac{mg}{\cos\theta}$，$F_n=mg\tan\theta=m\omega^2L\sin\theta$，得角速度 $\omega=\sqrt{\frac{g}{L\cos\theta}}$，使小球改到一个更高一些的水平面上做匀速圆周运动时，$\theta$ 增大，$\cos\theta$ 减小，则得到细线拉力 $F_T$ 增大，角速度增大，A 错误、B 正确．对 $Q$，由平衡条件知，$Q$ 受到桌面的静摩擦力变大，故 C 正确．




**例 4**：如图所示，一内壁光滑的半球形碗固定在水平地面上，碗口平面与水平地面平行．碗内有 $A$、$B$ 两个小球（可视为质点）在水平面内做匀速圆周运动．下列说法正确的是　　（　　）

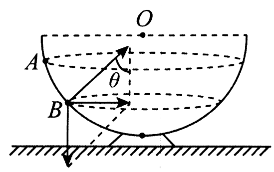



A. $A$ 球的线速度大于 $B$ 球的线速度　　B. $A$ 球的线速度小于 $B$ 球的线速度

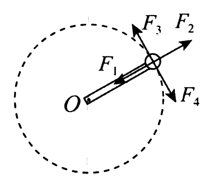
C. $A$ 球的角速度小于 $B$ 球的角速度　　D. $A$ 球的角速度大于 $B$ 球的角速度

**答案**：AD

**解析**：以 $B$ 为研究对象，受力分析如图所示，设圆的半径为 $R$，由向心力公式得 $m_Bg\tan\theta=m\frac{v_B^2}{R\sin\theta}=m\omega_B^2R\sin\theta$，解得 $v_B=\sqrt{gR\tan\theta\sin\theta}$，$\omega_B=\sqrt{\frac{g}{R\cos\theta}}$，同理可得 $v_A=\sqrt{gR\tan\theta'\sin\theta'}$，$\omega_A=\sqrt{\frac{g}{R\cos\theta'}}$，由几何知识可知 $\theta'>\theta$，故 $v_A>v_B$，$\omega_A>\omega_B$，选项 A、D 正确，选项 B、C 错误．




**例 5**：如图所示，一根质量不计的轻杆绕水平固定转轴 $O$ 顺时针匀速转动，另一端固定有一个质量 $m$ 的小球，当小球运动到图中位置时，轻杆对小球作用力的方向可能　　（　　）




A. 沿 $F_1$ 的方向　　B. 沿 $F_2$ 的方向　　C. 沿 $F_3$ 的方向　　D. 沿 $F_4$ 的方向

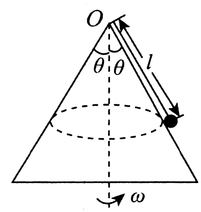
**答案**：C

**解析**：因物体做匀速圆周运动，故物体所受的合力方向指向圆心，物体受竖直向下的重力作用，故轻杆对小球作用力的方向与重力的合力方向指向圆心，故杆对小球作用力的方向可能在 $F_3$ 的方向，故选 C.

**例 6**：如图所示，用一根长为 $l=1$ m 的细线，一端系一质量为 $m=1$ kg 的小球（可视为质点），另一端固定在一光滑锥体顶端，锥面与竖直方向的夹角 $\theta=37°$，当小球在水平面内绕锥体的轴做匀速圆周运动的角速度为 $\omega$ 时，细线的张力为 $F_T$.（$g$ 取 10 m/s$^2$，结果可用根式表示）求：

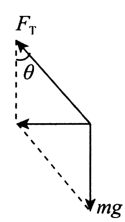
（1）若要小球刚好离开锥面，则小球的角速度 $\omega_0$ 至少为多大？

（2）若细线与竖直方向的夹角为 60°，则小球的角速度 $\omega'$ 为多大？




**答案**：（1）$\frac{5}{2}\sqrt{2}$ rad/s　（2）$2\sqrt{5}$ rad/s

**解析**：（1）若要小球刚好离开锥面，则小球只受到重力和细线的拉力，受力分析如图所示．小球做匀速圆周运动的轨迹圆在水平面上，故向心力水平，在水平方向运用牛顿第二定律及向心力公式得：




$mg\tan\theta=m\omega_0^2l\sin\theta$

解得 $\omega_0^2=\frac{g}{l\cos\theta}$

即 $\omega_0=\sqrt{\frac{g}{l\cos\theta}}=\frac{5}{2}\sqrt{2}$ rad/s.

（2）同理，当细线与竖直方向成 60°角时，由牛顿第二定律及向心力公式得：

$mg\tan\alpha=m\omega'^2l\sin\alpha$

解得：$\omega'^2=\frac{g}{l\cos\alpha}$，即 $\omega'=\sqrt{\frac{g}{l\cos\alpha}}=2\sqrt{5}$ rad/s.

# 十五　万有引力与天体运动　人造卫星　宇宙速度

## 考点一：开普勒行星运动定律

1. 开普勒第一定律(轨道定律)：所有行星绕太阳运动的轨道都是椭圆，太阳处在椭圆的一个焦点上.

2. 开普勒第二定律(面积定律)：对每一个行星来说，它与太阳的连线在相等时间内扫过的面积相等.

3. 开普勒第三定律(周期定律)：所有行星的轨道的半长轴的三次方跟它的公转周期的二次方的比值都相等.

## 考点二：万有引力定律及其应用

1. 内容：自然界中任何两个物体都相互吸引，引力的方向在它们的连线上，引力的大小跟物体的质量 $m_1$ 和 $m_2$ 的乘积成正比，与它们之间距离 $r$ 的二次方成反比.

2. 表达式：$F=\frac{Gm_1m_2}{r^2}$，其中 $G$ 为引力常量，$G=6.67\times10^{-11}\ \mathrm{N\cdot m^2/kg^2}$，由卡文迪许通过扭秤实验测定.

3. 适用条件：(1)两个质点之间的相互作用.(2)对质量分布均匀的球体，$R$ 为两球心的距离.(3)一个质量分布均匀的球体和球外一个质点，$R$ 为质点到球心的距离.

4. 地球表面的重力与万有引力

地面上的物体所受地球的吸引力产生两个效果，其中一个分力提供了物体绕地轴做圆周运动的向心力，另一个分力等于重力.(1)在两极，向心力等于零，重力等于万有引力；(2)除两极外，物体的重力都比万有引力小；(3)在赤道处，物体的万有引力分解为两个分力 $F_{向}$ 和 $mg$ 刚好在一条直线上，则有 $F=F_{向}+mg$，所以 $mg=F-F_{向}=\frac{GMm}{R^2}-mR\omega_{自}^2$.

5. 地球表面附近的重力与万有引力

物体在地球表面附近时，若不考虑地球自转的影响，物体所受的重力等于地球表面处的万有引力，即 $mg=\frac{GMm}{R^2}$，$R$ 为地球半径，$g$ 为地球表面附近的重力加速度，此处也有 $GM=gR^2$.

6. 距地面一定高度处的重力与万有引力

物体在距地面一定高度 $h$ 处时，$mg'=\frac{GMm}{(R+h)^2}$，$R$ 为地球半径，$g'$ 为该高度处的重力加速度.

7. 星体表面上的重力加速度

(1)在地球表面附近的重力加速度 $g$(不考虑地球自转)：

$$mg=\frac{GMm}{R^2}，得\ g=\frac{GM}{R^2}.$$

(2)在地球上空距离地心 $r=R+h$ 处的重力加速度为 $g'$

$$mg'=\frac{GMm}{(R+h)^2}，得\ g'=\frac{GM}{(R+h)^2}$$

所以 $\frac{g}{g'}=\frac{(R+h)^2}{R^2}$.

8. 天体的运动分析和计算

(1)解决天体运动问题的基本思路：一般行星或卫星的运动可看做匀速圆周运动，所需要的向心力都由中心天体对它的万有引力提供，所以研究天体时可建立基本关系式：$\frac{GMm}{R^2}=ma$，式中 $a$ 是向心加速度.

(2)常用的关系式：$\frac{GMm}{r^2}=\frac{mv^2}{r}=mr\omega^2=mr\frac{4\pi^2}{T^2}$，万有引力提供行星或卫星做圆周运动的向心力；$mg=\frac{GMm}{R^2}$ 即 $GM=gR^2$，物体在天体表面时受到的万有引力等于物体的重力，该公式通常被称为黄金代换式.

(3)中心天体质量和密度常用的估算方法

| | 使用方法 | 已知量 | 利用公式 | 表达式 | 备注 |
|---|---|---|---|---|---|
| 质量的计算 | 利用运行天体 | $r$、$T$ | $G\frac{Mm}{r^2}=mr\frac{4\pi^2}{T^2}$ | $M=\frac{4\pi^2r^3}{GT^2}$ | 只能得到中心天体的质量 |
| | | $r$、$v$ | $G\frac{Mm}{r^2}=m\frac{v^2}{r}$ | $M=\frac{rv^2}{G}$ | |
| | | $v$、$T$ | $G\frac{Mm}{r^2}=m\frac{v^2}{r}$<br>$G\frac{Mm}{r^2}=mr\frac{4\pi^2}{T^2}$ | $M=\frac{v^3T}{2\pi G}$ | |
| | 利用天体表面重力加速度 | $g$、$R$ | $mg=\frac{GMm}{R^2}$ | $M=\frac{gR^2}{G}$ | |
| 密度的计算 | 利用运行天体 | $r$、$T$、$R$ | $G\frac{Mm}{r^2}=mr\frac{4\pi^2}{T^2}$<br>$M=\rho\cdot\frac{4}{3}\pi R^3$ | $\rho=\frac{3\pi r^3}{GT^2R^3}$<br>当 $r=R$ 时 $\rho=\frac{3\pi}{GT^2}$ | 利用近地卫星只需测出其运行周期 |
| | 利用天体表面重力加速度 | $g$、$R$ | $mg=\frac{GMm}{R^2}$<br>$M=\rho\cdot\frac{4}{3}\pi R^3$ | $\rho=\frac{3g}{4\pi GR}$ | |

9. 三种宇宙速度

| | |
|---|---|
| 第一宇宙速度（环绕速度） | $v_1=7.9$ km/s，是人造卫星在地面附近绕地球做匀速圆周运动的速度 |
| 第二宇宙速度（脱离速度） | $v_2=11.2$ km/s，是物体挣脱地球引力束缚的最小发射速度 |
| 第三宇宙速度（逃逸速度） | $v_3=16.7$ km/s，是物体挣脱太阳引力束缚的最小发射速度 |

(1)第一宇宙速度的推导

方法一：由 $G\frac{Mm}{R^2}=m\frac{v_1^2}{R}$，得 $v_1=\sqrt{\frac{GM}{R}}=7.9\times10^3$ m/s.

方法二：由 $mg=m\frac{v_1^2}{R}$，得 $v_1=\sqrt{gR}=7.9\times10^3$ m/s.

第一宇宙速度是发射地球人造卫星的最小速度，也是地球人造卫星的最大环绕速度，此时它的运行周期最短，$T_{min}=2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}=5\ 079\ \text{s}\approx85\ \text{min}$.

(2)宇宙速度与运动轨迹的关系

①$v_{发}=7.9$ km/s 时，卫星绕地球做匀速圆周运动.

②$7.9\ \text{km/s}<v_{发}<11.2\ \text{km/s}$，卫星绕地球运动的轨迹为椭圆.

③$11.2\ \text{km/s}\leqslant v_{发}<16.7\ \text{km/s}$，卫星绕太阳做椭圆运动.

④$v_{发}\geqslant16.7$ km/s，卫星将挣脱太阳引力的束缚，飞到太阳系以外的空间.

## 考点三：地球卫星

1. 卫星的轨道

(1)赤道轨道：卫星的轨道在赤道平面内，同步卫星就是其中的一种.

(2)极地轨道：卫星的轨道过南北两极，即在垂直于赤道的平面内，如极地气象卫星.

(3)其他轨道：除以上两种轨道外的卫星轨道，所有卫星的轨道平面一定通过地球的球心.

2. 地球同步卫星的特点

(1)轨道平面一定：轨道平面和赤道平面重合.

(2)周期一定：与地球自转周期相同，即 $T=24\ \text{h}=86\ 400\ \text{s}$.

(3)角速度一定：与地球自转的角速度相同.

(4)高度一定：据 $\frac{GMm}{r^2}=mr\frac{4\pi^2}{T^2}$ 得 $r=\sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}\approx 4.24\times 10^4\ \text{km}$，卫星离地面高度 $h=r-R\approx 3.6\times 10^4\ \text{km}$（为恒量）.

(5)速率一定：运行速度 $v=\frac{2\pi r}{T}\approx 3.08\ \text{km/s}$（为恒量）.

(6)绕行方向一定：与地球自转的方向一致.

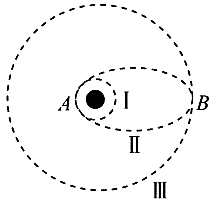
3. 极地卫星和近地卫星

(1)极地卫星运行时每圈都经过南北两极，由于地球自转，极地卫星可以实现全球覆盖.

(2)近地卫星是在地球表面附近环绕地球做匀速圆周运动的卫星，其运行的轨道半径可近似认为等于地球的半径，其运行线速度约为 7.9 km/s.

(3)两种卫星的轨道平面一定通过地球的球心.

## 考点四：卫星变轨




1. 卫星发射及变轨过程概述：人造卫星的发射过程要经过多次变轨方可到达预定轨道. 如图所示，发射卫星的过程大致有以下几个步骤：

(1)为了节省能量，在赤道上顺着地球自转方向发射卫星到圆轨道Ⅰ上.

(2)在 $A$ 处点火加速，由于速度变大，进入椭圆轨道Ⅱ.

(3)在 $B$ 处（远地点）再次点火加速进入圆形轨道Ⅲ.

2. 卫星变轨的实质

(1)当卫星的速度突然增大时，有 $G\frac{Mm}{r^2}<m\frac{v^2}{r}$，即万有引力不足以提供向心力，卫星将做离心运动，脱离原来的圆轨道，轨道半径变大. 当卫星进入新的圆轨道稳定运行时，由 $v=\sqrt{\frac{GM}{r}}$ 可知，其运行速度比原轨道时减小，但重力势能、机械能均增加.

(2)当卫星的速度突然减小时，有 $G\frac{Mm}{r^2}>m\frac{v^2}{r}$，即万有引力大于所需要的向心力，卫星将做近心运动，脱离原来的圆轨道，轨道半径变小. 当卫星进入新的圆轨道稳定运行时，由 $v=\sqrt{\frac{GM}{r}}$ 可知，其运行速度比原轨道时增大，但重力势能、机械能均减小.

## 考点五：双星或多星模型

1. “双星”模型：(1)两颗行星做匀速圆周运动所需的向心力是由它们之间的万有引力提供的，故两行星做匀速圆周运动的向心力大小相等. (2)两颗行星均绕它们连线上的一点做匀速圆周运动，因此它们的运行周期和角速度是相等的. (3)两颗行星做匀速圆周运动的半径 $r_1$ 和 $r_2$ 与两行星间距 $L$ 的大小关系：$r_1+r_2=L$.

2. “多星”模型:(1)多颗行星在同一轨道绕同一点做匀速圆周运动,每颗行星做匀速圆周运动所需的向心力由其他各个行星对该行星的万有引力的合力提供.(2)每颗行星转动的方向相同,运行周期、角速度和线速度大小相等.

3. 处理技巧:(1)向心力来源的确定:双星问题中,向心力来源于另一个星体的万有引力;多星问题中,向心力则来源于其余星体的万有引力的合力.(2)圆心或轨道半径的确定及求解:双星问题中,轨道的圆心位于两星连线上某处,只有两星质量相等时才位于连线的中点,此处极易发生的错误是列式时将两星之间的距离当作轨道半径;多星问题中,也只有各星体的质量相等时轨道圆心才会位于几何图形的中心位置,解题时一定要弄清题给条件.

**例 1**:由中国科学院、中国工程院两院院士评出的 2012 年中国十大科技进展新闻,于 2013 年 1 月 19 日揭晓,“神九”载人飞船与“天宫一号”成功对接和“蛟龙”号下潜突破 7 000 米分别排在第一、第二.若地球半径为 $R$,把地球看做质量分布均匀的球体.“蛟龙”下潜深度为 $d$,“天宫一号”轨道距离地面高度为 $h$,“蛟龙”号所在处与“天宫一号”所在处的加速度之比为　　(　　)

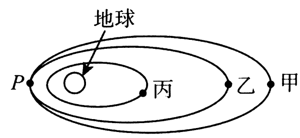
A. $\frac{R-d}{R+h}$　　B. $\frac{(R-d)^2}{(R+h)^2}$

C. $\frac{(R-d)(R+h)^2}{R^3}$　　D. $\frac{(R-d)(R+h)}{R^2}$

**答案**:C

**解析**:设地球的密度为 $\rho$,则在地球表面,重力和地球的万有引力大小相等,有 $g=\frac{GM}{R^2}$. 由于地球的质量为 $M=\frac{4}{3}\pi\rho R^3$,所以重力加速度的表达式可写成 $g=\frac{GM}{R^2}=\frac{\frac{4}{3}\pi\rho R^3G}{R^2}=\frac{4}{3}\pi\rho RG$. 根据题意有,质量分布均匀的球壳对壳内物体的引力为零,故在深度为 $d$ 的地球内部,受到地球的万有引力即为半径等于 $(R-d)$ 的球体在其表面产生的万有引力,故“蛟龙号”的重力加速度 $g'=\frac{4}{3}\pi\rho(R-d)G$. 所以有 $\frac{g'}{g}=\frac{R-d}{R}$. 根据万有引力提供向心力 $\frac{GMm}{(R+h)^2}=ma$,“天宫一号”的加速度为 $a=\frac{GM}{(R+h)^2}$,所以 $\frac{a}{g}=\frac{R^2}{(R+h)^2}$,$\frac{g'}{a}=\frac{(R-d)(R+h)^2}{R^3}$,故选项 C 正确,选项 A、B、D 错误.

**例 2**:地球赤道上的重力加速度为 $g$,物体在赤道上随地球自转的向心加速度为 $a$. 卫星甲、乙、丙在如图所示三个椭圆轨道上绕地球运行,卫星甲和乙的运行轨道在 $P$ 点相切,以下说法中正确的是　　(　　)




A. 如果地球自转的角速度突然变为原来的$\frac{g+a}{a}$倍,那么赤道上的物体将会“飘”起来

B. 卫星甲、乙经过 $P$ 点时的加速度大小相等

C. 卫星甲的周期最大

D. 三个卫星在远地点的速度可能大于第一宇宙速度

**答案**:BC

**解析**:赤道上的物体随地球自转时有 $G\frac{Mm}{R^2}-mg=ma$,当物体“飘”起来的时候,万有引力完全提供向心力,则此时有 $G\frac{Mm}{R^2}=ma'$,即此时的向心加速度 $a'=g+a$,根据向心加速度和角速度的关系有 $a=R\omega^2$,$a'=R\omega'^2$,可得 $\omega'=\sqrt{\frac{a'}{a}}\omega=\sqrt{\frac{g+a}{a}}\omega$,故 A 错误.根据公式 $G\frac{Mm}{r^2}=ma$,可得 $G\frac{M}{r^2}=a$,离地心越远,加速度越小,卫星甲、乙经过 $P$ 点时离地心距离相同,所以加速度相同,B 正确.因为甲的半长轴最大,根据开普勒第三定律 $\frac{r^3}{T^2}=k$,可得甲的周期最大,C 正确.根据公式 $G\frac{Mm}{r^2}=m\frac{v^2}{r}$,解得 $v=\sqrt{\frac{GM}{r}}$,可知沿圆轨道运行的卫星,其运行速度随着轨道半径的增大而减小,而当轨道半径等于地球半径时的速度为第一宇宙速度,椭圆轨道上远地点卫星的速度小于所在处圆轨道上卫星的运行速度,所以三个卫星在远地点的速度一定均小于第一宇宙速度,D 错误.

**例 3**：科幻大片《星际穿越》是基于知名理论物理学家基普·索恩的黑洞理论，加入人物和相关情节改编而成的．电影中的黑洞花费三十名研究人员将近一年的时间，用数千台计算机精确模拟才得以实现，让我们看到了迄今最真实的黑洞模样．若某黑洞的半径 $R$ 约为 45 km，质量 $M$ 和半径 $R$ 的关系满足 $\frac{M}{R}=\frac{c^2}{2G}$（其中 $c=3\times10^8$ m/s，$G$ 为引力常量），则该黑洞表面的重力加速度大约为（　　）

A. $10^8$ m/s²　　B. $10^{10}$ m/s²

C. $10^{12}$ m/s²　　D. $10^{14}$ m/s²

**答案**：C

**解析**：黑洞实际为一天体，天体表面的物体受到的重力近似等于物体与该天体之间的万有引力，设黑洞表面的重力加速度为 $g$，对黑洞表面的某一质量为 $m$ 的物体，有 $\frac{GMm}{R^2}=mg$，又有 $\frac{M}{R}=\frac{c^2}{2G}$，联立解得 $g=\frac{c^2}{2R}$，代入数据得重力加速度约为 $10^{12}$ m/s²，故选项 C 正确．

**例 4**：有一星球的密度跟地球密度相同，但它表面处的重力加速度是地球表面处重力加速度的 4 倍，则该星球的质量将是地球质量的（忽略其自转影响）（　　）

A. $\frac{1}{4}$　　B. 4 倍

C. 16 倍　　D. 64 倍

**答案**：D

**解析**：天体表面的重力加速度 $g=\frac{GM}{R^2}$，又知 $\rho=\frac{M}{V}=\frac{3M}{4\pi R^3}$，所以 $M=\frac{9g^3}{16\pi^2\rho^2G^3}$，故 $\frac{M_{星}}{M_{地}}=(\frac{g_{星}}{g_{地}})^3=64$．

**例 5**：地球同步卫星离地心的距离为 $r$，运行速率为 $v_1$，加速度为 $a_1$，地球赤道上的物体随地球自转的向心加速度为 $a_2$，地球的第一宇宙速度为 $v_2$，半径为 $R$，则下列比例关系中正确的是（　　）

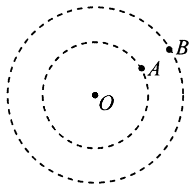
A. $\frac{a_1}{a_2}=\frac{r}{R}$　　B. $\frac{a_1}{a_2}=(\frac{r}{R})^2$

C. $\frac{v_1}{v_2}=\frac{r}{R}$　　D. $\frac{v_1}{v_2}=\sqrt{\frac{R}{r}}$

**答案**：AD

**解析**：设地球的质量为 $M$，同步卫星的质量为 $m_1$，在地球表面随地球做匀速圆周运动的物体的质量为 $m_2$，根据向心加速度和角速度的关系有 $a_1=\omega_1^2r$，$a_2=\omega_2^2R$，又 $\omega_1=\omega_2$，故 $\frac{a_1}{a_2}=\frac{r}{R}$，选项 A 正确；由万有引力定律和牛顿第二定律得 $G\frac{Mm_1}{r^2}=m_1\frac{v_1^2}{r}$，$G\frac{Mm_2}{R^2}=m_2\frac{v_2^2}{R}$，解得 $\frac{v_1}{v_2}=\sqrt{\frac{R}{r}}$，选项 D 正确．

**例 6**：如图所示，有 $A$、$B$ 两颗卫星绕地心 $O$ 做圆周运动，旋转方向相同．$A$ 卫星的周期为 $T_1$，$B$ 卫星的周期为 $T_2$，在某一时刻两卫星相距最近，则（引力常量为 $G$）（　　）




A. 两卫星经过时间 $t=T_1+T_2$ 两次相距最近

B. 两颗卫星的轨道半径之比为 $T_1^{\frac{2}{3}}:T_2^{\frac{2}{3}}$

C. 若已知两颗卫星相距最近时的距离，可求出地球的密度

D. 若已知两颗卫星相距最近时的距离，可求出地球表面的重力加速度

**答案**：B

**解析**：两行星相距最近时，两行星应该在同一半径方向上，$A$ 多转动一圈时，第二次追上 $B$ 时，两者转动的角度相差 $2\pi$，即 $\frac{2\pi}{T_1}t-\frac{2\pi}{T_2}t=2\pi$，得出 $t=\frac{T_1T_2}{T_2-T_1}$，故 A 错误；根据万有引力提供向心力得 $\frac{GMm}{r^2}=m\frac{4\pi^2}{T^2}r$，$A$ 卫星的周期为 $T_1$，$B$ 卫星的周期为 $T_2$，所以两颗卫星的轨道半径之比为 $T_1^{\frac{2}{3}}:T_2^{\frac{2}{3}}$，故 B 正确；若已知两颗卫星相距最近时的距离，结合两颗卫星的轨道半径之比可以求得两颗卫星的轨道半径，根据万有引力提供向心力得 $\frac{GMm}{r^2}=m\frac{4\pi^2}{T^2}r$，所以可求出地球的质量，但不知道地球的半径，所以不可求出地球密度，故 C 错误；若已知两颗卫星相距最近时的距离，结合两颗卫星的轨道半径之比可以求出两颗卫星的轨道半径，但不知道地球的半径，所以不可求出地球表面的重力加速度，故 D 错误．

**例 7**：双星系统由两颗恒星组成，两恒星在相互引力的作用下，分别围绕其连线上的某一点做周期相同的匀速圆周运动．研究发现，双星系统演化过程中，两星的总质量、距离和周期均可能发生变化．若某双星系统中两星做圆周运动的周期为 $T$，经过一段时间演化后，两星总质量变为原来的 $k$ 倍，两星之间的距离变为原来的 $n$ 倍，则此时圆周运动的周期为（　　）

A. $\sqrt{\frac{n^3}{k^2}}T$　　B. $\sqrt{\frac{n^3}{k}}T$　　C. $\sqrt{\frac{n^2}{k}}T$　　D. $\sqrt{\frac{n}{k}}T$

**答案**：B

**解析**：双星靠彼此的引力提供向心力，则有

$G\frac{m_1m_2}{L^2}=m_1r_1\frac{4\pi^2}{T^2}$，得 $m_2=\frac{4\pi^2L^2r_1}{GT^2}$

$G\frac{m_1m_2}{L^2}=m_2r_2\frac{4\pi^2}{T^2}$，得 $m_1=\frac{4\pi^2L^2r_2}{GT^2}$

并且 $r_1+r_2=L$，$m_1+m_2=\frac{4\pi^2L^2}{GT^2}(r_1+r_2)$

解得 $T=2\pi\sqrt{\frac{L^3}{G(m_1+m_2)}}$

当两星总质量变为原来的 $k$ 倍，两星之间距离变为原来的 $n$ 倍时

$T'=2\pi\sqrt{\frac{n^3L^3}{Gk(m_1+m_2)}}=\sqrt{\frac{n^3}{k}}\cdot T$

故选项 B 正确．

**例 8**：宇宙中有这样一种三星系统，系统由两个质量为 $m$ 的小星体和一个质量为 $M$ 的大星体组成，两个小星体围绕大星体在同一圆形轨道上运行，轨道半径为 $r$．关于该三星系统的说法正确的是（　　）

A. 在稳定运行的情况下，大星体提供两小星体做圆周运动的向心力

B. 在稳定运行的情况下，大星体应在小星体轨道中心，两小星体在大星体相对的两侧

C. 小星体运行的周期为 $T=\frac{4\pi r^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{G(4M+m)}}$

D. 大星体运行的周期为 $T=\frac{4\pi r^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{G(4M+m)}}$

**答案**：BC

**解析**：在稳定运行的情况下，对某一个环绕星体而言，受到其他两个星体的万有引力，两个万有引力的合力提供环绕星体做圆周运动的向心力，选项 A 错误；在稳定运行的情况下，大星体应在小星体轨道中心，两小星体在大星体相对的两侧，选项 B 正确；对某一个小星体有 $\frac{GMm}{r^2}+\frac{Gmm}{(2r)^2}=\frac{4\pi^2rm}{T^2}$，解得小星体运行的周期为 $T=\frac{4\pi r^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{G(4M+m)}}$，选项 C 正确；大星体相对静止，选项 D 错误．

# 十六　功　功率

## 一、功

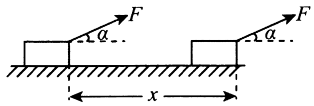
1. 定义：一个物体受到力的作用，如果在力的方向上发生了一段位移，就说这个力对物体做了功.

2. 做功的两个要素：(1)作用在物体上的力；(2)物体在力的方向上发生的位移.

3. 公式：$W=Fx\cos\alpha$.

(1)$\alpha$ 是力与位移方向之间的夹角，$x$ 为物体对地的位移.

(2)该公式只适用于恒力做功.




4. 功的正负

(1)当 $0°\leqslant\alpha<90°$ 时，$W>0$，力对物体做正功.

(2)当 $90°<\alpha\leqslant180°$ 时，$W<0$，力对物体做负功，或者说物体克服这个力做了功.

(3)当 $\alpha=90°$ 时，$W=0$，力对物体不做功.

5. 功的分析与计算

(1)判断力是否做功及做正、负功的方法

| 判断根据 | 适用情况 |
|---|---|
| 根据力和位移的方向的夹角判断：<br>$\alpha<90°$ 力做正功；<br>$\alpha=90°$ 力不做功；<br>$\alpha>90°$ 力做负功 | 常用于恒力做功的判断 |
| 根据力和瞬时速度方向的夹角 $\theta$ 判断：<br>$\theta<90°$，力做正功；<br>$\theta=90°$，力不做功；<br>$\theta>90°$，力做负功 | 常用于质点做曲线运动时力做功的判断 |
| 根据功能关系或能量守恒定律判断 | 常用于变力做功的判断 |

(2)恒力做功的计算方法：直接用 $W=Fx\cos\alpha$ 计算.

(3)合力做功的计算方法：

方法一：先求合力 $F_{合}$，再用 $W_{合}=F_{合}x\cos\alpha$ 求功.

方法二：先求各个力做的功 $W_1$、$W_2$、$W_3$、…，再应用 $W_{合}=W_1+W_2+W_3+\cdots$ 求合力做的功.

(4)变力做功的常用计算方法：①应用动能定理求解.（优先考虑）②用 $W=Pt$ 求解，其中变力的功率 $P$ 不变.

## 二、功率

1. 定义：功与完成这些功所用时间的比值.

2. 物理意义：描述力对物体做功的快慢.

3. 公式：(1)$P=\dfrac{W}{t}$，$P$ 为时间 $t$ 内的平均功率.

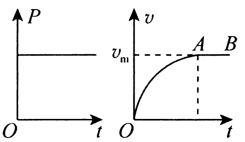
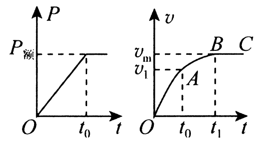
(2)$P=Fv\cos\alpha$（$\alpha$ 为 $F$ 与 $v$ 的夹角）

①$v$ 为平均速度，则 $P$ 为平均功率.②$v$ 为瞬时速度，则 $P$ 为瞬时功率.

4. 发动机功率：机车发动机的功率 $P=Fv$，$F$ 为牵引力，并非机车所受的合力.

## 三、机车启动问题

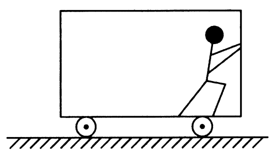
1. 机车启动的两种方式

| | | 恒定功率启动 | 恒定加速度启动 |
|---|---|---|---|
| $P-t$ 图象和 $v-t$ 图象 | |   |   |
| $OA$ 段 | 过程分析 | $P$ 不变：$v\uparrow\longrightarrow F=\frac{P}{v}\downarrow\longrightarrow a=\frac{F-f}{m}\downarrow$ | $a$ 不变：$a=\frac{F-f}{m}\longrightarrow F$ 不变$\longrightarrow P=Fv\uparrow\longrightarrow P_{额}=Fv_1$ |
| | 运动性质 | 加速度减小的加速直线运动 | 匀加速直线运动，维持时间 $t_0=\frac{v_1}{a}$ |
| $AB$ 段 | 过程分析 | $F=f\longrightarrow a=0\longrightarrow v_m=\frac{P}{f}$ | $v\uparrow\longrightarrow F=\frac{P_{额}}{v}\downarrow\longrightarrow a=\frac{F-f}{m}\downarrow$ |
| | 运动性质 | 做速度为 $v_m$ 的匀速直线运动 | 加速度减小的加速直线运动，在 $B$ 点达到最大速度，$v_m=\frac{P_{额}}{f}$ |

2. 四个常用规律

(1)$P=Fv$. (2)$F-f=ma$. (3)$v=at$($a$ 恒定). (4)$Pt-fx=\Delta E_k$($P$ 恒定).

**例 1**：如图所示，在匀减速向右运动的车厢内，一人用力向前推车厢，该人与车厢始终保持相对静止，则下列说法中正确的是　　(　　)



A. 人对车厢的推力不做功

B. 人对车厢的推力做负功

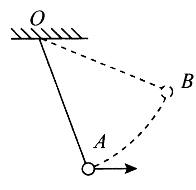
C. 车厢对人的作用力做正功

D. 车厢对人的作用力做负功

**答案**：D

**解析**：车厢向右做匀减速运动，即 $a$、$v$ 方向相反，加速度 $a$ 向左，且人与车厢具有相同的加速度. 对人受力分析，受到重力和车厢对人的作用力，则车厢对人的作用力方向为斜向左上方，与位移方向成钝角，所以车厢对人做负功，C 错误，D 正确. 人对车厢的作用力方向斜向右下方，人对车厢的作用力与车厢位移方向成锐角，人对车厢做正功(或由动能定理，人的动能减小，故车对人做负功，人对车做正功来判断)，A、B 错误.

**例 2**：如图所示，细线的一端固定于 $O$ 点，另一端系一小球. 在水平拉力作用下，小球以恒定速率在竖直平面内由 $A$ 点运动到 $B$ 点. 在此过程中拉力瞬时功率的变化情况为　　(　　)




A. 逐渐增大

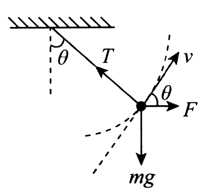
B. 逐渐减小

C. 先增大，后减小

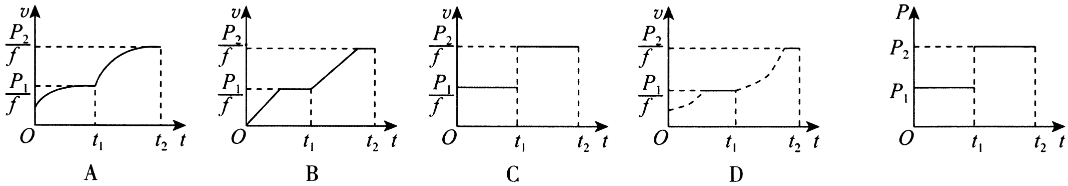
D. 先减小，后增大

**答案**：A

**解析**：因小球速率不变，所以小球以 $O$ 点为圆心做匀速圆周运动，受力如图所示. 设绳与竖直方向的夹角为 $\theta$，则在切线方向上应有 $mg\sin\theta=F\cos\theta$，拉力 $F$ 的瞬时功率 $P=Fv\cos\theta=mgv\sin\theta$. 小球从 $A$ 运动到 $B$ 的过程中，拉力的瞬时功率随 $\theta$ 的增大而增大，A 正确.



**例 3**：一汽车在平直公路上行驶．从某时刻开始计时，发动机的功率 $P$ 随时间 $t$ 的变化如图所示．假定汽车所受阻力的大小 $f$ 恒定不变．下列描述该汽车的速度 $v$ 随时间 $t$ 变化的图线中，可能正确的是 （　　）




**答案**：A

**解析**：由 $P-t$ 图象知：$0\sim t_1$ 内汽车以恒定功率 $P_1$ 行驶，$t_1\sim t_2$ 内汽车以恒定功率 $P_2$ 行驶．设汽车所受牵引力为 $F$，则由 $P=Fv$ 得，当 $v$ 增加时，$F$ 减小，由 $a=\frac{F-f}{m}$ 知 $a$ 减小，又因速度不可能突变，所以选项 B、C、D 错误，选项 A 正确．

**点拨**：机车启动问题的 3 点注意：

(1)无论哪种启动过程，机车的最大速度都等于其匀速运动时的速度，即 $v_m=\frac{P}{F_{min}}=\frac{P}{f}$（式中 $F_{min}$ 为最小牵引力，其值等于阻力 $F_{阻}$）．

(2)机车以恒定加速度启动的运动过程中，匀加速过程结束时，功率最大，速度不是最大，即 $v=\frac{P}{F}<v_m=\frac{P}{f}$．

(3)机车以恒定功率运行时，牵引力做的功 $W=Pt$．由动能定理有 $Pt-fx=\Delta E_k$．此式经常用于求解机车以恒定功率启动过程的位移大小．

# 十七 动能 动能定理

## 一、动能

1. 公式：$E_k=\frac{1}{2}mv^2$，式中 $v$ 为瞬时速度，动能是状态量.

2. 矢标性：动能是标量，只有正值，动能与速度的方向无关.

3. 动能的变化量：$\Delta E_k=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2$.

4. 动能的相对性

由于速度具有相对性，则动能也具有相对性，一般以地面为参考系.

## 二、动能定理

1. 内容：合外力对物体所做的功等于物体动能的变化.

2. 表达式：$W=\Delta E_k=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2$.

3. 功与动能的关系

(1)$W>0$，物体的动能增加.(2)$W<0$，物体的动能减少.(3)$W=0$，物体的动能不变.

4. 适用条件

(1)动能定理既适用于直线运动，也适用于曲线运动.

(2)既适用于恒力做功，也适用于变力做功.

(3)力可以是各种性质的力，既可以同时作用，也可以不同时作用.

## 四、动能定理的理解

1. 三种表述

(1)文字表述：所有外力对物体做的总功等于物体动能的增加量.

(2)数学表述：$W_合=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2$ 或 $W_合=E_k-E_{k0}$.

2. 适用范围：(1)既适用于直线运动，也适用于曲线运动.(2)既适用于恒力做功，也适用于变力做功.(3)力可以是各种性质的力，既可同时作用，也可分阶段作用.

## 五、解题的基本思路

1. 选取研究对象，明确它的运动过程.

2. 分析受力情况和各力的做功情况.

3. 明确研究对象在过程的初末状态的动能 $E_{k1}$ 和 $E_{k2}$.

4. 列动能定理的方程 $W_合=E_{k2}-E_{k1}$ 及其他必要的解题方程，进行求解.

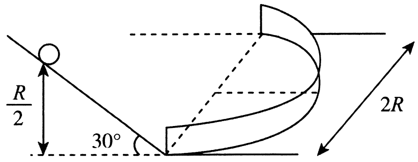
## 六、应用动能定理的注意事项

1. 动能定理中的位移和速度必须是相对于同一个参考系的，一般以地面或相对地面静止的物体为参考系.

2. 应用动能定理时，必须明确各力做功的正、负.

3. 应用动能定理解题，关键是对研究对象进行准确的受力分析及运动过程分析，并画出物体运动过程的草图，借助草图理解物理过程和各量关系.

**例 1**:如图,倾角为 30° 的斜面连接水平面,水平面上安装半径为 $R$ 半圆竖直挡板,质量为 $m$ 的小球从斜面上高为 $\frac{1}{2}R$ 处静止释放,到达水平面恰能贴着挡板内侧运动.不计小球体积,不计摩擦和机械能损失.则小球沿挡板运动时对挡板的力大小为 ( )




A. 0.5$mg$

B. $mg$

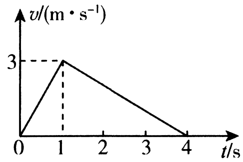
C. 1.5$mg$

D. 2$mg$

**答案**:B

**解析**:由动能定理可得:$\frac{1}{2}mgR=\frac{1}{2}mv^2-0$,由牛顿第二定律可得:$N=\frac{mv^2}{R}$,解得:$N=mg$,根据牛顿第三定律可得:小球沿挡板运动时对挡板的力为 $mg$,选项 B 正确.

**例 2**:一物体静止在粗糙水平面上,某时刻受到一沿水平方向的恒定拉力作用开始沿水平方向做直线运动,已知在第 1 s 内合力对物体做的功为 45 J,在第 1 s 末撤去拉力,物体整个运动过程的 $v-t$ 图象如图所示,$g$ 取 10 m/s²,则 ( )




A. 物体的质量为 5 kg

B. 物体与水平面间的动摩擦因数为 0.1

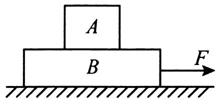
C. 第 1 s 内摩擦力对物体做的功为 60 J

D. 第 1 s 内拉力对物体做的功为 60 J

**答案**:BD

**解析**:由动能定理有 $W_1=\frac{mv^2}{2}$,第 1 s 末速度 $v$=3 m/s,解出 $m$=10 kg,故 A 错误;撤去拉力后物体的位移 $x_2=\frac{1}{2}\times3\times3$ m=4.5 m,由动能定理可得:$-fx_2=0-\frac{1}{2}mv^2$,可解得:$f$=10 N,又 $f=\mu mg$,解出 $\mu$=0.1,故 B 正确;第 1 s 内物体的位移 $x_1$=1.5 m,第 1 s 内摩擦力对物体做的功 $W=-fx_1=-15$ J,故 C 错误;由 $Fx_1-f(x_1+x_2)=0$,可得 $F$=40 N,所以第 1 s 内拉力对物体做的功 $W'=Fx_1$=60 J,故 D 正确.

**例 3**:如图所示,一块长木板 $B$ 放在光滑的水平面上,在 $B$ 上放一物体 $A$,现以恒定的外力 $F$ 拉 $B$,由于 $A$、$B$ 间摩擦力的作用,$A$ 将在 $B$ 上滑动,以地面为参考系,$A$、$B$ 都向前移动一段距离.在此过程中 ( )




A. 外力 $F$ 做的功等于 $A$ 和 $B$ 动能的增量

B. $B$ 对 $A$ 的摩擦力所做的功等于 $A$ 的动能增量

C. $A$ 对 $B$ 的摩擦力所做的功等于 $B$ 对 $A$ 的摩擦力所做的功

D. 外力 $F$ 对 $B$ 做的功等于 $B$ 的动能的增量与 $B$ 克服摩擦力所做的功之和

**答案**:BD

**解析**:$A$ 物体所受的合外力等于 $B$ 对 $A$ 的摩擦力,对物体 $A$ 应用动能定理,则有 $B$ 对 $A$ 的摩擦力所做的功等于 $A$ 的动能的增量,B 对;$A$ 对 $B$ 的摩擦力与 $B$ 对 $A$ 的摩擦力是一对作用力与反作用力,大小相等,方向相反,但是由于 $A$ 在 $B$ 上滑动,$A$、$B$ 相对地的位移不等,故这两个力做功不等,C 错;对长木板 $B$ 应用动能定理,$W_F-W_f=\Delta E_{kB}$,即 $W_F=\Delta E_{kB}+W_f$ 就是外力 $F$ 对 $B$ 做的功,等于 $B$ 的动能增量与 $B$ 克服摩擦力所做的功之和,D 对;由前述讨论知 $B$ 克服摩擦力所做的功与 $A$ 的动能增量(等于 $B$ 对 $A$ 的摩擦力所做的功)不等,故 A 错.

# 十八　机械能守恒定律及其应用　能量守恒定律

## 考点一：重力做功与重力势能

1. 重力做功的特点：(1)重力做功与路径无关，只与始末位置的高度差有关．(2)重力做功不引起物体机械能的变化．

2. 重力势能：(1)公式：$E_p=mgh$．
   (2)特性：①矢标性：重力势能是标量，但有正、负，其意义是表示物体的重力势能比它在参考平面上大还是小，这与功的正、负的物理意义不同．②系统性：重力势能是物体和地球共有的．③相对性：重力势能的大小与参考平面的选取有关．④绝对性：重力势能的变化是绝对的，与参考平面的选取无关．

3. 重力做功与重力势能变化的关系：(1)定性关系：重力对物体做正功，重力势能就减少；重力对物体做负功，重力势能就增加．(2)定量关系：重力对物体做的功等于物体重力势能的减少量．即 $W_G=E_{p1}-E_{p2}=-\Delta E_p$．

## 考点二：弹性势能

1. 大小：弹簧的弹性势能的大小与弹簧的形变量及劲度系数有关．

2. 弹力做功与弹性势能变化的关系：弹力做正功，弹性势能减小，弹力做负功，弹性势能增加．

## 考点三：机械能守恒定律

1. 机械能：动能和势能统称为机械能，其中势能包括重力势能和弹性势能．

2. 机械能守恒定律
   (1)内容：在只有重力或弹力做功的物体系统内，动能和势能可以互相转化，而总的机械能保持不变．
   (2)守恒的条件：只有重力或弹力做功．
   (3)守恒表达式：$mgh_1+\frac{1}{2}mv_1^2=mgh_2+\frac{1}{2}mv_2^2$．

3. 机械能守恒的判断方法
   (1)利用机械能的定义判断：分析动能和势能的和是否变化．
   (2)用做功判断：若物体或系统只有重力(或弹簧的弹力)做功，或有其他力做功，但其他力做功的代数和为零，则机械能守恒．
   (3)用能量转化来判断：若物体或系统只有动能和势能的相互转化而无机械能与其他形式的能的转化，则物体或系统机械能守恒．

4. 应用机械能守恒定律的一般步骤
   (1)选取研究对象．
   (2)受力分析和各力做功情况分析，确定是否符合机械能守恒条件．
   (3)确定初、末状态的机械能或运动过程中物体机械能的转化情况．
   (4)选择合适的表达式列出方程，进行求解．
   (5)对计算结果进行必要的讨论和说明．

## 考点四：功能关系

1. 内容：(1)功是能量转化的量度，即做了多少功就有多少能量发生了转化．(2)做功的过程一定伴随着能量的转化，而且能量的转化必须通过做功来实现．

2. 做功对应变化的能量形式

(1)合外力做功等于物体动能的变化.

(2)重力做功引起物体重力势能的变化.

(3)弹簧弹力做功引起弹性势能的变化.

(4)除重力和系统内弹力以外的力做功等于物体机械能的变化.

(5)几种常见功能关系的对比

| 各种力做功 | 对应能的变化 | 定量关系 |
|---|---|---|
| 合力的功 | 动能变化 | 合力对物体做功等于物体动能的增量 $W_{合}=E_{k2}-E_{k1}$ |
| 重力的功 | 重力势能变化 | 重力做正功,重力势能减少,重力做负功,重力势能增加,且 $W_G=-\Delta E_p=E_{p1}-E_{p2}$ |
| 弹簧弹力的功 | 弹性势能变化 | 弹力做正功,弹性势能减少,弹力做负功,弹性势能增加,且 $W_{弹}=-\Delta E_p=E_{p1}-E_{p2}$ |
| 只有重力、弹簧弹力做功 | 不引起机械能变化 | 机械能守恒 $\Delta E=0$ |
| 非重力和弹力的功 | 机械能变化 | 重力和弹力之外的力做正功,物体的机械能增加,做负功,机械能减少,且 $W_{其他}=\Delta E$ |
| 一对相互作用的滑动摩擦力做的总功 | 内能变化 | 作用于系统的一对滑动摩擦力一定做负功,系统内能增加 $Q=fs_{相对}$ |

## 考点五：能量守恒定律

1. 内容:能量既不会凭空产生,也不会凭空消失,它只能从一种形式转化为另一种形式,或者从一个物体转移到另一个物体,在转化和转移的过程中,能量的总量保持不变.

2. 适用范围:能量守恒定律是贯穿物理学的基本规律,是各种自然现象中普遍适用的一条规律.

3. 表达式:$\Delta E_{减}=\Delta E_{增}$,$E_{初}=E_{末}$.

4. 对能量守恒定律的两点理解

(1)某种形式的能量减少,一定存在其他形式的能量增加,且减少量和增加量一定相等.

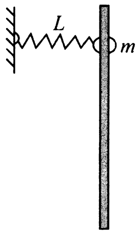
(2)某个物体的能量减少,一定存在其他物体的能量增加,且减少量和增加量一定相等.

5. 能量转化问题的解题思路

(1)当涉及滑动摩擦力做功,机械能不守恒时,一般应用能的转化和守恒定律.

(2)解题时,首先确定初、末状态,然后分析状态变化过程中哪种形式的能量减少,哪种形式的能量增加,求出减少的能量总和 $\Delta E_{减}$ 和增加的能量总和 $\Delta E_{增}$,最后由 $\Delta E_{减}=\Delta E_{增}$ 列式求解.

**例 1**：如图所示，固定的竖直光滑长杆上套有质量为 $m$ 的小圆环，圆环与水平状态的轻质弹簧一端连接，弹簧的另一端连接在墙上，且处于原长状态．现让圆环由静止开始下滑，已知弹簧原长为 $L$，圆环下滑到最大距离时弹簧的长度变为 $2L$（未超过弹性限度），则在圆环下滑到最大距离的过程中（　　）




A. 圆环的机械能守恒

B. 弹簧弹性势能变化了$\sqrt{3}mgL$

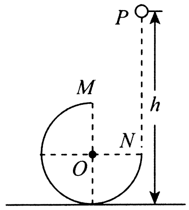
C. 圆环下滑到最大距离时，所受合力为零

D. 圆环重力势能与弹簧弹性势能之和保持不变

**答案**：B

**解析**：在圆环下滑到最大距离的过程中，弹簧弹力对圆环做功，圆环的机械能不守恒，选项 A 错误；利用几何关系可知圆环下落的距离为 $h=\sqrt{(2L)^2-L^2}=\sqrt{3}L$，此过程圆环的重力势能的变化量为 $\Delta E_p=mgh=\sqrt{3}mgL$，根据功能关系，弹簧弹性势能的增加量等于圆环重力势能的减少量，即 $\Delta E_p=\sqrt{3}mgL$，选项 B 正确；圆环下落到最大距离时速度为零，所受合力不为零，选项 C 错误；把圆环和弹簧看成一个系统，系统的机械能守恒，即圆环的重力势能、弹簧的弹性势能与圆环的动能之和保持不变，选项 D 错误．

**例 2**：如图所示，竖直面内光滑的 $\frac{3}{4}$ 圆形导轨固定在一水平地面上，半径为 $R$．一个质量为 $m$ 的小球从距水平地面正上方 $h$ 高处的 $P$ 点由静止开始自由下落，恰好从 $N$ 点沿切线方向进入圆轨道．不考虑空气阻力，则下列说法正确的是（　　）




A. 适当调整高度 $h$，可使小球从轨道最高点 $M$ 飞出后，恰好落在轨道右端口 $N$ 处

B. 若 $h=2R$，则小球在轨道最低点对轨道的压力为 $5mg$

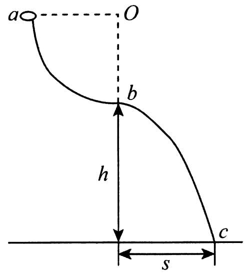
C. 只有 $h$ 大于等于 $2.5R$ 时，小球才能到达圆轨道的最高点 $M$

D. 若 $h=R$，则小球能上升到圆轨道左侧离地高度为 $R$ 的位置，该过程重力做功为 $mgR$

**答案**：BC

**解析**：若小球从 $M$ 到 $N$ 做平抛运动，则有 $R=v_Mt$，$R=\frac{1}{2}gt^2$，可得 $v_M=\sqrt{\frac{gR}{2}}$，而球到达最高点 $M$ 时速度至少应满足 $mg=m\frac{v^2}{R}$，解得 $v=\sqrt{gR}$，故 A 错误；从 $P$ 点到最低点过程由机械能守恒可得 $2mgR=\frac{1}{2}mv^2$，由向心力公式得 $F_N-mg=m\frac{v^2}{R}$，解得 $F_N=5mg$，由牛顿第三定律可知小球对轨道的压力为 $5mg$，故 B 正确；由机械能守恒得 $mg(h-2R)=\frac{1}{2}mv^2$，代入 $v=\sqrt{gR}$ 解得 $h=2.5R$，故 C 正确；若 $h=R$，则小球能上升到圆轨道左侧离地高度为 $R$ 的位置，该过程重力做功为 0，D 错误．

**例 3**:如图所示,位于竖直平面内的光滑轨道由四分之一圆弧 $ab$ 和抛物线 $bc$ 组成,圆弧半径 $Oa$ 水平,$b$ 点为抛物线顶点.已知 $h=2\ \mathrm{m}$,$s=\sqrt{2}\ \mathrm{m}$,取重力加速度大小 $g=10\ \mathrm{m/s^2}$.




(1)一小环套在轨道上从 $a$ 点由静止滑下,当其在 $bc$ 段轨道运动时,与轨道之间无相互作用力,求圆弧轨道的半径;

(2)若环从 $b$ 点由静止因微小扰动而开始滑下,求环到达 $c$ 点时速度的水平分量的大小.

**答案**:(1)0.25 m (2)$\frac{2}{3}\sqrt{10}$ m/s

**解析**:(1)设环到 $b$ 点时速度为 $v_b$,圆弧轨道半径为 $r$,小环从 $a$ 到 $b$ 由机械能守恒有

$mgr=\frac{1}{2}mv_b^2$ ①

环与 $bc$ 段轨道间无相互作用力,从 $b$ 到 $c$ 环做平抛运动

$h=\frac{1}{2}gt^2$② $s=v_bt$③ 联立可得 $r=\frac{s^2}{4h}$④ 代入数据得 $r=0.25$ m.

(2)环从 $b$ 点由静止下滑至 $c$ 点过程中机械能守恒,设到 $c$ 点时速度为 $v_c$,则

$mgh=\frac{1}{2}mv_c^2$⑤

在 $bc$ 段两次过程中环沿同一轨迹运动,经过同一点时速度方向相同.

设环在 $c$ 点时速度与水平方向间的夹角为 $\theta$,则环做平抛运动时

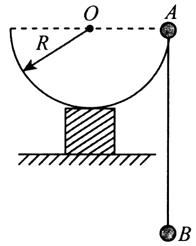
$\tan\theta=\frac{v_y}{v_b}$⑥$v_y=gt$⑦

联立①②⑥⑦式可得 $\tan\theta=2\sqrt{2}$⑧

则环从 $b$ 点由静止开始滑到 $c$ 点时速度的水平分量 $v_{cx}$ 为 $v_{cx}=v_c\cos\theta$⑨

联立⑤⑧⑨三式可得 $v_{cx}=\frac{2}{3}\sqrt{10}$ m/s.

**例 4**:一半径为 $R$ 的半圆形竖直圆柱面,用轻质不可伸长的细绳连接的 $A$、$B$ 两球悬挂在圆柱面边缘两侧,$A$ 球质量为 $B$ 球质量的 2 倍,现将 $A$ 球从圆柱边缘处由静止释放,如图所示.已经 $A$ 球始终不离开圆柱内表面,且细绳足够长,若不计一切摩擦,求:



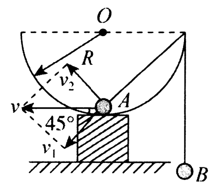

(1)$A$ 球沿圆柱内表面滑至最低点时速度的大小;

(2)$A$ 球沿圆柱内表面运动的最大位移.

**答案**:(1)$2\sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{5}gR}$ (2)$\sqrt{3}R$

**解析**:(1)设 $A$ 球沿圆柱内表面滑至最低点时速度的大小为 $v$,$B$ 球的质量为 $m$,则根据机械能守恒定律有

$2mgR-\sqrt{2}\,mgR=\frac{1}{2}\times2mv^2+\frac{1}{2}mv_B^2$

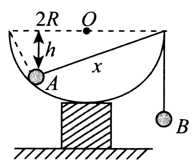



由图可知,$A$ 球的速度 $v$ 与 $B$ 球速度 $v_B$ 的关系为 $v_B=v_1=v\cos45°$

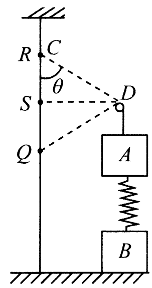
联立解得 $v=2\sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{5}gR}$.

(2)当 $A$ 球的速度为零时,$A$ 球沿圆柱内表面运动的位移最大,设为 $x$,如图所示,由几何关系可知 $A$ 球下降的高度 $h=\frac{x}{2R}\sqrt{4R^2-x^2}$,根据机械能守恒定律有 $2mgh-mgx=0$

解得 $x=\sqrt{3}R$.



**例 5**：如图所示，竖直墙上固定有光滑的小滑轮 $D$，质量相等的物体 $A$ 和 $B$ 用轻弹簧连接，物体 $B$ 放在地面上，用一根不可伸长的轻绳一端与物体 $A$ 连接，另一端跨过定滑轮与小环 $C$ 连接，小环 $C$ 穿过竖直固定的光滑均匀细杆，小环 $C$ 位于位置 $R$ 时，绳与细杆的夹角为 $\theta$，此时物体 $B$ 与地面刚好无压力，图中 $SD$ 水平，位置 $R$ 和 $Q$ 关于 $S$ 对称，现让小环从 $R$ 处由静止释放，环下落过程中绳始终处于拉直状态，且环到达 $Q$ 时速度最大．下列关于小环 $C$ 下落过程中的描述正确的是　（　　）




A. 小环 $C$ 和物体 $A$ 组成的系统机械能守恒

B. 小环 $C$ 下落到位置 $S$ 时，小环 $C$ 的机械能一定最大

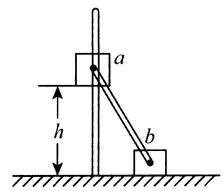
C. 小环 $C$ 从位置 $R$ 运动到位置 $Q$ 的过程中，弹簧的弹性势能一定先减小后增大

D. 小环 $C$ 到达 $Q$ 点时，物体 $A$ 与小环 $C$ 的动能之比为 $\frac{1}{2}\cos\theta$

**答案**：BD

**解析**：设物体 $A$ 和 $B$ 质量都为 $m_1$，环的质量为 $m_2$，环到达 $Q$ 时速度最大，此时环的加速度为零，对环可得：$F\cos\theta=m_2g$，对 $A$ 和 $B$ 整体可得：$F'=2m_1g$，$F'=F$，进一步可得：$2m_1\cos\theta=m_2$，此时物体 $A$ 的速度为 $v_A$，环的速度为 $v$，则 $v_A=v\cos\theta$，物体 $A$ 的动能 $E_{kA}=\frac{1}{2}m_1v_A^2$，环的动能 $E_k=\frac{1}{2}m_2v^2$，可得：小环 $C$ 到达 $Q$ 点时，物体 $A$ 与小环 $C$ 的动能之比为 $\frac{1}{2}\cos\theta$，选项 D 正确；小环 $C$、轻弹簧和物体 $A$ 组成的系统机械能守恒，选项 A 错误；根据"除去重力对物体做功外，其他力做功的代数和等于物体的机械能的变化"可得：小环 $C$ 下落到位置 $S$ 时，小环 $C$ 的机械能一定最大，选项 B 正确；小环 $C$ 从位置 $R$ 运动到位置 $Q$ 的过程中，弹簧的弹性势能可能先减小后增大，选项 C 错误．

**例 6**：如图所示，滑块 $a$、$b$ 的质量均为 $m$，$a$ 套在固定竖直杆上，与光滑水平地面相距 $h$，$b$ 放在地面上．$a$、$b$ 通过铰链用刚性轻杆连接，由静止开始运动．不计摩擦，$a$、$b$ 可视为质点，重力加速度大小为 $g$．则　（　　）




A. $a$ 落地前，轻杆对 $b$ 一直做正功

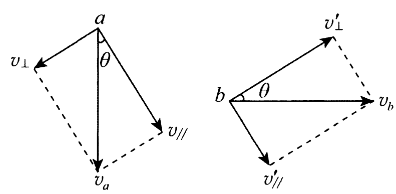
B. $a$ 落地时速度大小为 $\sqrt{2gh}$

C. $a$ 下落过程中，其加速度大小始终不大于 $g$

D. $a$ 落地前，当 $a$ 的机械能最小时，$b$ 对地面的压力大小为 $mg$

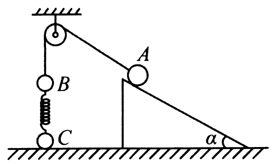
**答案**：BD

**解析**：由题意知，系统机械能守恒．设某时刻 $a$、$b$ 的速度分别为 $v_a$、$v_b$．此时刚性轻杆与竖直杆的夹角为 $\theta$，分别将 $v_a$、$v_b$ 分解，如图．




因为刚性杆不可伸长，所以沿杆的分速度 $v_{/\!/}$ 与 $v'_{/\!/}$ 是相等的，即 $v_a\cos\theta=v_b\sin\theta$．当 $a$ 滑至地面时 $\theta=90°$，此时 $v_b=0$，由系统机械能守恒得 $mgh=\frac{1}{2}mv_a^2$，解得 $v_a=\sqrt{2gh}$，选项 B 正确．同时由于 $b$ 初、末速度均为零，运动过程中其动能先增大后减小，即杆对 $b$ 先做正功后做负功，选项 A 错误．杆对 $b$ 的作用先是推力后是拉力，对 $a$ 则先是阻力后是动力，即 $a$ 的加速度在受到杆的向下的拉力作用时大于 $g$，选项 C 错误．$b$ 的动能最大时，杆对 $a$、$b$ 的作用力为零，此时 $a$ 的机械能最小，$b$ 只受重力和支持力，所以 $b$ 对地面的压力大小为 $mg$，选项 D 正确．正确选项为 BD.

**例 7**：如图所示，$A$、$B$ 两小球由绕过轻质定滑轮的细线相连，$A$ 放在固定的光滑斜面上，$B$、$C$ 两小球在竖直方向上通过劲度系数为 $k$ 的轻质弹簧相连，$C$ 球放在水平地面上. 现用手控制住 $A$，并使细线刚刚拉直但无拉力作用，并保证滑轮左侧细线竖直、右侧细线与斜面平行. 已知 $A$ 的质量为 $4m$，$B$、$C$ 的质量均为 $m$，重力加速度为 $g$，细线与滑轮之间的摩擦不计，开始时整个系统处于静止状态. 释放 $A$ 后，$A$ 沿斜面下滑至速度最大时 $C$ 恰好离开地面. 下列说法正确的是　　　(　　)




A. 斜面倾角 $\alpha=60°$

B. $A$ 获得的最大速度为 $2g\sqrt{\frac{m}{5k}}$

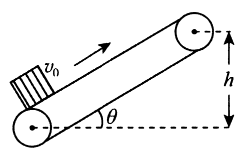
C. $C$ 刚离开地面时，$B$ 的加速度最大

D. 从释放 $A$ 到 $C$ 刚离开地面的过程中，$A$、$B$ 两小球组成的系统机械能守恒

**答案**：B

**解析**：$C$ 刚离开地面时，对 $C$ 有 $kx_2=mg$，此时 $B$ 有最大速度，即 $a_B=a_C=0$，则对 $B$ 有 $T-kx_2-mg=0$，对 $A$ 有 $4mg\sin\alpha-T=0$，以上方程联立可解得 $\sin\alpha=\frac{1}{2}$，$\alpha=30°$，故 A 错误；初始系统静止，且线上无拉力，对 $B$ 有 $kx_1=mg$，可知 $x_1=x_2=\frac{mg}{k}$，则从释放至 $C$ 刚离开地面过程中，弹性势能变化量为零，此过程中 $A$、$B$、$C$ 组成的系统机械能守恒，即 $4mg(x_1+x_2)\sin\alpha=mg(x_1+x_2)+\frac{1}{2}(4m+m)v_{Bm}^2$，以上方程联立可解得 $v_{Bm}=2g\sqrt{\frac{m}{5k}}$，所以 $A$ 获得的最大速度为 $2g\sqrt{\frac{m}{5k}}$，故 B 正确；对 $B$ 球进行受力分析可知，刚释放 $A$ 时，$B$ 所受合力最大，此时 $B$ 具有最大加速度，故 C 错误；从释放 $A$ 到 $C$ 刚离开地面的过程中，$A$、$B$、$C$ 及弹簧组成的系统机械能守恒，故 D 错误.

**例 8**：如图所示，绷紧的传送带与水平面的夹角 $\theta=30°$，皮带在电动机的带动下，始终保持 $v_0=2\ \text{m/s}$ 的速率运行，现把一质量为 $m=10\ \text{kg}$ 的工件(可看做质点)轻轻放在皮带的底端，经过时间 1.9 s，工件被传送到 $h=1.5\ \text{m}$ 的高处，$g$ 取 $10\ \text{m/s}^2$，求：




(1)工件与传送带间的动摩擦因数；

(2)电动机由于传送工件多消耗的电能.

**答案**：(1)$\frac{\sqrt{3}}{2}$　(2)230 J

**解析**：(1)由题图可知，皮带长 $x=\frac{h}{\sin\theta}=3\ \text{m}$. 工件速度达 $v_0$ 前，做匀加速运动的位移 $x_1=\bar{v}t_1=\frac{v_0}{2}t_1$

匀速运动的位移为 $x-x_1=v_0(t-t_1)$

解得加速运动的时间 $t_1=0.8\ \text{s}$

加速运动的位移 $x_1=0.8\ \text{m}$

所以加速度 $a=\frac{v_0}{t_1}=2.5\ \text{m/s}^2$

由牛顿第二定律有：$\mu mg\cos\theta-mg\sin\theta=ma$

解得：$\mu=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(2)从能量守恒的观点，显然电动机多消耗的电能用于增加工件的动能、势能以及克服传送带与工件之间发生相对位移时摩擦力做功产生的热量.

在时间 $t_1$ 内，皮带运动的位移 $x_{皮}=v_0t_1=1.6\ \text{m}$

在时间 $t_1$ 内，工件相对皮带的位移 $x_{相}=x_{皮}-x_1=0.8\ \text{m}$

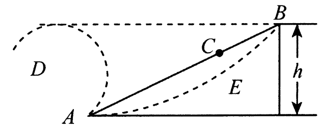
在时间 $t_1$ 内，摩擦生热 $Q=\mu mg\cos\theta\cdot x_{相}=60\ \text{J}$

工件获得的动能 $E_k=\frac{1}{2}mv_0^2=20\ \text{J}$

工件增加的势能 $E_p=mgh=150\ \text{J}$

电动机多消耗的电能 $W=Q+E_k+E_p=230\ \text{J}$.

**例 9**:如图所示,一物体从光滑斜面 $AB$ 底端 $A$ 点以初速度 $v_0$ 上滑,沿斜面上升的最大高度为 $h$. 下列说法中正确的是(设下列情境中物体从 $A$ 点上滑的初速度仍为 $v_0$)　　(　　)




A. 若把斜面 $CB$ 部分截去,物体冲过 $C$ 点后上升的最大高度仍为 $h$

B. 若把斜面 $AB$ 变成曲面 $AEB$,物体沿此曲面上升仍能到达 $B$ 点

C. 若把斜面弯成圆弧形 $D$,物体仍沿圆弧升高 $h$

D. 若把斜面从 $C$ 点以上部分弯成与 $C$ 点相切的一小段圆弧,物体上升的最大高度仍可能为 $h$

**答案**:BD

**解析**:根据机械能守恒定律得知,物体沿斜面到达 $h$ 处的速度为零. 若把斜面 $CB$ 部分截去,物体冲过 $C$ 点后做斜抛运动,斜抛运动的最高点有水平分速度,速度不为零,故不能到达 $h$ 高处,故 A 错误;若把斜面 $AB$ 变成曲面 $AEB$,物体在最高点速度为零,根据机械能守恒定律,物体沿此曲面上升仍能到达 $B$ 点,故 B 正确;若把斜面弯成圆弧形 $D$,物体要到达最高点,必需由合力充当向心力,速度不为零,故物体不能到达 $D$ 点,C 错误;若把斜面从 $C$ 点以上部分弯成与 $C$ 点相切的圆弧状,若最高点不高于此圆的圆心,则到达最高点的速度可以为零,根据机械能守恒定律,物体沿斜面上升的最大高度仍然可以为 $h$,故 D 正确.

# 十九　动量　动量定理

## 一、动量与冲量的理解

1. 动能、动量、动量变化量的比较

| | 动能 | 动量 | 动量变化量 |
|---|---|---|---|
| 定义 | 物体由于运动而具有的能量 | 物体的质量和速度的乘积 | 物体末动量与初动量的矢量差 |
| 定义式 | $E_k=\frac{1}{2}mv^2$ | $p=mv$ | $\Delta p=p'-p$ |
| 标矢性 | 标量 | 矢量 | 矢量 |
| 特点 | 状态量 | 状态量 | 过程量 |
| 关联方程 | $E_k=\frac{p^2}{2m}$，$E_k=\frac{1}{2}pv$，$p=\sqrt{2mE_k}$，$p=\frac{2E_k}{v}$ | | |
| 联系 | (1)都是相对量，与参考系的选取有关，通常选取地面为参考系<br>(2)若物体的动能发生变化，则动量一定也发生变化；但动量发生变化时动能不一定发生变化 | | |

2. 冲量和功的区别

(1)冲量和功都是过程量. 冲量表示力对时间的积累作用，功表示力对位移的积累作用.

(2)冲量是矢量，功是标量.

(3)力作用的冲量不为零时，力做的功可能为零；力做的功不为零时，力作用的冲量一定不为零.

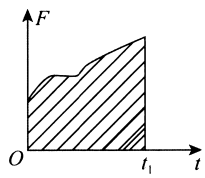
3. 冲量的计算

(1)恒力的冲量：直接用定义式 $I=Ft$ 计算.

(2)变力的冲量

①方向不变的变力的冲量，若力的大小随时间均匀变化，即力为时间的一次函数，则力 $F$ 在某段时间 $t$ 内的冲量 $I=\frac{F_1+F_2}{2}t$，其中 $F_1$、$F_2$ 为该段时间内初、末两时刻力的大小.

②作出 $F-t$ 变化图线，图线与 $t$ 轴所围的面积即为变力的冲量．如图所示.




③对于易确定始、末时刻动量的情况，可用动量定理求解，即通过求 $\Delta p$ 间接求出冲量.

## 二、动量定理的理解和应用

1. 应用动量定理解释的两类物理现象

(1)当物体的动量变化量一定时，力的作用时间 $\Delta t$ 越短，力 $F$ 就越大，力的作用时间 $\Delta t$ 越长，力 $F$ 就越小，如玻璃杯掉在水泥地上易碎，而掉在沙地上不易碎.

(2)当作用力 $F$ 一定时，力的作用时间 $\Delta t$ 越长，动量变化量 $\Delta p$ 越大，力的作用时间 $\Delta t$ 越短，动量变化量 $\Delta p$ 越小.

2. 应用动量定理解题的一般步骤

(1)明确研究对象和研究过程

研究对象可以是一个物体，也可以是几个物体组成的系统，系统内各物体可以是保持相对静止的，也可以是相对运动的．研究过程既可以是全过程，也可以是全过程中的某一阶段.

(2)进行受力分析

只分析研究对象以外的物体施加给研究对象的力，所有外力之和为合外力. 研究对象内部的相互作用力(内力)会改变系统内某一物体的动量，但不影响系统的总动量，因此不必分析内力. 如果在所选定的研究过程的不同阶段中物

体的受力情况不同，则要分别计算它们的冲量，然后求它们的矢量和.

(3)规定正方向

由于力、冲量、速度、动量都是矢量，在一维的情况下，列式前可以先规定一个正方向，与规定的正方向相同的矢量为正，反之为负.

(4)写出研究对象的初、末动量和合外力的冲量(或各外力在各个阶段的冲量的矢量和).

(5)根据动量定理列式求解.

3. 应用动量定理解题的注意事项

(1)动量定理的表达式是矢量式，列式时要注意各个量与规定的正方向之间的关系(即要注意各个量的正负).

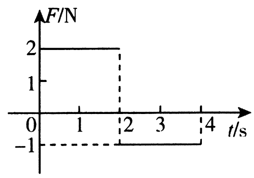
(2)动量定理中的冲量是合外力的冲量，而不是某一个力的冲量，它可以是合力的冲量，也可以是各力冲量的矢量和，还可以是外力在不同阶段的冲量的矢量和.

(3)应用动量定理可以只研究一个物体，也可以研究几个物体组成的系统.

(4)初态的动量 $p$ 是系统各部分动量之和，末态的动量 $p'$ 也是系统各部分动量之和.

(5)对系统各部分的动量进行描述时，应该选取同一个参考系，不然求和无实际意义.

**例1**:一质量为 2 kg 的物块在合外力 $F$ 的作用下从静止开始沿直线运动. $F$ 随时间 $t$ 变化的图线如图所示，则 (  )




A. $t=1$ s 时物块的速率为 1 m/s

B. $t=2$ s 时物块的动量大小为 4 kg·m/s

C. $t=3$ s 时物块的动量大小为 5 kg·m/s

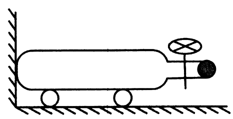
D. $t=4$ s 时物块的速度为零

**答案**:AB

**解析**: 方法一:根据 $F-t$ 图线与时间轴围成的面积的物理意义为合外力 $F$ 的冲量，可知在 0～1 s、0～2 s、0～3 s、0～4 s 内合外力冲量分别为 2 N·s、4 N·s、3 N·s、2 N·s，应用动量定理 $I=m\Delta v$ 可知物块在 1 s、2 s、3 s、4 s 末的速率分别为 1 m/s、2 m/s、1.5 m/s、1 m/s，物块在这些时刻的动量大小分别为 2 kg·m/s、4 kg·m/s、3 kg·m/s、2 kg·m/s，则 A、B 项正确，C、D 项错误.

方法二:前 2 s 内物块做初速度为零的匀加速直线运动，加速度 $a_1=\frac{F_1}{m}=\frac{2}{2}$ m/s$^2$=1 m/s$^2$，$t=1$ s 时物块的速率 $v_1=a_1t_1=1$ m/s，A 正确；$t=2$ s 时物块的速率 $v_2=a_1t_2=2$ m/s，动量大小为 $p_2=mv_2=4$ kg·m/s，B 正确；物块在 2～4 s 内做匀减速直线运动，加速度的大小为 $a_2=\frac{F_2}{m}=0.5$ m/s$^2$，$t=3$ s 时物块的速率 $v_3=v_2-a_2t_3=(2-0.5\times1)$ m/s=1.5 m/s，动量大小为 $p_3=mv_3=3$ kg·m/s，C 错误；$t=4$ s 时物块的速率 $v_4=v_2-a_2t_4=(2-0.5\times2)$ m/s=1 m/s，D 错误.

**例2**:如图所示，一个下面装有轮子的贮气瓶停放在光滑的水平地面上，底端与竖直墙壁接触. 现打开右端阀门，气体向外喷出，设喷口的面积为 $S$，气体的密度为 $\rho$，气体向外喷出的速度为 $v$，则气体刚喷出时瓶底端对竖直墙面的作用力大小是 (  )



A. $\rho vS$

B. $\frac{v^2}{S}$

C. $\frac{1}{2}\rho v^2S$

D. $\rho v^2S$

**答案**:D

**解析**:$\Delta t$ 时间内贮气瓶喷出气体的质量 $\Delta m=\rho Sv\cdot\Delta t$，对于贮气瓶、瓶内气体及喷出的气体所组成的系统，由动量定理得 $F\cdot\Delta t=\Delta m\cdot v-0$，解得 $F=\rho v^2S$，选项 D 正确.

**例 3**：高空作业须系安全带，如果质量为 $m$ 的高空作业人员不慎跌落，从开始跌落到安全带对人刚产生作用力前人下落的距离为 $h$（可视为自由落体运动）．此后经历时间 $t$ 安全带达到最大伸长，若在此过程中该作用力始终竖直向上，则该段时间安全带对人的平均作用力大小为　（　　）

A. $\frac{m\sqrt{2gh}}{t}+mg$

B. $\frac{m\sqrt{2gh}}{t}-mg$

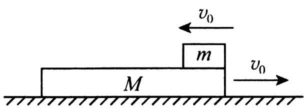
C. $\frac{m\sqrt{gh}}{t}+mg$

D. $\frac{m\sqrt{gh}}{t}-mg$

**答案**：A

**解析**：下降 $h$ 阶段 $v^2=2gh$，得 $v=\sqrt{2gh}$，对此后至安全带最大伸长过程应用动量定理，$-(F-mg)t=0-mv$，得 $F=\frac{m\sqrt{2gh}}{t}+mg$，A 正确．

**例 4**：如图所示，一质量为 $M$ 的长木板在光滑水平面上以速度 $v_0$ 向右运动，一质量为 $m$ 的小铁块在木板上以速度 $v_0$ 向左运动，铁块与木板间存在摩擦．为使木板能保持速度 $v_0$ 向右匀速运动，必须对木板施加一水平力，直至铁块与木板达到共同速度 $v_0$．设木板足够长，求此过程中水平力的冲量大小．




**答案**：$2mv_0$

**解析**：考虑 $M$、$m$ 组成的系统，设 $M$ 运动的方向为正方向，根据动量定理有 $Ft=(M+m)v_0-(Mv_0-mv_0)=2mv_0$

则水平力的冲量 $I=Ft=2mv_0$．

# 二十 动量守恒定律及其应用

## 一、动量守恒定律的五个特性

| | |
|---|---|
| 矢量性 | 动量守恒定律的表达式为矢量方程，解题应选取统一的正方向 |
| 相对性 | 各物体的速度必须是相对同一参考系的速度(一般是相对于地面) |
| 同时性 | 动量是一个瞬时量，表达式中的 $p_1$、$p_2$、…必须是系统中各物体在相互作用前同一时刻的动量，$p_1'$、$p_2'$、…必须是系统中各物体在相互作用后同一时刻的动量 |
| 系统性 | 研究的对象是相互作用的两个或多个物体组成的系统 |
| 普适性 | 动量守恒定律不仅适用于低速宏观物体组成的系统，还适用于接近光速运动的微观粒子组成的系统 |

## 二、动量守恒定律的三种表达式及对应意义

(1)$p=p'$，即系统相互作用前的总动量 $p$ 等于相互作用后的总动量 $p'$.

(2)$\Delta p=p'-p=0$，即系统总动量的增量为 0.

(3)$\Delta p_1=-\Delta p_2$，即两个物体组成的系统中，一部分动量的增量与另一部分动量的增量大小相等、方向相反.

## 三、动量守恒定律的三种守恒条件

(1)理想守恒：不受外力或所受外力的合力为零，不是系统内每个物体所受的合外力都为零，更不能认为系统处于平衡状态.

(2)近似守恒：系统内各物体间相互作用的内力远大于它所受到的外力. 如碰撞、爆炸、打击、绳绷紧等现象中系统的动量近似守恒.

(3)某一方向守恒：如果系统在某一方向上所受外力的合力为零，则系统在这一方向上动量守恒. 但值得注意的是，系统的总动量可能不守恒.

## 四、应用动量守恒定律的解题步骤

(1)明确研究对象，确定系统的组成(系统包括哪几个物体及研究的过程).

(2)进行受力分析，判断系统动量是否守恒(或某一方向上是否守恒).

(3)规定正方向，确定初、末状态的动量.

(4)由动量守恒定律列出方程.

(5)代入数据，求出结果，必要时讨论说明.

## 五、碰撞模型

1. 弹性碰撞：两球发生弹性碰撞时应满足动量守恒和机械能守恒.

以质量为 $m_1$、速度为 $v_1$ 的小球与质量为 $m_2$ 的静止小球发生正面弹性碰撞为例，有

$$m_1v_1=m_1v_1'+m_2v_2',\ \frac{1}{2}m_1v_1^2=\frac{1}{2}m_1v_1'^2+\frac{1}{2}m_2v_2'^2$$

解得 $v_1'=\dfrac{(m_1-m_2)v_1}{m_1+m_2}$，$v_2'=\dfrac{2m_1v_1}{m_1+m_2}$.

结论：(1)当两球质量相等时，$v_1'=0$，$v_2'=v_1$，两球碰撞后交换了速度.

(2)当质量大的球碰质量小的球时，$v_1'>0$，$v_2'>0$，碰撞后两球都沿速度 $v_1$ 的方向运动.

(3)当质量小的球碰质量大的球时，$v_1'<0$，$v_2'>0$，碰撞后质量小的球被反弹回来.

(4)碰撞前相对速度与碰撞后相对速度大小相等.

2. 完全非弹性碰撞:(1)撞后共速;(2)有动能损失,且损失最多.

3. 碰撞中的能量:所有的碰撞问题,系统动能均不增加,弹性碰撞前后系统动能相等,完全非弹性碰撞(撞后共速)系统动能损失最多,一般的非弹性碰撞动能有损失,但不是损失最多.

4. 碰撞现象的规律:在分析碰撞的几种可能性时,要注意碰撞中遵循的"三原则".

(1)碰撞过程中动量守恒,即 $p_1+p_2=p_1'+p_2'$.

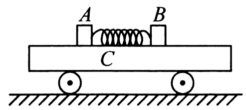
(2)碰撞后系统总动能不增加,即 $E_{k1}+E_{k2}\geqslant E_{k1}'+E_{k2}'$,或$\frac{p_1^2}{2m_1}+\frac{p_2^2}{2m_2}\geqslant\frac{p_1'^2}{2m_1}+\frac{p_2'^2}{2m_2}$.

(3)速度要符合情景.

情景一:若碰前两物体同向运动,则应有 $v_{后}>v_{前}$,原来在前的物体碰后速度一定增大.若碰后两物体同向运动,则应有 $v_{前}'\geqslant v_{后}'$. 若碰后两物体运动方向相反,则 $v_{前}'$与 $v_{后}'$大小关系不确定.

情景二:碰前两物体相向运动,碰后两物体的运动方向不可能都不改变.

**例 1**:如图所示,$A$、$B$ 两个物体的质量之比 $m_A:m_B=3:2$,原来静止在平板车 $C$ 上,$A$、$B$ 间有一根被压缩的轻弹簧,地面光滑,当弹簧突然释放后,则 ( )




A. 若 $A$、$B$ 与平板车上表面间的动摩擦因数相同,$A$、$B$ 组成的系统动量守恒

B. 若 $A$、$B$ 与平板车上表面间的动摩擦因数相同,$A$、$B$、$C$ 组成的系统动量守恒

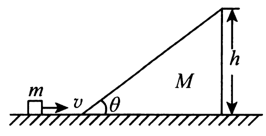
C. 若 $A$、$B$ 所受的摩擦力大小相等,$A$、$B$ 组成的系统动量守恒

D. 若 $A$、$B$ 所受的摩擦力大小相等,则 $A$、$B$、$C$ 组成的系统动量不守恒

**答案**:BC

**解析**:当 $A$、$B$ 与平板车上表面间的动摩擦因数相同时,$A$、$B$ 所受的摩擦力大小不相等,$A$、$B$ 组成的系统所受到的合外力不为零,动量不守恒,故 A 错误;当 $A$、$B$ 所受的摩擦力大小相等时,$A$、$B$ 组成的系统合外力为零,动量守恒,故 C 正确;当 $A$、$B$、$C$ 为一系统时,$A$、$B$ 所受的摩擦力为系统内力,不予考虑,地面光滑,所以系统动量守恒,故 B 正确,D 错误.

**例 2**:如图所示,在足够长的光滑水平面上有一静止的质量为 $M$ 的斜面,斜面表面光滑、高度为 $h$、倾角为 $\theta$. 一质量为 $m(m<M)$的小物块以一定的初速度沿水平面向右运动,不计冲上斜面过程中的机械能损失. 如果斜面固定,则小物块恰能冲到斜面顶端. 如果斜面不固定,则小物块冲上斜面后能达到的最大高度为 ( )

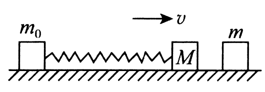



A. $h$　　B. $\frac{m}{M+m}h$　　C. $\frac{m}{M}h$　　D. $\frac{M}{M+m}h$

**答案**:D

**解析**:若斜面固定,由机械能守恒定律可得$\frac{1}{2}mv^2=mgh$;若斜面不固定,系统水平方向动量守恒,有 $mv=(M+m)v_1$,由机械能守恒定律可得$\frac{1}{2}mv^2=mgh'+\frac{1}{2}(M+m)v_1^2$. 联立以上各式可得 $h'=\frac{M}{M+m}h$,故 D 正确.

**例 3**:质量为 $M$ 和 $m_0$ 的滑块用轻弹簧连接,以恒定速度 $v$ 沿光滑水平面运动,与位于正对面的质量为 $m$ 的静止滑块发生碰撞,如图所示,碰撞时间极短,在此过程中,下列情况可能发生的是 ( )




A. $M$、$m_0$、$m$ 速度均发生变化,碰后分别为 $v_1$、$v_2$、$v_3$,且满足$(M+m_0)v=Mv_1+mv_2+m_0v_3$

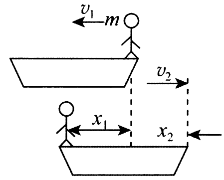
B. $m_0$ 的速度不变,$M$ 和 $m$ 的速度变为 $v_1$ 和 $v_2$,且满足 $Mv=Mv_1+mv_2$

C. $m_0$ 的速度不变,$M$ 和 $m$ 的速度都变为 $v'$,且满足 $Mv=(M+m)v'$

D. $M$、$m_0$、$m$ 速度均发生变化,$M$ 和 $m_0$ 的速度都变为 $v_1$,$m$ 的速度变为 $v_2$,且满足$(M+m_0)v=(M+m_0)v_1+mv_2$

**答案**:BC

**解析**:$M$ 和 $m$ 碰撞时间极短,在极短的时间内弹簧形变极小,可忽略不计,因而 $m_0$ 在水平方向上没有受到外力作用,动量不变(速度不变),可以认为碰撞过程中 $m_0$ 没有参与,只涉及 $M$ 和 $m$,由于水平面光滑,弹簧形变极小,所以 $M$ 和 $m$ 组成的系统水平方向动量守恒,两者碰撞后可能具有共同速度,也可能分开,所以只有 B、C 正确.




**例 4**：如图所示，长为 $L$、质量为 $M$ 的小船停在静水中，质量为 $m$ 的人从静止开始从船头走到船尾，不计水的阻力，求船和人相对地面的位移各为多少？

**答案**：$\frac{m}{m+M}L$　$\frac{M}{m+M}L$

**解析**：设任一时刻人与船的速度大小分别为 $v_1$、$v_2$，作用前都静止．因整个过程中动量守恒，所以有 $mv_1=mv_2$

而整个过程中的平均速度大小为 $\overline{v_1}$、$\overline{v_2}$，则有 $m\,\overline{v_1}=m\,\overline{v_2}$

两边乘以时间 $t$ 有 $m\,\overline{v_1}t=m\,\overline{v_2}t$，即 $mx_1=mx_2$

且 $x_1+x_2=L$，可求出 $x_1=\frac{M}{m+M}L$，$x_2=\frac{m}{m+M}L$.

**点拨**："人船模型"问题的特点和分析

**一、"人船模型"问题**

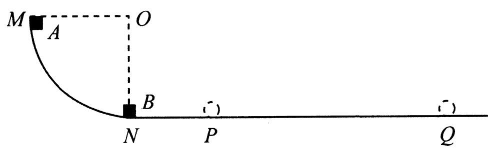
两个原来静止的物体发生相互作用时，若所受外力的矢量和为零，则动量守恒．在相互作用的过程中，任一时刻两物体的速度大小之比等于质量的反比．这样的问题归为"人船模型"问题．

**二、人船模型的特点**

1．两物体满足动量守恒定律：$m_1v_1-m_2v_2=0$.

2．运动特点：人动船动，人静船静，人快船快，人慢船慢，人左船右；人与船位移比等于它们质量的反比；人与船平均速度（瞬时速度）比等于它们质量的反比，即 $\frac{x_1}{x_2}=\frac{v_1}{v_2}=\frac{m_2}{m_1}$.

3．应用此关系时要注意一个问题：公式 $v_1$、$v_2$ 和 $x$ 一般都是相对地面而言的．




**例 5**:如图所示,四分之一圆轨道 $MN$ 竖直固定,其内侧光滑,轨道半径 $R=0.2$ m. 圆轨道下端与粗糙水平轨道相切于 $N$ 点. 物块 $A$ 从圆轨道上与圆心 $O$ 等高的 $M$ 点由静止释放,到达 $N$ 点与物块 $B$ 发生碰撞. $A$、$B$ 两物块最终分别停止于 $P$、$Q$ 两点,且 $NP:NQ=1:4$. $A$、$B$ 均可以视为质点,两物块与 $N$ 右侧水平地面间的动摩擦因数相同,$m_A=2$ kg、$m_B=1$ kg. 重力加速度 $g=10\ \text{m/s}^2$. 求:

(1)$A$、$B$ 碰撞前瞬间,$A$ 对圆轨道下端 $N$ 点的压力;

(2)$A$、$B$ 两物块碰撞过程中系统损失的机械能.

**答案**:(1)大小为 60 N,方向竖直向下 (2)1 J

**解析**:(1)物块 $A$ 从 $M$ 到 $N$,由动能定理得:

$$m_A gR=\frac{1}{2}m_A v_0^2-0$$

所以 $v_0=\sqrt{2gR}=2$ m/s

物块 $A$ 在 $N$ 点时,轨道对 $A$ 的支持力为 $F_N$,由牛顿第二定律得:

$$F_N-m_A g=\frac{m_A v_0^2}{R}$$

即 $F_N=3m_A g=60$ N

根据牛顿第三定律得:$A$ 对圆轨道下端 $N$ 点的压力大小为 60 N,方向竖直向下.

(2)$A$、$B$ 两物块在粗糙水平面上均做匀减速运动,两物块与 $N$ 右侧水平面间的动摩擦因数相同,所以加速度相同.

根据题意可知,$A$、$B$ 两物块在粗糙水平面的位移之比 $x_A:x_B=1:4$

由 $v^2=2ax$ 可知,碰后速度之比 $v_A:v_B=1:2$

$A$、$B$ 两物块碰撞过程动量守恒:$m_A v_0=m_A v_A+m_B v_B$

所以 $v_A=1$ m/s,$v_B=2$ m/s

$A$、$B$ 两物块碰撞过程中系统损失的机械能 $\Delta E=\frac{1}{2}m_A v_0^2-(\frac{1}{2}m_A v_A^2+\frac{1}{2}m_B v_B^2)=1$ J.

# 二十一　力学实验

## 考点一：研究匀变速直线运动

### 一、基本实验要求

1. 实验目的

(1)练习使用打点计时器，学会用打上点的纸带研究物体的运动情况.

(2)会利用纸带求匀变速直线运动的速度、加速度.

(3)利用打点纸带探究小车速度随时间变化的规律，并能画出小车运动的 $v-t$ 图象，根据图象求加速度.

2. 实验器材：电火花计时器(或电磁打点计时器)、一端附有滑轮的长木板、小车、纸带、细绳、钩码、刻度尺、导线、电源、复写纸片.

3. 打点计时器的使用

(1)作用：计时仪器，交流电频率为 50 Hz 时，每隔 0.02 s 打一次点.

(2)工作条件 $\begin{cases}\text{电磁打点计时器：4 V} \sim \text{6 V 交流电源}\\ \text{电火花计时器：220 V 交流电源}\end{cases}$

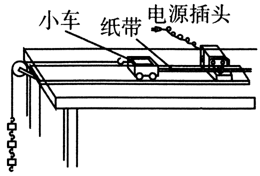
(3)纸带上点的意义

①表示和纸带相连的物体在不同时刻的位置.

②通过研究纸带上各点之间的距离，可以判断物体的运动情况.

③可以利用纸带上打出的点来确定计数点间的时间间隔.

4. 实验原理




5. 实验步骤

(1)按照上图所示实验装置，把打点计时器固定在长木板无滑轮的一端，接好电源.

(2)把一细绳系在小车上，细绳绕过滑轮，下端挂合适的钩码，纸带穿过打点计时器，固定在小车后面.

(3)把小车停靠在打点计时器处，先接通电源，后放开小车.

(4)小车运动一段时间后，断开电源，取下纸带.

(5)换纸带重复做三次，选择一条比较理想的纸带进行测量分析.

### 二、规律方法总结及数据处理

1. 分析物体的运动性质

设 $x_1$、$x_2$、$x_3$、$x_4$、…为纸带上相邻两个计数点之间的距离，假如 $\Delta x=x_2-x_1=x_3-x_2=x_4-x_3=\cdots=$常数，即连续相等的时间间隔内的位移之差为恒量，则与纸带相连的物体做匀变速直线运动.

2. 利用逐差法求解物体运动的加速度

即根据 $x_4-x_1=x_5-x_2=x_6-x_3=3aT^2$（$T$ 为相邻两计数点之间的时间间隔），求出 $a_1=\dfrac{x_4-x_1}{3T^2}$，$a_2=\dfrac{x_5-x_2}{3T^2}$，$a_3=\dfrac{x_6-x_3}{3T^2}$，再算出 $a_1$、$a_2$、$a_3$ 的平均值 $a=\dfrac{a_1+a_2+a_3}{3}=\dfrac{x_4+x_5+x_6-(x_1+x_2+x_3)}{9T^2}$，即为物体的加速度.

3. 利用平均速度求瞬时速度 $v_n=\dfrac{x_n+x_{n+1}}{2T}=\dfrac{d_{n+1}-d_{n-1}}{2T}$.

4. 利用速度—时间图象求加速度

(1)作出速度—时间图象,通过图象的斜率求解物体的加速度.

(2)剪下相邻计数点的纸带紧排在一起求解加速度.

5. 注意事项

(1)平行:纸带、细绳要和木板平行.

(2)两先两后:实验中应先接通电源,后让小车运动;实验完毕应先断开电源,后取纸带.

(3)防止碰撞:在到达长木板末端前应让小车停止运动,防止钩码落地和小车与滑轮相撞.

(4)减小误差:小车的加速度宜适当大些,可以减小长度的测量误差,加速度大小以能在约 50 cm 的纸带上清楚地取出 6~7个计数点为宜.

6. 误差分析

(1)小车运动时摩擦不均匀,打点不稳定引起的系统误差.

(2)纸带上计数点间距测量以及作 $v-t$ 图象引起的偶然误差.

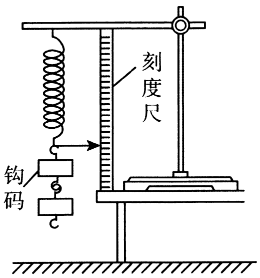
## 考点二:探究弹力和弹簧伸长的关系

**一、基本实验要求**

1. 实验目的:(1)探究弹力和弹簧伸长量的关系.

(2)学会利用图象法处理实验数据,探究物理规律.

2. 实验原理




(1)如图所示,弹簧在下端悬挂钩码时会伸长,平衡时弹簧产生的弹力与所挂钩码的重力大小相等.

(2)用刻度尺测出弹簧在不同钩码拉力下的伸长量 $x$,建立直角坐标系,以纵坐标表示弹力大小 $F$,以横坐标表示弹簧的伸长量 $x$,在坐标系中描出实验所测得的各组($x$、$F$)对应的点,用平滑的曲线连接起来,根据实验所得的图线,就可探知弹力大小与弹簧伸长量间的关系.

3. 实验器材:铁架台、毫米刻度尺、弹簧、钩码(若干)、三角板、铅笔、重锤线、坐标纸等.

4. 实验步骤

(1)根据实验原理图,将铁架台放在桌面上(固定好),将弹簧的一端固定于铁架台的横梁上,在靠近弹簧处将刻度尺(最小分度为 1 mm)固定于铁架台上,并用重锤线检查刻度尺是否竖直.

(2)记下弹簧下端不挂钩码时所对应的刻度 $l_0$,即弹簧的原长.

(3)在弹簧下端挂上钩码,待钩码静止时测出弹簧的长度 $l$,求出弹簧的伸长量 $x$ 和所受的外力 $F$(等于所挂钩码的重力).

(4)改变所挂钩码的数量,重复上述实验,要尽量多测几组数据,将所测数据填写在表格中.

| 次数<br>内容 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 拉力 $F$/N | | | | | | |
| 弹簧总长/cm | | | | | | |
| 弹簧伸长量/cm | | | | | | |

**二、规律方法总结**

1. 数据处理:(1)以弹力 $F$(大小等于所挂钩码的重力)为纵坐标,以弹簧的伸长量 $x$ 为横坐标,用描点法作图,连接各点得出弹力 $F$ 随弹簧伸长量 $x$ 变化的图线.

(2)以弹簧的伸长量为自变量,写出图线所代表的函数表达式,并解释函数表达式中常数的物理意义.

2. 误差分析:(1)系统误差:钩码标值不准确和弹簧自身重力的影响造成系统误差.

(2)偶然误差

| 产生原因 | 减小方法 |
| --- | --- |
| 弹簧拉力大小的不稳定 | 弹簧一端固定,另一端通过悬挂钩码来充当对弹簧的拉力,待稳定后再读数 |
| 弹簧长度测量不准 | 固定刻度尺,多测几次 |
| 描点、作图不准 | 坐标轴的标度尽量大一些,描线时让尽可能多的点落在线上或均匀分布于线的两侧 |

3. 注意事项

(1)安装实验装置:要保持刻度尺竖直并靠近弹簧.

(2)不要超过弹性限度:实验中弹簧下端挂的钩码不要太多,以免超过弹簧的弹性限度.

(3)尽量多测几组数据:要使用轻质弹簧,且要尽量多测几组数据.

(4)观察所描点的走向:不要画折线.

(5)统一单位:记录数据时要注意弹力及弹簧伸长量的对应关系及单位.

## 考点三:验证力的平行四边形定则

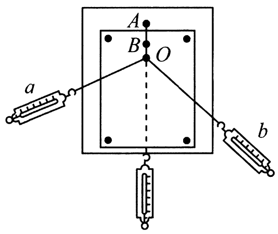
**一、基本实验要求**

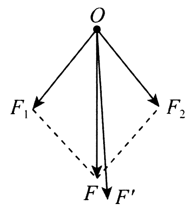
1. 实验目的:(1)验证互成角度的两个共点力合成时遵循的平行四边形定则.

(2)学会用作图法处理实验数据和得出实验结论.

2. 实验原理

等效思想:使一个力 $F'$ 的作用效果和两个力 $F_1$ 和 $F_2$ 的作用效果相同,都是使同一条一端固定的橡皮条伸长到同一点 $O$,即伸长量相同,所以 $F'$ 为 $F_1$ 和 $F_2$ 的合力,作出力 $F'$ 的图示,再根据平行四边形定则作出力 $F_1$ 和 $F_2$ 的合力 $F$ 的图示,比较 $F$、$F'$ 在实验误差允许的范围内是否大小相等、方向相同.




3. 实验器材:方木板、白纸、弹簧测力计(两个)、橡皮条、细绳套(两个)、三角板、刻度尺、图钉、铅笔.

4. 实验步骤

(1)仪器安装

①如实验原理图所示,用图钉把白纸钉在水平桌面上的方木板上.

②用图钉把橡皮条的一端固定在 $A$ 点,橡皮条的另一端拴上两个细绳套.

(2)测量与记录

①用两个弹簧测力计分别钩住细绳套,互成角度地拉橡皮条,使橡皮条与绳的结点伸长到某一位置 $O$,记录两弹簧测力计的读数 $F_1$、$F_2$,用铅笔描下 $O$ 点的位置及此时两细绳的方向.

②只用一个弹簧测力计通过细绳套把橡皮条的结点拉到同样的位置 $O$,记下弹簧测力计的读数 $F'$ 和细绳套的方向.

③改变两弹簧测力计拉力的大小和方向,再重做两次实验.

**二、规律方法总结**

1. 数据处理

(1)用铅笔和刻度尺从结点 $O$ 沿两条细绳方向画直线,按选定的标度作出这两个弹簧测力计的拉力 $F_1$ 和 $F_2$ 的图示,并以 $F_1$ 和 $F_2$ 为邻边用刻度尺作平行四边形,过 $O$ 点画平行四边形的对角线,此对角线即为合力 $F$ 的图示.

(2)用刻度尺从 $O$ 点按同样的标度沿记录的方向作出实验中只用一个弹簧测力计的拉力 $F'$ 的图示.

(3)比较 $F$ 与 $F'$ 是否完全重合或几乎完全重合,从而验证平行四边形定则.

2. 误差分析

(1)读数误差:减小读数误差的方法:弹簧测力计数据在条件允许的情况下,尽量大一些.读数时眼睛一定要平视,要按有效数字的读数规则正确地读数和记录.

(2)作图误差:减小作图误差的方法:作图时两力的对边一定要平行,两个分力 $F_1$、$F_2$ 间的夹角越大,用平行四边形作出的合力 $F$ 的误差 $\Delta F$ 就越大,所以实验中不要把 $F_1$、$F_2$ 间的夹角取得太大.

3. 注意事项

(1)位置不变

在同一次实验中,使橡皮条拉长时结点的位置一定要相同.

(2)角度合适

用两个弹簧测力计钩住细绳套互成角度地拉橡皮条时,其夹角不宜太小,也不宜太大,以 60°~100°之间为宜.

(3)尽量减小误差

①在合力不超出量程及在橡皮条弹性限度内,形变应尽量大一些.

②细绳套应适当长一些,便于确定力的方向.

(4)统一标度:在同一次实验中,画力的图示选定的标度要相同,并且要恰当选定标度,使力的图示稍大一些.

## 考点四:验证牛顿运动定律

### 一、基本实验要求

1. 实验目的:(1)学会用控制变量法研究物理规律.

(2)验证牛顿第二定律.

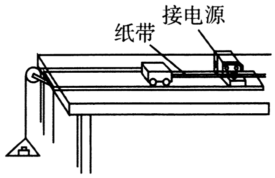
(3)掌握利用图象处理数据的方法.

2. 实验原理:探究加速度 $a$ 与力 $F$ 及质量 $M$ 的关系时,应用的基本方法是控制变量法,即先控制一个参量——小车的质量 $M$ 不变,讨论加速度 $a$ 与力 $F$ 的关系,再控制砝码和小盘的质量不变,即力 $F$ 不变,改变小车质量 $M$,讨论加速度 $a$ 与 $M$ 的关系.

3. 实验器材:打点计时器、纸带、复写纸片、小车、一端附有定滑轮的长木板、小盘、砝码、夹子、细绳、低压交流电源、导线、天平(带有一套砝码)、刻度尺.

4. 实验步骤

(1)用天平测量小盘的质量 $m_0$ 和小车的质量 $M_0$.




(2)把一端附有滑轮的长木板放在实验桌上,并使滑轮伸出桌面,把打点计时器固定在长木板上远离滑轮的一端,连接好电路.

(3)平衡摩擦力:在长木板的不带定滑轮的一端下面垫上一块薄木板,反复移动薄木板的位置,直至小车在斜面上运动时可以保持匀速运动状态,这时小车拖着纸带运动时受到的摩擦力恰好与小车所受重力在斜面方向上的分力平衡.

(4)把细绳系在小车上并绕过定滑轮悬挂小盘,小盘里放砝码,先接通电源再放开小车,打点计时器在纸带上打下一系列的点.计算小盘和砝码的重力,在小盘和砝码的质量远小于小车质量的条件下,可以认为等于小车所受的合外力,由纸带计算出小车的加速度,并把力和对应的加速度填入表(一)中.

(5)改变小盘内砝码的个数,重复步骤(4),并多做几次.

(6)保持小盘内的砝码个数不变,在小车上放上砝码改变小车的质量,让小车在木板上滑动打出纸带.计算砝码和小车的总质量 $M$,并由纸带计算出小车对应的加速度.

(7)改变小车上砝码的个数,重复步骤(6),并将所对应的质量和加速度填入表(二)中.

表(一)

| 实验次数 | 加速度 $a/(\mathrm{m\cdot s^{-2}})$ | 小车受力 $F/\mathrm{N}$ |
|---|---|---|
| 1 | | |
| 2 | | |
| 3 | | |
| 4 | | |

表(二)

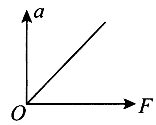
| 实验次数 | $a/(\mathrm{m\cdot s^{-2}})$ | 小车和砝码的总质量 $M/\mathrm{kg}$ | $\frac{1}{M}/(\mathrm{kg^{-1}})$ |
|---|---|---|---|
| 1 | | | |
| 2 | | | |
| 3 | | | |
| 4 | | | |

**二、规律方法总结**

**1. 数据处理**

(1)由表(一)中数据画出 $a-F$ 关系图象如图甲所示.

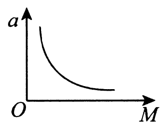
通过 $a-F$ 关系图象,我们可以得出小车的加速度 $a$ 与力 $F$ 成正比.



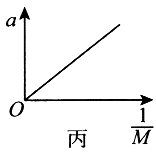
甲

(2)由表(二)中数据画出 $a-M$ 图象及 $a-\frac{1}{M}$ 图象,如图乙、丙所示.

通过 $a-M$ 和 $a-\frac{1}{M}$ 关系图象,我们可以得出小车的加速度 $a$ 与质量 $M$ 成反比,与质量的倒数 $\frac{1}{M}$ 成正比.



乙



丙

**2. 误差分析**

(1)因实验原理不完善引起的误差

以小车、小盘和砝码整体为研究对象得 $mg=(M+m)a$;以小车为研究对象得 $F=Ma$,求得 $F=\frac{M}{M+m}\cdot mg=\frac{1}{1+m/M}\cdot mg<mg$,本实验用小盘和砝码的总重力 $mg$ 代替小车的拉力,而实际上小车所受的拉力要小于小盘和砝码的总重力.小盘和砝码的总质量越小于小车的质量,由此引起的误差就越小.因此,满足小盘和砝码的总质量远小于小车的质量的目的就是减小因实验原理不完善而引起的误差.

(2)摩擦力平衡不准确造成误差,在平衡摩擦力时,除了不挂小盘外,其他的均与正式实验一样(比如要接好纸带、接通打点计时器),匀速运动的标志是打点计时器打出的纸带上各相邻两点间的距离相等.

(3)质量的测量误差、纸带上打点计时器打点间隔距离的测量误差、细绳或纸带不与木板平行等都会引起误差.

**3. 注意事项**

(1)平衡摩擦力:平衡摩擦力时,要调出一个合适的斜面,使小车的重力沿着斜面方向的分力正好平衡小车受的摩擦阻力.此时,不要把悬挂小盘的细线系在小车上,即不要给小车加任何牵引力,要让小车拖着纸带运动.

(2)实验条件:$M\gg m$.只有如此,小盘和砝码的总重力才可视为小车受到的拉力.

(3)一先一后:改变拉力和小车质量后,每次开始时小车应尽量靠近打点计时器,并应先接通电源,后放开小车,且应在小车到达滑轮前按住小车.

(4)作图:作图时两轴标度比例要适当,各物理量采用国际单位,这样作图线时,坐标点间距不至于过密,误差会小些.

## 考点五：探究动能定理

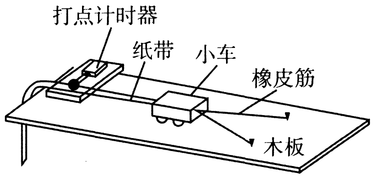
### 一、基本实验要求

1. 实验目的：(1)通过实验探究外力做功与物体速度变化的关系.

(2)通过分析实验数据，总结出外力做功与物体速度平方的正比关系.

2. 实验原理

(1)改变功的大小：采用如图所示的实验装置，用 1 条、2 条、3 条、…规格相同的橡皮筋将小车拉到同一位置由静止释放，橡皮筋拉力对小车所做的功依次为 $W$、$2W$、$3W$…




(2)确定速度的大小：小车获得的速度 $v$ 可以由纸带和打点计时器测出，也可以用其他方法测出.

(3)寻找功与速度变化的关系：以橡皮筋拉力所做的功 $W$ 为纵坐标，小车获得的速度 $v$ 为横坐标，作 $W-v$ 或 $W-v^2$ 图象.分析图象，得出橡皮筋拉力对小车所做的功与小车获得的速度的定量关系.

3. 实验器材：小车(前面带小钩)、长木板(在两侧适当的对称位置钉两个铁钉)、打点计时器、纸带、学生电源、导线(若使用电火花计时器则不用学生电源)、5 条同规格的橡皮筋及毫米刻度尺.

4. 实验步骤

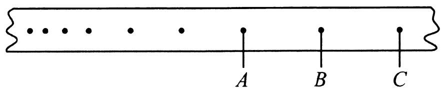
(1)仪器安装：①按实验原理图将仪器安装好.②平衡摩擦力：在长木板的有打点计时器的一端下面垫一块木板，反复移动木板的位置，直至小车上不挂橡皮筋时，轻推小车，纸带打出的点间距均匀，即小车能匀速运动为止.

(2)测量与记录：①先用 1 条橡皮筋做实验，用打点计时器和纸带测出小车获得的速度 $v_1$，设此时橡皮筋对小车做的功为 $W$，将这一组数据记入表格.②用 2 条橡皮筋做实验，实验中橡皮筋拉伸的长度与第一次相同，这时橡皮筋对小车做的功为 $2W$，测出小车获得的速度 $v_2$，将数据记入表格.③用 3 条、4 条、…橡皮筋做实验，用同样的方法测出功和速度，记入表格.

### 二、规律方法总结

1. 数据处理

(1)求速度：实验获得如图所示纸带，利用纸带上点迹均匀的一段测出两点间的距离，如纸带上 $A$、$C$ 两点间的距离 $x$，则 $v=\dfrac{x}{2T}$(其中 $T$ 为打点周期).




(2)记数据：计算 $W$、$2W$、$3W$、…时对应 $v$、$v^2$ 的数值，填入表格.

| $W$ / $v^n$ | $W$ | $2W$ | $3W$ | $4W$ | $5W$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $v$ | | | | | |
| $v^2$ | | | | | |

(3)作图象：在坐标纸上分别作出 $W-v$ 和 $W-v^2$ 图线，从中找出功与速度变化的关系.

(4)得结论：从图象分析外力对物体做功与物体速度变化的关系为 $W\propto v^2$.

2. 误差分析

| 产生原因 | 减小方法 |
|---|---|
| 橡皮筋的长度、粗细不同 | 选择规格相同的橡皮条 |
| 摩擦力做功 | 平衡摩擦力适当 |
| 小车速度的测量误差 | 多次测量 $x$，求平均值 |

3. 注意事项

(1)平衡摩擦力:将木板一端垫高,使小车的重力沿斜面向下的分力与摩擦阻力平衡.方法:使小车连着纸带并接通反复移动木板位置,轻推小车,使小车能匀速运动为止.

(2)测小车速度时,纸带上的点应选均匀部分的,即选小车做匀速运动的部分.

(3)橡皮筋应选规格一样的.力对小车做的功以一条橡皮筋做的功为单位即可,不必计算出具体数值.

(4)小车质量应大一些,使纸带上打的点多一些.

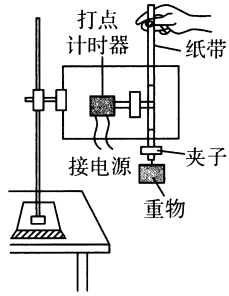
## 考点六:验证机械能守恒定律

### 一、基本实验要求

1. 实验目的:验证机械能守恒定律.

2. 实验原理(如图所示)

通过实验,求出做自由落体运动物体的重力势能的减少量和相应过程动能的增加量,若二者相等,说明机械能守恒,从而验证机械能守恒定律.




3. 实验器材:打点计时器、电源、纸带、复写纸、重物、刻度尺、铁架台(带铁夹)、导线两根.

4. 实验步骤

(1)安装器材:将打点计时器固定在铁架台上,用导线将打点计时器与低压电源相连.

(2)打纸带:用手竖直提起纸带,使重物停靠在打点计时器下方附近,先接通电源,再松开纸带,让重物自由下落,打点计时器就在纸带上打出一系列的点,取下纸带,换上新的纸带重打几条(3～5 条)纸带.

(3)选纸带:分两种情况说明

①若选第 1 点 $O$ 到下落到某一点的过程,即用 $mgh=\frac{1}{2}mv^2$ 来验证,应选点迹清晰,且 1、2 两点间距离小于或接近 2 mm的纸带.

②用 $\frac{1}{2}mv_B^2-\frac{1}{2}mv_A^2=mg\Delta h$ 验证时,由于重力势能的相对性,处理纸带时选择适当的点为基准点,这样纸带上打出的第 1、2 两点间的距离是否小于或接近 2 mm 就无关紧要了.

5. 实验结论:在误差允许的范围内,自由落体运动过程机械能守恒.

### 二、规律方法总结

1. 误差分析

(1)测量误差:减小测量误差的方法,一是测下落距离时都从 0 点量起,一次将各打点对应下落高度测量完,二是多测几次取平均值.

(2)系统误差:由于重物和纸带下落过程中要克服阻力做功,故动能的增加量 $\Delta E_k=\frac{1}{2}mv_n^2$ 必定稍小于重力势能的减少量 $\Delta E_p=mgh_n$,改进办法是调整安装的器材,尽可能地减小阻力.

2. 注意事项

(1)打点计时器要竖直:安装打点计时器时要竖直架稳,使其两限位孔在同一竖直平面内,以减少摩擦阻力.

(2)重物应选用质量大、体积小、密度大的材料.

(3)应先接通电源,让打点计时器正常工作,后松开纸带让重物下落.

(4)测长度,算速度:某时刻的瞬时速度的计算应用 $v_n=\frac{d_{n+1}-d_{n-1}}{2T}$,不能用 $v_n=\sqrt{2gd_n}$ 或 $v_n=gt$ 来计算.

3. 验证方案

方案一:利用起始点和第 $n$ 点计算

代入 $mgh_n$ 和 $\frac{1}{2}mv_n^2$,如果在实验误差允许的范围内,$mgh_n$ 和 $\frac{1}{2}mv_n^2$ 相等,则验证了机械能守恒定律.

方案二：任取两点计算

(1)任取两点 $A$、$B$，测出 $h_{AB}$，算出 $mgh_{AB}$.

(2)算出 $\frac{1}{2}mv_B^2-\frac{1}{2}mv_A^2$ 的值.

(3)在实验误差允许的范围内，若 $mgh_{AB}=\frac{1}{2}mv_B^2-\frac{1}{2}mv_A^2$，则验证了机械能守恒定律.

方案三：图象法

从纸带上选取多个点，测量从第一点到其余各点的下落高度 $h$，并计算各点速度的平方 $v^2$，然后以 $\frac{1}{2}v^2$ 为纵轴，以 $h$ 为横轴，根据实验数据作出 $\frac{1}{2}v^2-h$ 图象．若在误差允许的范围内图象是一条过原点且斜率为 $g$ 的直线，则验证了机械能守恒定律.

## 考点七：验证动量守恒定律

**一、基本实验要求**

1. 实验目的：验证动量守恒定律.

2. 实验原理：在一维碰撞中，测出物体的质量 $m$ 和碰撞前后物体的速度 $v$、$v'$，算出碰撞前的动量 $p=m_1v_1+m_2v_2$ 及碰撞后的动量 $p'=m_1v_1'+m_2v_2'$，比较碰撞前后动量是否守恒.

3. 实验器材

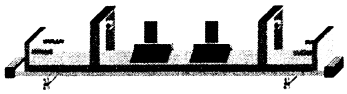
方案一：气垫导轨、光电计时器、天平、滑块(两个)、重物、弹簧片、细绳、弹性碰撞架、胶布、撞针、橡皮泥等.

方案二：带细线的摆球(两套)、铁架台、天平、量角器、坐标纸、胶布等.

方案三：光滑长木板、打点计时器、纸带、小车(两个)、天平、撞针、橡皮泥等.

方案四：斜槽、小球(两个)、天平、复写纸、白纸等.

4. 实验步骤



甲

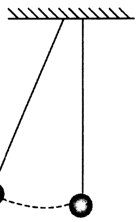
方案一：利用气垫导轨完成一维碰撞实验(如图甲所示)

(1)测质量：用天平测出滑块质量.

(2)安装：正确安装好气垫导轨.

(3)实验：接通电源，利用配套的光电计时装置测出两滑块各种情况下碰撞前后的速度(①改变滑块的质量，②改变滑块的初速度大小和方向).

(4)验证：一维碰撞中的动量守恒.



乙

方案二：利用等长悬线悬挂等大小球完成一维碰撞实验(如图乙所示)

(1)测质量：用天平测出两小球的质量 $m_1$、$m_2$.

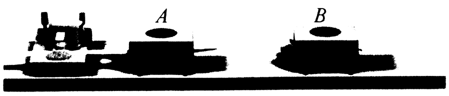
(2)安装：把两个等大小球用等长悬线悬挂起来.

(3)实验：一个小球静止，拉起另一个小球，放下时它们相碰.

(4)测速度：可以测量小球被拉起的角度，从而算出碰撞前对应小球的速度，测量碰撞后小球摆起的角度，算出碰撞后对应小球的速度.

(5)改变条件：改变碰撞条件，重复实验.

(6)验证：一维碰撞中的动量守恒.




丙

方案三：在光滑桌面上两车碰撞完成一维碰撞实验(如图丙所示)

(1)测质量：用天平测出两小车的质量.

(2)安装：将打点计时器固定在光滑长木板的一端，把纸带穿过打点计时器，连在小车的后面，在两小车的碰撞端分别装上撞针和橡皮泥.

(3)实验：接通电源，让小车 $A$ 运动，小车 $B$ 静止，两车碰撞时撞针插入橡皮泥中，把两小车连接成一体运动.

(4)测速度：通过纸带上两计数点间的距离及时间由 $v=\frac{x}{t}$ 算出速度.

(5)改变条件：改变碰撞条件，重复实验.

(6)验证：一维碰撞中的动量守恒.

方案四：利用斜槽上滚下的小球验证动量守恒定律(如图丁所示)

(1)测质量：用天平测出两小球的质量，并选定质量大的小球为入射小球.

(2)安装：按照图中所示安装实验装置．调整固定斜槽使斜槽底端水平.

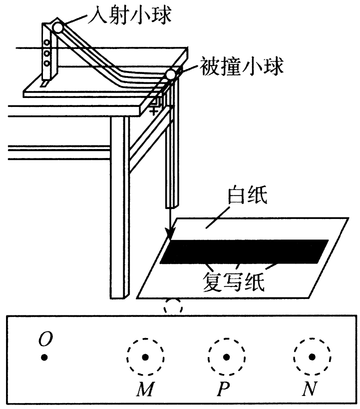
(3)铺纸：白纸在下，复写纸在上且在适当位置铺放好．记下重锤线所指的位置 $O$.

(4)放球找点：不放被撞小球，每次让入射小球从斜槽上某固定高度处自由滚下，重复10次.用圆规画尽量小的圆把所有的小球落点圈在里面.圆心 $P$ 就是小球落点的平均位置.

(5)碰撞找点：把被撞小球放在斜槽末端，每次让入射小球从斜槽同一高度自由滚下，使它们发生碰撞，重复实验10次.用步骤(4)的方法，标出碰后入射小球落点的平均位置 $M$ 和被撞小球落点的平均位置 $N$.

(6)验证：连接 $ON$，测量线段 $OP$、$OM$、$ON$ 的长度.将测量数据填入表中．最后代入 $m_1\cdot OP=m_1\cdot OM+m_2\cdot ON$，看在误差允许的范围内是否成立．

(7)结束：整理好实验器材放回原处.



丁

**二、规律方法总结**

**1. 速度的测量**

方案一：滑块速度的测量：$v=\frac{x}{t}$，式中 $\Delta x$ 为滑块挡光片的宽度(仪器说明书上给出，也可直接测量)，$\Delta t$ 为数字计时器显示的滑块(挡光片)经过光电门的时间.

方案二：摆球速度的测量：$v=\sqrt{2gh}$，式中 $h$ 为小球释放时(或碰撞后摆起的)高度，$h$ 可用刻度尺测量(也可由量角器和摆长计算出).

方案三：小车速度的测量：$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}$，式中 $\Delta x$ 是纸带上两计数点间的距离，可用刻度尺测量，$\Delta t$ 为小车经过 $\Delta x$ 的时间，可由打点间隔算出.

**2. 验证的表达式**

方案一、二、三：$m_1v_1+m_2v_2=m_1v_1'+m_2v_2'$.

方案四：$m_1\cdot OP=m_1\cdot OM+m_2\cdot ON$.

**3. 注意事项**

(1)前提条件：碰撞的两物体应保证“水平”和“正碰”.

(2)方案提醒

①若利用气垫导轨进行实验，调整气垫导轨时，注意利用水平仪确保导轨水平.

②若利用摆球进行实验，两小球静放时球心应在同一水平线上，且刚好接触，摆线竖直，将小球拉起后，两条摆线应在同一竖直面内.

③若利用长木板进行实验，可在长木板下垫一小木片用以平衡摩擦力.

④若利用斜槽小球碰撞应注意：

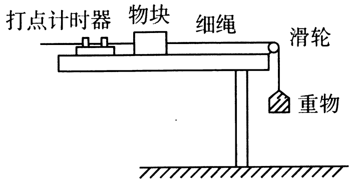
(ⅰ)斜槽末端的切线必须水平；

(ⅱ)入射小球每次都必须从斜槽同一高度由静止释放；

(ⅲ)选质量较大的小球作为入射小球；

(ⅳ)实验过程中实验桌、斜槽、记录的白纸的位置要始终保持不变.

**例 1**:某同学利用图甲所示的实验装置,探究物块在水平桌面上的运动规律,物块在重物的牵引下开始运动,重物落地后,物块再运动一段距离停在桌面上(尚未到达滑轮处). 从纸带上便于测量的点开始,每 5 个点取 1 个计数点,相邻计数点间的距离如图乙所示. 打点计时器电源的频率为 50 Hz.

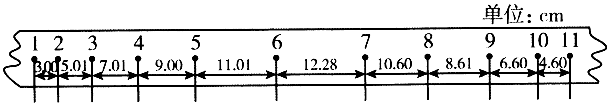


甲

(1)通过分析纸带数据,可判断物块在相邻计数点________和________之间某时刻开始减速.

(2)打计数点 5 时,物块对应的速度大小为________ m/s.(结果保留三位有效数字)

(3)物块减速运动过程中加速度的大小为 $a=$________ $m/s^2$.(结果保留三位有效数字)



乙

**答案**:(1)6　7　(2)1.00　(3)2.00

**解析**:(1)从纸带上的数据分析得知:在打计数点 6 之前,两点之间的位移逐渐增大,是加速运动,在打计数点 7 之后,两点之间的位移逐渐减小,是减速运动,所以物块在相邻计数点 6 和 7 之间某时刻开始减速.

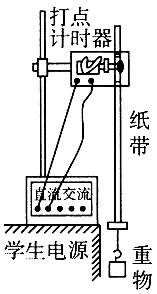
(2)每 5 个点取 1 个计数点,所以相邻的计数点间的时间间隔 $T=0.1$ s,根据匀变速直线运动中间时刻的速度等于该过程中的平均速度,$v_5=\frac{0.0900+0.1101}{2\times0.1}$ m/s≈1.00 m/s.

(3)由纸带可知,计数点 7 往后做减速运动,根据逐差法得:

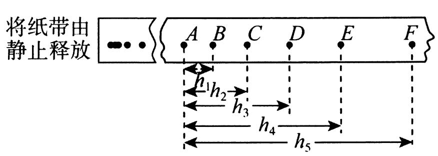
$$a=\frac{0.0460+0.06060-(0.0861+0.1060)}{4\times0.01}\ m/s^2\approx-2.00\ m/s^2.$$

所以物块减速运动过程中加速度的大小为 2.00 $m/s^2$.

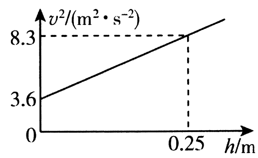
**例 2**:某同学利用如图甲所示的实验装置测量重力加速度.



甲



乙



丙

(1)请指出该同学在实验操作中存在的两处错误:

a. ____________________________________;

b. ____________________________________.

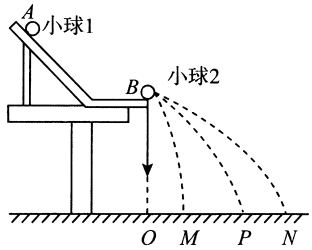
(2)该同学经正确操作得到如图乙所示的纸带,取连续的六个点,测得 $h_1$、$h_2$、$h_3$、$h_4$、$h_5$. 若打点的周期为 $T$,则打 $E$ 点时速度为 $v_E=$________;若分别计算出各计数点对应的速度数值,并在坐标系中画出 $v^2$ 与 $h$ 的关系图线,如图丙所示,则重力加速度 $g=$________ $m/s^2$.

**答案**:(1)打点计时器没有接交流电源　开始时重物没有靠近打点计时器　(2)$\frac{h_5-h_3}{2T}$　9.4

**解析**:(1)打点计时器使用交流电源,而此题中使用的是直流电源;重物离打点计时器太远,这样会导致纸带上打点很少,不利于减小误差.

(2)匀变速直线运动中某段时间内的平均速度等于中间时刻的瞬时速度,故打下 $E$ 点时的速度为 $v_E=\frac{x_{DF}}{t_{DF}}=\frac{h_5-h_3}{2T}$;根据运动学公式 $v^2-v_0^2=2gh$ 得 $v^2=v_0^2+2gh$,故可知在题图丙中的图线斜率表示 $2g$,所以有 $2g=k=18.8$,则解得重力加速度 $g=9.4\ m/s^2$.

**例 3**:用半径相同的小球 1 和小球 2 的碰撞验证动量守恒定律,实验装置如图所示,斜槽与水平槽平滑连接. 安装好实验装置,在地上铺一张白纸,白纸上铺放复写纸,记下铅垂线所指的位置 $O$. 接下来的实验步骤如下:




步骤 1:不放小球 2,让小球 1 从斜槽上 $A$ 点由静止滚下,并落在地面上. 重复多次,用尽可能小的圆,把小球的所有落点圈在里面,认为其圆心就是小球落点的平均位置;

步骤 2:把小球 2 放在斜槽前端边缘处的 $B$ 点,让小球 1 从 $A$ 点由静止滚下,使它们相碰. 重复多次,并使用与步骤 1 同样的方法分别标出碰撞后两小球落点的平均位置;

步骤 3:用刻度尺分别测量三个落地点的平均位置 $M$、$P$、$N$ 离 $O$ 点的距离,即线段 $OM$ 、$OP$ 、$ON$ 的长度.

(1)在上述实验操作中,下列说法正确的是________.

A. 小球 1 的质量一定大于小球 2 的质量,小球 1 的半径可以大于小球 2 的半径

B. 将小球静止放置在轨道末端看小球是否滚动来检测斜槽轨道末端是否水平

C. 小球在斜槽上的释放点应该越高越好,这样碰前的速度大,测量误差较小

D. 复写纸铺在白纸的上面,实验过程中复写纸可以随时拿起来看印迹是否清晰并进行移动

(2)以下提供的器材中,本实验必需的有________.

A. 刻度尺　　B. 游标卡尺　　C. 天平　　D. 停表

(3)设小球 1 的质量为 $m_1$ ,小球 2 的质量为 $m_2$,$MP$ 的长度为 $L_1$,$ON$ 的长度为 $L_2$ ,则本实验验证动量守恒定律的表达式为________.

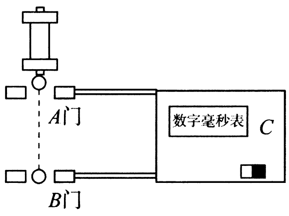
**答案**:(1)BD　(2)AC　(3) $m_1L_1 = m_2L_2$

**解析**:(1)小球 1 的质量一定大于小球 2 的质量,小球 1 的半径必须等于小球 2 的半径,选项 A 错误;为了小球都做平抛运动,斜槽轨道末端应该水平,选项 B 正确;小球在斜槽上的释放点合适就可以,选项 C 错误;复写纸铺在白纸的上面,实验过程中复写纸可以随时拿起来看印迹是否清晰并进行移动,选项 D 正确.

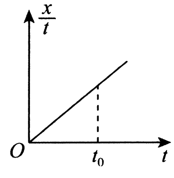
(2)需要用刻度尺测量小球做平抛运动的水平位移的大小;需要用天平测量小球的质量,选 A 和 C;由于两小球做平抛运动时离地面的高度相同,两小球做平抛运动的时间相同,不用测量平抛运动的时间,不需要停表;不需要测量小球的直径,不需要游标卡尺.

(3)小球 1 和小球 2 的碰撞过程动量守恒,则:$m_1v_0 = m_1v_1 + m_2v_2$,$OM = v_1t$,$OP = v_0t$,$ON = v_2t$ ,进一步可得:$m_1 \times OP = m_1 \times OM + m_2 \times ON$,$MP$ 的长度为 $L_1$,$ON$ 的长度为 $L_2$,$MP = OP - OM = L_1$ ,进一步可得:$m_1L_1 = m_2L_2$.

**例 4**:如图甲所示为测量重力加速度的实验装置,$C$ 为数字毫秒表,$A$、$B$ 为两个相同的光电门,$C$ 可以测量铁球两次挡光之间的时间间隔. 开始时铁球处于 $A$ 门的上边缘,当断开电磁铁的开关由静止释放铁球时开始计时,落到 $B$ 门时停止计时,毫秒表显示时间为铁球通过 $A$、$B$ 两个光电门的时间间隔 $t$,测量 $A$、$B$ 间的距离 $x$. 现将光电门 $B$ 缓慢移动到不同位置,测得多组 $x$、$t$ 数值,画出 $\frac{x}{t}$ 随 $t$ 变化的图线为直线,如图乙所示,直线的斜率为 $k$,则由图线可知,当地重力加速度大小为 $g=$________;若某次测得小球经过 $A$、$B$ 门的时间间隔为 $t_0$,则可知铁球经过 $B$ 门时的速度大小为________,此时两光电门间的距离为________.



甲



乙

**答案**:$2k$　$2kt_0$　$kt_0^2$

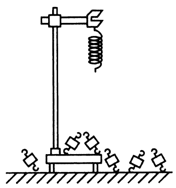
**解析**:根据 $x=\frac{1}{2}gt^2$ 可得,$\frac{x}{t}=\frac{1}{2}gt$,则 $\frac{1}{2}g=k$,解得 $g=2k$;若某次测得小球经过 $A$、$B$ 两门的时间间隔为 $t_0$,则可知铁球经过 $B$ 门时的速度大小为 $v=gt_0=2kt_0$,此时两光电门间的距离为 $x=\frac{v}{2}t_0=kt_0^2$.

**例 5**:如图甲所示,用铁架台、弹簧和多个质量均为 $m$ 的钩码探究在弹性限度内弹簧弹力与弹簧伸长量的关系.

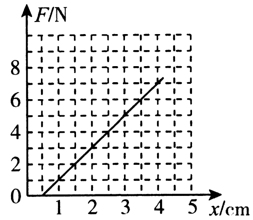
(1)为完成实验,还需要的实验器材有:________.

(2)实验中需要测量的物理量有:________.

(3)图乙是弹簧弹力 $F$ 与弹簧伸长量 $x$ 的 $F-x$ 图线,由此可求出弹簧的劲度系数为 ________ N/m. 图线不过原点是由于________.



甲




乙

(4)为完成该实验,设计实验步骤如下:

A. 以弹簧伸长量为横坐标,以弹力为纵坐标,描出各组($x$,$F$)对应的点,并用平滑的曲线连接起来

B. 记下弹簧不挂钩码时其下端在刻度尺上的刻度 $l_0$

C. 将铁架台固定于桌子上,并将弹簧的一端系于横梁上,在弹簧附近竖直固定一把刻度尺

D. 依次在弹簧下端挂上 1 个、2 个、3 个、4 个、…钩码,并分别记下钩码静止时弹簧下端所对应的刻度,并记录在表格内,然后取下钩码

E. 以弹簧伸长量为自变量,写出弹力与伸长量的关系式. 首先尝试写成一次函数,如果不行,则考虑二次函数

F. 解释函数表达式中常数的物理意义

G. 整理仪器

请将以上步骤按操作的先后顺序排列出来:________.

**答案**:(1)刻度尺 (2)弹簧原长、弹簧所受外力与对应的伸长量(或与弹簧对应的长度) (3)200 弹簧自重 (4)CBDAEFG

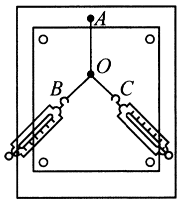
**解析**:(1)根据实验原理可知还需要刻度尺来测量弹簧原长和伸长量;

(2)根据实验原理,实验中需要测量的物理量有弹簧的原长、弹簧所受外力与对应的伸长量(或与弹簧对应的长度);

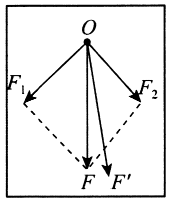
(3)取图象中(0.5,0)和(3.5,6)两个点,代入 $F=kx$ 可得 $k=200$ N/m,由于弹簧自重的原因,使得弹簧不加外力时就有形变量.

(4)根据完成实验的合理性可知先后顺序为 CBDAEFG.

**例 6**:某同学做"验证力的平行四边形定则"的实验情况如图甲所示,其中 $A$ 为固定橡皮条的图钉,$O$ 为橡皮条与细绳的结点,$OB$ 与 $OC$ 为细绳. 图乙是在白纸上根据实验结果画出的图.




甲




乙

(1)如果没有操作失误,图乙中的 $F$ 与 $F'$ 两力中,方向一定沿 $AO$ 方向的是________.

(2)本实验采用的科学方法是________.

A. 理想实验法 B. 等效替代法 C. 控制变量法 D. 建立物理模型法

(3)实验时,主要的步骤是:

A. 在桌上放一块方木板,在方木板上铺一张白纸,用图钉把白纸钉在方木板上

B. 用图钉把橡皮条的一端固定在板上的 $A$ 点,在橡皮条的另一端拴上两条细绳,细绳的另一端系着绳套

C. 用两个弹簧测力计分别钩住绳套,互成角度地拉橡皮条,使橡皮条伸长,结点到达某一位置 $O$. 记录下 $O$ 点的位置,读出两个弹簧测力计的示数 $F_1$ 和 $F_2$

D. 按选好的标度,用铅笔和刻度尺作出两个弹簧测力计的拉力 $F_1$ 和 $F_2$ 的图示,并用平行四边形定则求出合力 $F$

E. 只用一个弹簧测力计,通过细绳套拉橡皮条使其伸长,读出弹簧测力计的示数 $F'$,记下细绳的方向,按同一标度作出 $F'$ 的图示

F. 比较 $F'$ 和 $F$ 的大小和方向,看它们是否相同,得出结论

上述步骤中:①有重要遗漏的步骤的序号是________和________;

②遗漏的内容分别是________和________.

**答案**:(1)$F'$ (2)B (3)①C E ②C 中应加上"记下两条细绳的方向" E 中应说明"把橡皮条的结点拉到同一位置 $O$"

**解析**:(1)由一个弹簧测力计拉橡皮条至 $O$ 点的拉力一定沿 $AO$ 方向;而根据平行四边形定则作出的合力,由于误差的存在,不一定沿 $AO$ 方向,故一定沿 $AO$ 方向的是 $F'$.

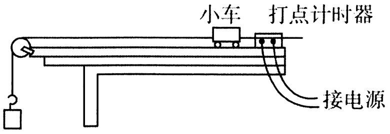
(2)一个力的作用效果与两个力的作用效果相同,它们的作用效果可以等效替代,B 正确.

(3)①根据"验证力的平行四边形定则"实验的操作步骤可知,有重要遗漏的步骤的序号是 C、E.

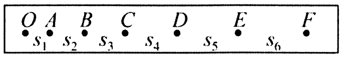
②在 C 中未记下两条细绳的方向,E 中未说明是否把橡皮条的结点拉到同一位置 $O$.

**例 7**:为了“探究加速度与力、质量的关系”,现提供如图甲所示实验装置．请思考探究思路并回答下列问题:

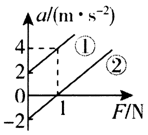
(1)为了消除小车与木板之间摩擦力的影响应采取的做法是________.




甲




乙




丙

A. 将木板不带滑轮的一端适当垫高,使小车在钩码拉动下恰好做匀速运动

B. 将木板带滑轮的一端适当垫高,使小车在钩码拉动下恰好做匀速运动

C. 使木板不带滑轮的一端适当垫高,在不挂钩码的情况下使小车恰好做匀速运动

D. 使木板不带滑轮的一端适当垫高,在不挂钩码的情况下使小车能够静止在木板上

(2)在实验中,得到一条打点的纸带,如图乙所示,已知相邻计数点的时间间隔为 $T$,且间距 $s_1$、$s_2$、$s_3$、$s_4$、$s_5$、$s_6$ 已量出,则小车加速度的表达式为 $a=$________.

(3)有一组同学保持小车及车中的砝码质量一定,探究加速度 $a$ 与所受外力 $F$ 的关系,他们在木板水平和倾斜两种情况下分别做了实验,得到了两条 $a-F$ 图线,如图丙所示．图线________是在木板倾斜情况下得到的(选填“①”或“②”);小车及车中的砝码总质量 $m=$________ kg.

**答案**:(1)C　(2)$\dfrac{(s_4+s_5+s_6)-(s_1+s_2+s_3)}{9T^2}$　(3)①　0.5

**解析**:(1)平衡摩擦力就是让小车在无拉力的作用下做匀速直线运动,让重力沿斜面的分力等于小车受到的摩擦力．所以应将木板不带滑轮的一端适当垫高,在不挂钩码的情况下使小车恰好做匀速运动．故 C 选项正确.

(2)由匀变速运动的规律得:

$s_4-s_1=3aT^2$,$s_5-s_2=3aT^2$,$s_6-s_3=3aT^2$,

联立得:$(s_4+s_5+s_6)-(s_1+s_2+s_3)=9aT^2$

解得:$a=\dfrac{(s_4+s_5+s_6)-(s_1+s_2+s_3)}{9T^2}$.

(3)由图线①可知,当 $F=0$ 时,$a\neq0$．也就是说当绳子上没有拉力时小车就有加速度,该同学实验操作中平衡摩擦力过大,即木板倾角过大,平衡摩擦力时木板的右端垫得过高．所以图线①是在木板右侧抬高成为斜面情况下得到的.

根据 $F=ma$ 得 $a-F$ 图象的斜率 $k=\dfrac{1}{m}$,

由 $a-F$ 图象得图象斜率 $k=2\ \text{kg}^{-1}$,所以 $m=0.5$ kg.

**例 8**：为了探究物体质量一定时加速度与力的关系，甲、乙同学设计了如图 1 所示的实验装置. 其中 $M$ 为带滑轮的小车的质量，$m$ 为砂和砂桶的质量，$m_0$ 为滑轮的质量．力传感器可测出轻绳中的拉力大小．

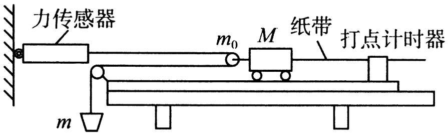



图 1

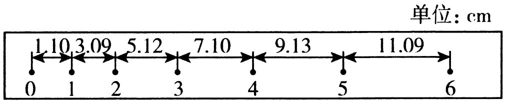



图 2

(1)实验时，一定要进行的操作是________.

A. 用天平测出砂和砂桶的质量

B. 将带滑轮的长木板右端垫高，以平衡摩擦力

C. 小车靠近打点计时器，先接通电源，再释放小车，打出一条纸带，同时记录力传感器的示数

D. 为减小误差，实验中一定要保证砂和砂桶的质量 $m$ 远小于小车的质量 $M$

(2)甲同学在实验中得到如图 2 所示的一条纸带(两计数点间还有四个点没有画出)，已知打点计时器采用的是频率为 50 Hz 的交流电，根据纸带可求出小车的加速度为________ m/s²(结果保留三位有效数字).

(3)甲同学以力传感器的示数 $F$ 为横坐标，加速度 $a$ 为纵坐标，画出如图 3 所示的 $a-F$ 图象是一条直线，图线与横坐标的夹角为 $\theta$，求得图线的斜率为 $k$，则小车的质量为________.

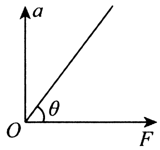



图 3

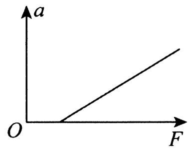



图 4

A. $\dfrac{1}{\tan\theta}$ B. $\dfrac{1}{\tan\theta}-m_0$

C. $\dfrac{2}{k}-m_0$ D. $\dfrac{2}{k}$

(4)乙同学根据测量数据做出如图 4 所示的 $a-F$ 图线，该同学做实验时存在的问题是________________________________.

**答案**：(1)BC (2)2.00 (3)C (4)没有平衡摩擦力或平衡摩擦力不够

**解析**：(1)本题拉力可以由弹簧测力计测出，不需要用天平测出砂和砂桶的质量，也就不需要使砂桶(包括砂)的质量远小于车的总质量，故 A、D 错误；实验时需将长木板右端垫高，以平衡摩擦力，故 B 正确；实验时，小车应靠近打点计时器，先接通电源，再释放小车，需记录传感器的示数，故 C 正确.

(2)根据 $\Delta x=aT^2$，运用逐差法得，$a=\dfrac{x_{36}-x_{03}}{9T^2}=\dfrac{(7.10+9.13+11.09-1.10-3.09-5.12)\times10^{-2}}{9\times0.01}$ m/s² $=2.00$ m/s².

(3)由牛顿第二定律得：$2F=Ma$，则 $a=\dfrac{2}{M}F$，$a-F$ 图象的斜率：$k=\dfrac{2}{M}$，则小车的质量 $m'=M-m_0=\dfrac{2}{k}-m_0$，故 C 正确.

(4)当 $F$ 不等于零，加速度 $a$ 仍然为零，可知实验中没有平衡摩擦力或平衡摩擦力不够.

**例 9**：某实验小组利用如图 1 所示的装置探究加速度与力、质量的关系.

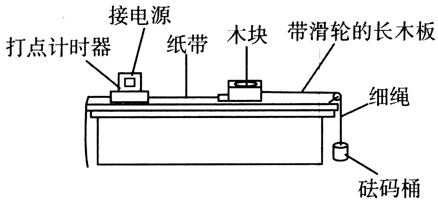



图 1

(1)下列做法正确的是________.

A. 调节滑轮的高度，使牵引木块的细绳与长木板保持平行

B. 在调节木板倾斜度平衡木块受到的滑动摩擦力时，将装有砝码的砝码桶通过定滑轮拴在木块上

C. 实验时，先放开木块再接通打点计时器的电源

D. 通过增减木块上的砝码改变质量时，不需要重新调节木板倾斜度

(2)为使砝码桶及桶内砝码的总重力在数值上近似等于木块运动时受到的拉力，应满足的条件是砝码桶及桶内砝码的总质量________木块和木块上砝码的总质量.(选填"远大于""远小于"或"近似等于")

(3)甲、乙两同学在同一实验室，各取一套如图 2 所示的装置放在水平桌面上，木块上均不放砝码，在没有平衡摩擦力的情况下，研究加速度 $a$ 与拉力 $F$ 的关系，分别得到图中甲、乙两条直线，设甲、乙用的木块质量分别为 $m_{甲}$、$m_{乙}$，甲、乙用的木块与木板间的动摩擦因数分别为 $\mu_{甲}$、$\mu_{乙}$，由图可知，$m_{甲}$________$m_{乙}$，$\mu_{甲}$________$\mu_{乙}$.(均选填"大于""小于"或"等于")

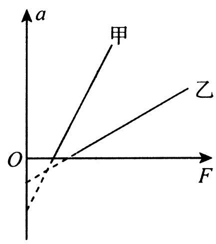



图 2

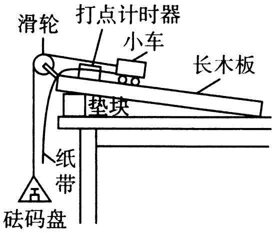
**答案**：(1)AD　(2)远小于　(3)小于　大于

**解析**：(1)木块下滑时，受到重力、细线的拉力、支持力和摩擦力作用，要使拉力等于合力，应该使细绳与长木板平行且使重力的下滑分量 $mg\sin\theta$ 等于摩擦力 $\mu mg\cos\theta$，即 $mg\sin\theta=\mu mg\cos\theta$(其中 $\theta$ 为木板的倾角)，故平衡摩擦力时，不能悬挂砝码桶，A 正确，B 错误；由平衡摩擦力的公式可知两边的质量 $m$ 可以消去，故改变木块上的砝码的质量时，木块及其上砝码的总重力的下滑分量仍能和总的摩擦力抵消，不需要重新调节木板倾斜度，D 正确；通过纸带求木块加速度，要求打点计时器在纸带上打出足够多的点，这就要求将木块放在靠近打点计时器的位置，并且先接通打点计时器电源，待打点稳定后再释放小车，C 错误.

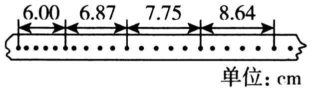
(2)实验中平衡好摩擦力后，绳的拉力提供木块所受的合力，即 $F=ma$；砝码桶及桶内砝码与木块运动的速度相等，由牛顿第二定律得 $m'g-F=m'a$，两式联立得 $F=\frac{mm'g}{m+m'}=\frac{m'g}{1+\frac{m'}{m}}$，即当 $m'\ll m$ 时，砝码桶及桶内砝码的总重力近似等于木块运动时受到的拉力，提供木块所受的合力，故应选填"远小于".

(3)实验中如果没有平衡摩擦，对木块进行受力分析，根据牛顿第二定律 $F-\mu mg=ma$，得 $a=\frac{1}{m}F-\mu g$，即 $a-F$ 图象中，斜率表示质量的倒数 $\frac{1}{m}$，$a$ 轴上的截距的绝对值表示 $\mu g$，结合图可得 $m_{甲}<m_{乙}$，$\mu_{甲}>\mu_{乙}$.

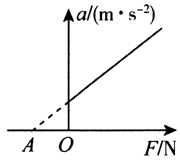
**例 10**：某实验小组设计如图甲所示实验装置“探究加速度与力的关系”. 已知小车的质量 $M$，砝码盘的质量 $m_0$，打点计时器使用的交流电频率 $f=50$ Hz.




甲




乙




丙

(1)探究方案的实验步骤

A. 按图甲安装好实验装置；

B. 调节长木板的倾角，轻推小车后，使小车能沿长木板向下做匀速运动；

C. 取下细绳和砝码盘，记录砝码盘中砝码的质量 $m$；

D. 将小车紧靠打点计时器，接通电源后放开小车，得到一条打点清晰的纸带，由纸带求得小车的加速度 $a$；

E. 重新挂上细绳和砝码盘，改变砝码盘中砝码的质量 $m$，重复多次步骤 B～D，得到多组 $m$、$a$.

(2)记录数据及数据分析

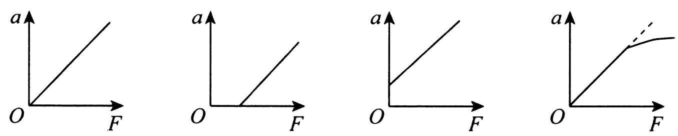
①实验中打出的其中一条纸带如图乙所示，由该纸带可求得小车的加速度 $a=$________ $m/s^2$.(结果保留两位有效数字)

②实验小组认为小车受到的合外力 $F=mg$，根据记录数据和纸带，将计算得到合外力和加速度填入设计的表中(表略).

③建立 $a-F$ 坐标系，利用②中得到的表中数据描点得到如图丙所示的图线. 根据图线，结论“小车加速度 $a$ 与外力 $F$ 成正比”是________(选填“成立”或“不成立”)的；已知图线延长线与横轴的交点 A 的坐标是(－0.08，0)，由此可知，砝码盘的质量 $m_0=$________ kg.(知数据测量是准确的，重力加速度 $g$ 取 10 $m/s^2$)

(3)方案评估

若认为小车受到的合外力等于砝码盘和砝码的总重力，即 $F=(m_0+m)g$，实验中随着 $F$ 的增大，不再满足砝码和砝码盘的总质量远小于小车的质量要求，实验图象应为________.(填正确答案标号)



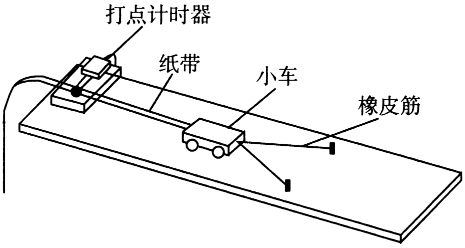

**答案**：(2)①0.88　③不成立　0.008　(3)A

**解析**：(2)①在匀变速直线运动中连续相等时间内的位移差为常数，即 $\Delta x=aT^2$，则 $a=\dfrac{(x_3+x_4)-(x_1+x_2)}{4T^2}=$ $\dfrac{(8.64+7.75)-(6.87+6.00)}{0.04}$ $cm/s^2=88\ cm/s^2=0.88\ m/s^2$.

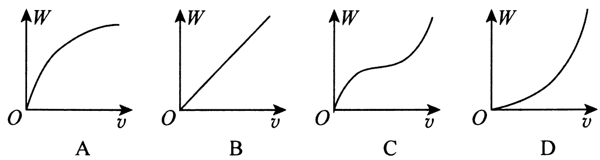
③因图线不过原点，故由此可知结论“小车加速度 $a$ 与外力 $F$ 成正比”是不成立的；由图象可知，当外力为零时，物体有加速度，这说明在计算小车所受的合外力时未计入砝码盘的重力，根据数学函数关系可知该图线延长线与横轴的交点表示的物理量是砝码盘的重力大小，因 A 的坐标是(－0.08，0)，则砝码盘的重力大小为 0.08 N，质量为 0.008 kg.

(3)当物体小车匀速下滑时有：$mg\sin\theta=f+(m+m_0)g$，当取下细绳和砝码盘后，由于重力沿斜面向下的分力 $mg\sin\theta$ 和摩擦力 $f$ 不变，因此其合外力为 $(m+m_0)g$，由此可知该实验中不需要砝码和砝码盘的总质量远小于小车的质量. 故此在实验中随着 $F$ 的增大，即使不再满足砝码和砝码盘的总质量远小于小车的质量要求，$a-F$ 仍为正比关系，故实验图象应为 A.

**例 11**:某实验小组探究力对物体做功与物体获得的速度的关系,选取的实验装置如图甲所示.实验主要步骤如下:




甲




乙

(1)实验时,在未连接橡皮筋时将长木板的左端用小木块垫起,不断调整使长木板倾斜合适的角度,轻推小车,使小车匀速下滑,这样做的目的是________________.

(2)使小车在 1 条橡皮筋的作用下由某位置静止弹出沿木板滑行,橡皮筋对小车做的功为 $W$;再用完全相同的 2 条、3 条、…橡皮筋同时作用于小车,每次均由静止从________(选填"相同"或"不同")位置释放小车,使橡皮筋对小车做的功分别为 $2W$、$3W$、…

(3)分析打点计时器打出的纸带,分别求出小车每次获得的最大速度 $v_1$、$v_2$、$v_3$、…,作出 $W-v$ 图象,则图乙中符合实际图象的是________(选填字母序号).

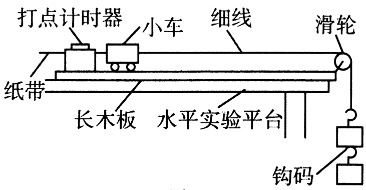
**答案**:(1)平衡摩擦力 (2)相同 (3)D

**解析**:(1)小车下滑时受到重力、橡皮筋的拉力、支持力和摩擦力,要使拉力等于合力,则应该用重力沿长木板方向的分力来平衡摩擦力.故可以将长木板的一端垫高来平衡小车所受的摩擦力,让小车的重力沿长木板的分力与摩擦力平衡,即 $mg\sin\theta=\mu mg\cos\theta$.

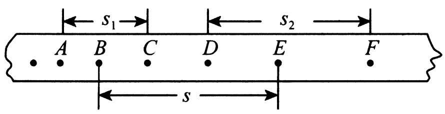
(2)橡皮筋产生的拉力是变力,采用倍增法增加功;即使小车在 1 条橡皮筋的作用下由静止弹出,这时橡皮筋对小车做的功为 $W$,再用完全相同的 2 条、3 条、…橡皮筋作用于小车,每次由静止释放小车时橡皮筋的伸长量都相同,使橡皮筋对小车做的功分别为 $2W$、$3W$、…,即每次均由静止在相同位置释放小车.

(3)功与速度的平方成正比,所以图象为抛物线,D 正确.

**例 12**:在追寻科学家研究足迹的过程中,某同学为探究恒力做功和物体动能变化间的关系,采用了如图甲所示的实验装置.




甲




乙

(1)实验时,该同学用钩码的重力表示小车受到的合力,为了减小这种做法带来的实验误差,你认为应该采取的措施是________.(填选项前的字母)

A. 保证钩码的质量远小于小车的质量

B. 选取打点计时器所打的第 1 点与第 2 点间的距离约为 2 mm 的纸带来处理数据

C. 把长木板不带滑轮的一端适当垫高以平衡摩擦力

D. 必须先接通电源再释放小车

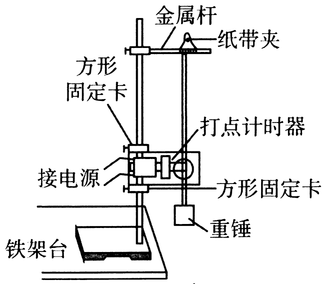
(2)如图乙所示是实验中得到的一条纸带,其中 $A$、$B$、$C$、$D$、$E$、$F$ 是连续的六个计数点,相邻计数点间的时间间隔为 $T$,相关计数点间的距离已在图中标出,测出小车的质量为 $M$,钩码的总质量为 $m$. 从打 $B$ 点到打 $E$ 点的过程中,合力对小车做的功是________,小车动能的增加量是________(用题中和图中的物理量符号表示).

**答案**:(1)AC (2)$mgs$ $\frac{1}{2}M\left(\frac{s_2}{2T}\right)^2-\frac{1}{2}M\left(\frac{s_1}{2T}\right)^2$

**解析**:(1)由于小车运动过程中会受到阻力,故要使拉力接近钩码的重力,要平衡摩擦力,以及要使钩码的质量远小于小车的质量,故选项 A、C 正确,B、D 错误.

(2)从打 $B$ 点到打 $E$ 点的过程中,合力对小车做的功是 $W=mgh=mgs$,根据中间时刻的速度等于平均速度得 $v_B=\frac{s_1}{2T}$,$v_E=\frac{s_2}{2T}$,小车动能的增加量是 $\Delta E_k=\frac{1}{2}Mv_E^2-\frac{1}{2}Mv_B^2=\frac{1}{2}M\left(\frac{s_2}{2T}\right)^2-\frac{1}{2}M\left(\frac{s_1}{2T}\right)^2$.

**例 13**:如图所示是用“落体法”验证机械能守恒定律的实验装置.($g$ 取 9.80 $m/s^2$)

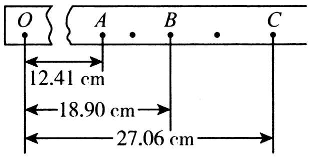



(1)选出一条清晰的纸带如图甲所示,其中 $O$ 点为打点计时器打下的第一个点,$A$、$B$、$C$ 为三个计数点,打点计时器通以频率为 50 Hz 的交变电流.用分度值为 1 mm 的刻度尺测得 $OA=12.41$ cm,$OB=18.90$ cm,$OC=27.06$ cm,在计数点 $A$ 和 $B$、$B$ 和 $C$ 之间还各有一个点,重锤的质量为 1.00 kg. 甲同学根据以上数据算出:当打点计时器打到 $B$ 点时重锤的重力势能比开始下落时减少了________J;此时重锤的速度 $v_B=$________m/s,此时重锤的动能比开始下落时增加了________J.(结果均保留三位有效数字)

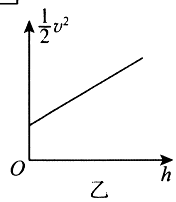
(2)某同学利用他自己实验时打出的纸带,测量出了各计数点到打点计时器打下的第一个点的距离 $h$,算出了各计数点对应的速度 $v$,然后以 $h$ 为横轴、以 $\frac{1}{2}v^2$ 为纵轴作出了如图乙所示的图线,图线的斜率近似等于________.

A. 19.6　　B. 9.8　　C. 4.90

图线未过原点 $O$ 的原因是____________________.



甲



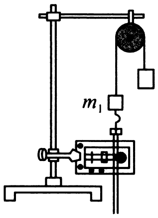
乙

**答案**:(1)1.85　1.83　1.67　(2)B　先释放了纸带,再合上打点计时器的开关

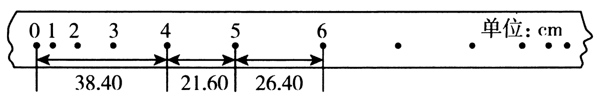
**解析**:(1)当打点计时器打到 $B$ 点时,重锤的重力势能减少量 $\Delta E_p=mg\cdot OB=1.00\times9.80\times18.90\times10^{-2}$ J$\approx$1.85 J;打 $B$ 点时重锤的速度 $v_B=\frac{OC-OA}{4T}=\frac{(27.06-12.41)\times10^{-2}}{4\times0.02}$ m/s$\approx$1.83 m/s,此时重锤的动能增加量 $\Delta E_k=\frac{1}{2}mv_B^2=\frac{1}{2}\times1.00\times1.83^2$ J$\approx$1.67 J.

(2)由机械守恒定律有 $\frac{1}{2}mv^2=mgh$,可得 $\frac{1}{2}v^2=gh$,由此可知图线的斜率近似等于重力加速度 $g$,故 B 正确. 由图线可知,$h=0$ 时,重锤的速度不等于零,原因是该同学做实验时先释放了纸带,然后才闭合打点计时器的开关.

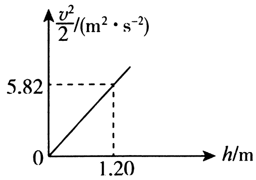
**例 14**:用如图甲所示实验装置验证 $m_1$、$m_2$ 组成的系统机械能守恒. $m_2$ 从高处由静止开始下落,$m_1$ 上拖着的纸带打出一系列的点,对纸带上的点迹进行测量,即可验证机械能守恒. 图乙给出的是实验中获取的一条纸带:0 是打下的第一个点,每相邻两计数点间还有 4 个点(图中未标出),计数点间的距离如图乙所示. 已知电源频率为 50 Hz,$m_1=50$ g、$m_2=150$ g,$g$ 取 10 $m/s^2$,则



甲



乙



丙

(1)在纸带上打下计数点 5 时的速度 $v=$________m/s.

(2)在打点 0~5 过程中系统动能的增加量 $\Delta E_k=$________J,系统势能的减少量 $\Delta E_p=$________J,由此得出的结论是____________________.

(3)实验结果显示 $\Delta E_p>\Delta E_k$,那么造成这一现象的主要原因是____________________.

(4)若某同学作出 $\frac{1}{2}v^2-h$ 图象如图丙所示,则当地的实际重力加速度 $g=$________$m/s^2$.

**答案**:(1)2.40　(2)0.576　0.600　在误差允许的范围内,系统机械能守恒　(3)摩擦阻力造成的机械能损失　(4)9.70

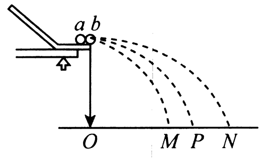
**解析**:(1)在纸带上打下计数点 5 时的速度 $v=\frac{x_{46}}{2T}=\frac{(21.60+26.40)\times10^{-2}}{0.2}$ m/s=2.40 m/s.

(2)在打点 0~5 过程中系统动能的增加量 $\Delta E_k=\frac{1}{2}(m_1+m_2)v^2=\frac{1}{2}\times0.2\times2.4^2$ J=0.576 J;系统重力势能的减少量 $\Delta E_p=(m_2-m_1)gh=0.1\times10\times(0.216+0.384)$J=0.600 J,在误差允许的范围内,系统机械能守恒.

(3)因空气阻力、纸带与限位孔间的阻力及滑轮轴间阻力做负功,使系统重力势能的减少量大于系统动能的增加量.

(4)由系统机械能守恒得 $(m_2-m_1)gh=\frac{1}{2}(m_1+m_2)v^2$,解得 $\frac{1}{2}v^2=\frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}gh$,图线的斜率 $k=\frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}g=\frac{5.82}{1.20}$ $m/s^2$,解得 $g=9.70$ $m/s^2$.

**例 15**：在“验证动量守恒定律”的实验中，已有的实验器材有：斜槽轨道，大小相等质量不同的小钢球两个，重锤线一条，白纸，复写纸，圆规．实验装置及实验中小球运动轨迹及落点的情况简图如图所示．




试根据实验要求完成下列填空：

(1)实验前，轨道的调节应注意____________________.

(2)实验中重复多次让 $a$ 球从斜槽上释放，应特别注意____________________________________.

(3)实验中还缺少的测量器材有________________.

(4)实验中需要测量的物理量是__________________________________________.

(5)若该碰撞过程中动量守恒，则一定有关系式______________成立[用(4)中所写字母表示].

**答案**：(1)槽的末端的切线是水平的　(2)让 $a$ 球从同一高处静止释放滚下　(3)天平、刻度尺　(4)$a$ 球的质量 $m_a$ 和 $b$ 球的质量 $m_b$，线段 $OP$、$OM$ 和 $ON$ 的长度　(5)$m_a\cdot OP=m_a\cdot OM+m_b\cdot ON$

**解析**：(1)由于要保证两球发生弹性碰撞后做平抛运动，即初速度沿水平方向，所以必须保证槽的末端的切线是水平的.

(2)由于实验要重复进行多次以确定同一个弹性碰撞后两小球的落点的确切位置，所以每次碰撞前入射球 $a$ 的速度必须相同，根据 $mgh=\frac{1}{2}mv^2$ 可得 $v=\sqrt{2gh}$，所以每次必须让 $a$ 球从同一高处静止释放滚下.

(3)要验证 $m_av_0=m_av_1+m_bv_2$，由于碰撞前后入射球和被碰球从同一高度同时做平抛运动的时间相同，故可验证 $m_av_0t=m_av_1t+m_bv_2t$，而 $v_0t=OP$，$v_1t=OM$，$v_2t=ON$，故只需验证 $m_a\cdot OP=m_a\cdot OM+m_b\cdot ON$，所以要测量 $a$ 球的质量 $m_a$ 和 $b$ 球的质量 $m_b$，故需要天平；要测量两球平抛时水平方向的位移即线段 $OP$、$OM$ 和 $ON$ 的长度，故需要刻度尺.

(4)由(3)的解析可知实验中需测量的物理量是 $a$ 球的质量 $m_a$ 和 $b$ 球的质量 $m_b$，线段 $OP$、$OM$ 和 $ON$ 的长度.

(5)由(3)的解析可知若该碰撞过程中动量守恒，则一定有关系式 $m_a\cdot OP=m_a\cdot OM+m_b\cdot ON$.

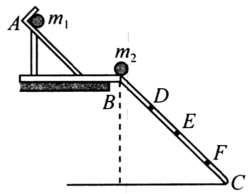
**例 16**：为了验证碰撞中的动量守恒和检验两个小球的碰撞是否为弹性碰撞，某同学选取了两个体积相同、质量不相等的小球，按下述步骤做了如下实验：

①用天平测出两个小球的质量(分别为 $m_1$ 和 $m_2$，且 $m_1>m_2$).

②按照如图所示的那样，安装好实验装置．将斜槽 $AB$ 固定在桌边，使槽的末端处的切线水平，将一斜面 $BC$ 连接在斜槽末端.

③先不放小球 $m_2$，让小球 $m_1$ 从斜槽顶端 $A$ 处由静止开始滚下，记下小球在斜面上的落点位置.

④将小球 $m_2$ 放在斜槽末端边缘处，让小球 $m_1$ 从斜槽顶端 $A$ 处由静止开始滚下，使它们发生碰撞，记下小球 $m_1$ 和 $m_2$ 在斜面上的落点位置.




⑤用毫米刻度尺量出各个落点位置到斜槽末端点 $B$ 的距离，图中 $D$、$E$、$F$ 点是该同学记下的小球在斜面上的几个落点位置，到 $B$ 点的距离分别为 $L_D$、$L_E$、$L_F$.

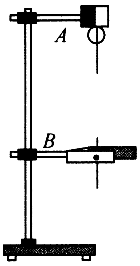
(1)小球 $m_1$ 和 $m_2$ 发生碰撞后，$m_1$ 的落点是图中的________点，$m_2$ 的落点是图中的________点.

(2)用测得的物理量来表示，只要满足关系式____________________，则说明碰撞中动量守恒.

(3)用测得的物理量来表示，只要再满足关系式____________________，则说明两小球的碰撞是弹性碰撞.

**答案**：(1)$D$　$F$　(2)$m_1\sqrt{L_E}=m_1\sqrt{L_D}+m_2\sqrt{L_F}$　(3)$m_1L_E=m_1L_D+m_2L_F$

**解析**：设斜面 $BC$ 的倾角为 $\theta$，小球从斜面顶端平抛落到斜面上，两者距离为 $L$，由平抛运动的知识可知，$L\cos\theta=vt$，$L\sin\theta=\frac{1}{2}gt^2$，可得 $v=L\cos\theta\sqrt{\frac{g}{2L\sin\theta}}=\cos\theta\sqrt{\frac{gL}{2\sin\theta}}$，由于 $\theta$、$g$ 都是恒量，所以 $v\propto\sqrt{L}$，$v^2\propto L$，所以动量守恒的表达式可以化简为 $m_1\sqrt{L_E}=m_1\sqrt{L_D}+m_2\sqrt{L_F}$，机械能守恒的表达式可以化简为 $m_1L_E=m_1L_D+m_2L_F$.




**例 17**:用如图所示的装置验证机械能守恒定律.实验前调整光电门位置,使小球下落过程中球心通过光电门中的激光束.实验中通过断开电磁铁开关使小球从 $A$ 点下落,经过光电门 $B$,记录挡光时间 $\Delta t$,测出小球在 $A$、$B$ 间下落的距离 $h$.竖直平移光电门 $B$,重复上述步骤,测得多组 $h$ 及相应的 $\Delta t$,已知当地重力加速度为 $g$.

(1)实验中还需测量的物理量是________;

(2)小球通过光电门速度的表达式为 $v=$________;

(3)根据测量数据描绘出 $\frac{1}{\Delta t^2}-h$ 图象,能否仅依据图象是过原点的直线就得出机械能守恒的结论?________,理由是________.

**答案**:(1)小球直径 $d$ (2)$\frac{d}{\Delta t}$ (3)不能 斜率近似等于 $\frac{2g}{d^2}$,才能判断小球下落过程中机械能守恒

**解析**:(1)实验需要求出小球经过光电门时的速度,需要测出小球的直径 $d$;

(2)利用小球通过光电门的平均速度来代替瞬时速度,故 $v=\frac{d}{\Delta t}$;

(3)根据机械能守恒的表达式有 $mgh=\frac{1}{2}mv^2$,即 $\frac{1}{\Delta t^2}=\frac{2g}{d^2}h$,不能依据图象是过原点的直线就得出机械能守恒的结论,当斜率近似等于 $\frac{2g}{d^2}$,才能判断小球下落过程中机械能守恒.

# 二十二　力学观点综合应用

## 考点一：运动学和动力学的综合应用问题

牛顿第二定律和运动学公式的综合运用问题涉及多过程的运动时，要分以下几个步骤进行求解：

1. 分析物体的临界状态.

2. 根据临界状态将物体的运动分为相应的几个阶段.

3. 分阶段分析物体的受力情况和运动情况.

4. 利用牛顿运动定律和运动学公式列出相应的表达式进行求解.

## 考点二：用动力学和能量的观点解决多过程问题

对于多过程问题要做好“四选择”

1. 当物体受到恒力作用发生运动状态的改变而且又涉及时间时，一般选择用动力学方法解题.

2. 当涉及功、能和位移时，一般选用动能定理、机械能守恒定律、功能关系或能量守恒定律解题，题目中出现相对位移时，应优先选择能量守恒定律.

3. 当涉及细节并要求分析力时，一般选择牛顿运动定律，对某一时刻的问题选择牛顿第二定律求解.

4. 复杂问题的分析一般需选择能量的观点、运动与力的观点综合解题.

## 考点三：应用动量观点和能量观点分析多过程问题

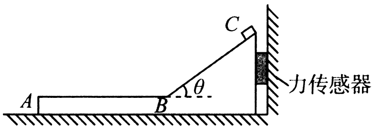
1. 弄清有几个物体参与运动，并划分清楚物体的运动过程.

2. 进行正确的受力分析，明确各过程的运动特点.

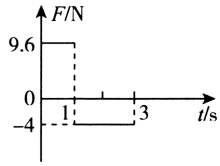
3. 光滑的平面或曲面，还有不计阻力的抛体运动，机械能一定守恒；碰撞过程、子弹打击木块、不受其他外力作用的两物体相互作用问题，一般考虑用动量守恒定律分析.

4. 如含摩擦生热问题，则考虑用能量守恒定律分析.

**例 1**：如图甲所示，光滑水平面上放置着物体 $ABC$，$AB$ 与 $BC$ 平滑连接，$AB$ 表面粗糙且水平（长度足够长），倾斜部分 $BC$ 表面光滑，与水平面的夹角 $\theta=37°$. 在物体右侧与竖直墙壁之间连接着一个力传感器，规定力传感器受到物体的压力时，其示数为正值；力传感器受到物体的拉力时，其示数为负值. 一个可视为质点的滑块从物体的 $C$ 点由静止开始下滑，运动过程中，力传感器记录下的力 $F$ 和时间 $t$ 的关系如图乙所示．（$\sin 37°=0.6$，$\cos 37°=0.8$，$g$ 取 $10\ \text{m/s}^2$），求：



甲



乙

（1）物体倾斜部分 $BC$ 的长度；

（2）滑块的质量；

（3）运动过程中滑块克服摩擦力做的功.

**答案**：（1）3 m （2）2 kg （3）36 J

**解析**：（1）对滑块在倾斜部分 $BC$ 上的运动，由牛顿第二定律有 $mg\sin\theta=ma_1$

解得 $a_1=6\ \text{m/s}^2$

斜面 $BC$ 长 $x_1=\frac{1}{2}a_1t_1^2=3$ m.

（2）物体对传感器的压力为 $F_1=mg\cos\theta\sin\theta$，由题图乙可知 $F_1=9.6$ N

解得 $m=2$ kg.

（3）设 1 s 后物体 $ABC$ 受到的摩擦力大小为 $f$，对物体由平衡条件有 $f=F_2=4$ N

对滑块由牛顿第二定律有 $f=ma_2$

解得 $a_2=2\ \text{m/s}^2$

滑块在 $AB$ 表面上滑行的距离 $x_2=\frac{v^2}{2a_2}$

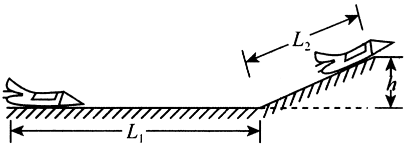
而滑块到达 $B$ 点处的速度 $v=a_1t_1=6\ \text{m/s}^2\times1\ \text{s}=6\ \text{m/s}$

联立解得 $x_2=9$ m

滑块克服摩擦力做的功为 $W_f=fx_2=36$ J.

**点拨**：对于涉及图象的动力学问题，要做到以下几点：

1. 看清坐标轴所表示的物理量及单位，注意坐标原点是否从零开始；
2. 挖掘图象中的隐含信息，这往往是解题的突破点；
3. 写出图线对应的函数表达式，明确图象与函数表达式之间的对应关系，结合特殊点进行求解.




**例 2**:为了安全,中国航母舰载机"歼－15"采用滑跃式起飞.起飞时主要靠甲板前端的上翘来帮助战斗机起飞,其示意图如图所示,飞机由静止开始先在一段水平距离为 $L_1=160$ m 的水平跑道上运动,然后在长度为 $L_2=20.5$ m 的倾斜跑道上滑跑,直到起飞.已知飞机的质量 $m=2.0\times10^4$ kg,其喷气发动机的推力大小恒为 $F=1.4\times10^5$ N,方向与速度方向相同,水平跑道与倾斜跑道末端的高度差 $h=2.05$ m,飞机在水平跑道上和倾斜跑道上运动的过程中受到的平均阻力大小都为飞机重力的 0.2,假设航母处于静止状态,飞机质量视为不变并可看成质点,倾斜跑道看做斜面,不计水平跑道和倾斜跑道连接处的影响,且飞机起飞的过程中没有出现任何故障.$g$ 取 10 m/s$^2$.

(1)求飞机在水平跑道上运动的末速度大小.

(2)求飞机从开始运动到起飞经历的时间 $t$.

**答案**:(1)40 m/s　(2)8.5 s

**解析**:(1)设飞机在水平跑道上运动的加速度大小为 $a_1$,阻力大小为 $f$,在水平跑道上运动的末速度大小为 $v_1$,由牛顿第二定律得 $F-f=ma_1$

又 $f=0.2mg$,$v_1^2=2a_1L_1$

联立以上三式并代入数据解得 $a_1=5$ m/s$^2$,$v_1=40$ m/s.

(2)设飞机在倾斜跑道上运动的加速度大小为 $a_2$,在倾斜跑道末端的速度大小为 $v_2$,飞机在水平跑道上的运动时间

$t_1=\dfrac{v_1}{a_1}=8$ s

在倾斜跑道上,由牛顿第二定律有

$F-f-mg\dfrac{h}{L_2}=ma_2$

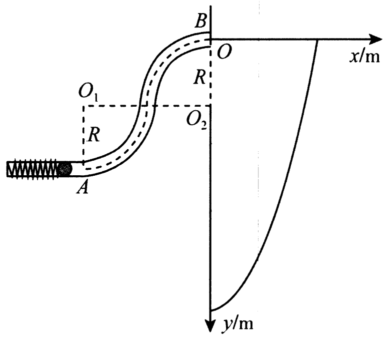
代入数据解得 $a_2=4$ m/s$^2$

由 $v_2^2-v_1^2=2a_2L_2$

代入数据解得 $v_2=42$ m/s

飞机在倾斜跑道上的运动时间 $t_2=\dfrac{v_2-v_1}{a_2}=0.5$ s.

则 $t=t_1+t_2=8.5$ s.




**例 3**:如图所示,竖直放置的光滑 S 形轨道,其核心部分是由两个半径均为 $R=2$ m的圆形轨道构成,轨道进口 $A$ 与弹簧枪水平连接,出口 $B$ 在竖直平面内的直角坐标系的原点处,且与 $x$ 轴相切,在坐标系中放一挡板,其形状满足方程 $y=-x^2+9$(单位:m).一质量为 $m=2$ kg 的小球(作质点看待)被弹簧枪发射后沿轨道运动,经过出口 $B$ 时,对管道的下壁的压力为 $F_N'=16$ N,最终与挡板碰撞.已知 $g$ 取 10 m/s$^2$.

(1)求小球经过 $B$ 点时的速度大小 $v_B$;

(2)求小球离开出口 $B$ 到与挡板碰撞所用的时间 $t_1$;

(3)若要使小球与挡板碰撞时的动能最小,发射小球前弹簧的弹性势能 $E_P$ 是多大?

**答案**:(1)2 m/s　(2)1 s　(3)105 J

**解析**:(1)由牛顿第三定律:$F_N=F'_N=16$ N

由牛顿第二定律得 $mg-F_N=\dfrac{mv_B^2}{R}$,代入数值得 $v_B=2$ m/s.

(2)由平抛运动规律 $x_1=v_Bt_1$　$y_1=\dfrac{1}{2}gt_1^2$　又 $y_1=-x_1^2+9$ 解得:$t_1=1$ s.

(3)由平抛运动规律 $x=vt$　$y=\dfrac{1}{2}gt^2$　又 $y=-x^2+9$

可得:$t^2=\dfrac{9}{v^2+\dfrac{1}{2}g}$

$E_k=mgy+\dfrac{1}{2}mv^2=\dfrac{9mg^2}{2}\cdot\dfrac{1}{v^2+\dfrac{1}{2}g}+\dfrac{1}{2}mv^2$

$=\dfrac{9mg^2}{2}\cdot\dfrac{1}{v^2+\dfrac{1}{2}g}+\dfrac{1}{2}m(v^2+\dfrac{1}{2}g)-\dfrac{1}{4}mg$

当 $\dfrac{9mg^2}{2}\cdot\dfrac{1}{v^2+\dfrac{1}{2}g}=\dfrac{1}{2}m(v^2+\dfrac{1}{2}g)$ 时,即 $v^2=2.5g$ 时,动能最小,$E_P=2mgR+\dfrac{1}{2}mv^2=105$ J.

# 二十三　电场的力的性质

## 一、电荷及电荷守恒定律

1. 元电荷、点电荷

(1)元电荷：$e=1.6\times10^{-19}$ C，所有带电体的电荷量都是元电荷的整数倍，其中质子、正电子的电荷量与元电荷相同.

(2)点电荷：当带电体本身的大小和形状对研究的问题影响很小时，可以将带电体视为点电荷.

2. 静电场

(1)定义：存在于电荷周围，能传递电荷间相互作用的一种特殊物质.

(2)基本性质：对放入其中的电荷有力的作用.

3. 电荷守恒定律

(1)内容：电荷既不会创生，也不会消灭，它只能从一个物体转移到另一个物体，或者从物体的一部分转移到另一部分；在转移过程中，电荷的总量保持不变.

(2)起电方式：摩擦起电、接触起电、感应起电.

(3)带电实质：物体带电的实质是得失电子.

## 二、库仑定律

1. 内容：真空中两个静止点电荷之间的相互作用力，与它们的电荷量的乘积成正比，与它们的距离的二次方成反比，作用力的方向在它们的连线上.

2. 表达式：$F=\frac{kq_1q_2}{r^2}$，式中 $k=9.0\times10^9\ \mathrm{N\cdot m^2/C^2}$，叫静电力常量.

3. 适用条件：真空中静止的点电荷.

## 三、电场强度、点电荷的电场强度

1. 定义：放入电场中某点的电荷受到的电场力 $F$ 与它的电荷量 $q$ 的比值.

2. 定义式：$E=\frac{F}{q}$. 单位：N/C 或 V/m.

3. 点电荷的电场强度：真空中点电荷形成的电场中某点的电场强度：$E=\frac{kQ}{r^2}$.

4. 方向：规定正电荷在电场中某点所受电场力的方向为该点的电场强度方向.

5. 电场强度的叠加：电场中某点的电场强度为各个点电荷单独在该点产生的电场强度的矢量和，遵从平行四边形定则.

## 四、电场线的特点

1. 电场线从正电荷或无限远处出发，终止于负电荷或无限远处.

2. 在同一电场里，电场线越密的地方电场强度越大.

3. 电场线上某点的切线方向表示该点的电场强度方向.

4. 电场线在电场中不相交.

5. 电场线不是电荷在电场中的运动轨迹.

6. 沿电场线方向电势逐渐降低.

7. 电场线和等势面在相交处互相垂直.

## 五、电场线的作用

1. 判断电场强度的方向:电场线上任意一点的切线方向即为该点电场的方向.

2. 判断电场力的方向——正电荷的受力方向和电场线在该点切线方向相同,负电荷的受力方向和电场线在该点切线方向相反.

3. 判断电场强度的大小(定性)——电场线密处电场强度大,电场线疏处电场强度小,进而可判断电荷受力大小和加速度的大小.

4. 判断电势的高低与电势降低的快慢——沿电场线的方向电势逐渐降低,电场强度的方向是电势降低最快的方向.

## 六、电场线与带电粒子在电场中运动轨迹的关系

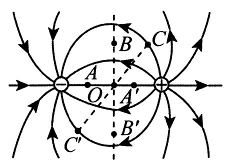
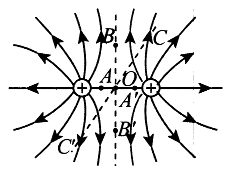
一般情况下带电粒子在电场中的运动轨迹不会与电场线重合,只有同时满足以下三个条件时,两者才会重合.

1. 电场线为直线.

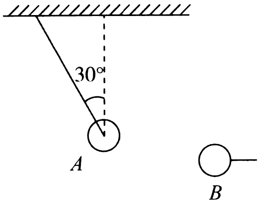
2. 粒子初速度为零,或初速度方向与电场线平行.

3. 粒子仅受电场力作用或所受其他力合力的方向与电场线平行.

## 七、两种等量点电荷的电场线

<table>
<tr><td>比较</td><td>等量异种点电荷</td><td>等量同种点电荷</td></tr>
<tr><td>电场线分布图</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td rowspan="2">电荷连线上的电场强度</td><td colspan="2">沿连线先变小后变大</td></tr>
<tr><td>$O$点最小,但不为零</td><td>$O$点为零</td></tr>
<tr><td>中垂线上的电场强度</td><td>$O$点最大,向外逐渐减小</td><td>$O$点最小,向外先变大后变小</td></tr>
<tr><td rowspan="2">关于$O$点对称位置的电场强度</td><td colspan="2">$A$与$A'$、$B$与$B'$、$C$与$C'$</td></tr>
<tr><td>等大同向</td><td>等大反向</td></tr>
</table>

**例1**:如图所示,$A$、$B$两球所带电荷量均为$2\times10^{-5}$ C,质量均为0.72 kg,其中$A$球带正电荷,$B$球带负电荷,且均可视为点电荷.$A$球通过绝缘细线吊在天花板上,$B$球固定在绝缘棒一端,现将$B$球放在某一位置,能使绝缘细线伸直,$A$球静止且与竖直方向的夹角为$30°$,已知静电力常量$k=9\times10^{9}\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$,则$A$、$B$球之间的距离可能为 ( )




A. 1.5 m　　B. 0.9 m　　C. 2.5 m　　D. 3.5 m

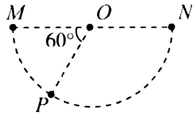
**答案**:B

**解析**:当$B$对$A$的电场力的方向和绝缘细线的拉力方向垂直时,$B$对$A$的电场力有最小值,此时$A$、$B$球之间的距离有最大值$r_m$,此时对$A$由物体的平衡条件可得:$\frac{kq_Aq_B}{r_m^2}=m_Ag\sin 30°$

解得:$r_m=1$ m

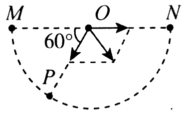
$A$、$B$球之间的距离$r$满足:$0<r\leqslant1$ m,选项B正确.

**例2**:如图所示,$M$、$N$和$P$是以$MN$为直径的半圆弧上的三点,$O$点为半圆弧的圆心,$\angle MOP=60°$.电荷量相等、电性相反的两个点电荷分别置于$M$、$N$两点,这时$O$点电场强度的大小为$E_1$;若将$N$点处的点电荷移至$P$点,则$O$点的电场强度大小变为$E_2$,$E_1$与$E_2$之比为 ( )



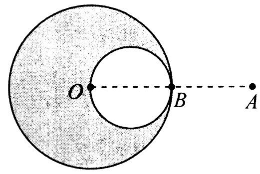

A. 2∶1　　B. 1∶2　　C. $2:\sqrt{3}$　　D. $4:\sqrt{3}$

**答案**:A




**解析**:如图所示,不妨设$M$、$N$处分别放置电荷量为$+q$、$-q$的电荷,则$E_1=\frac{2kq}{r^2}$,$E_2=\frac{kq}{r^2}$,$E_1:E_2=2:1$,选项A正确,选项B、C、D错误.

**例3**:已知均匀带电球体在球的外部产生的电场与一个位于球心的、电荷量相等的点电荷产生的电场相同.如图所示,半径为$R$的球体上均匀分布着电荷量为$Q$的电荷,在过球心$O$的直线上有$A$、$B$两个点,$O$和$B$、$B$和$A$间的距离均为$R$.现以$OB$为直径在球内挖一球形空腔,若静电力常量为$k$,球的体积公式为$V=\frac{4}{3}\pi r^3$,则$A$点处检验电荷$q$受到的电场力的大小为 ( )

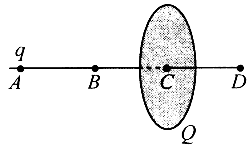



A. $\frac{5kqQ}{36R^2}$　　B. $\frac{7kqQ}{36R^2}$　　C. $\frac{7kqQ}{32R^2}$　　D. $\frac{3kqQ}{16R^2}$

**答案**:B

**解析**:实心大球对$q$的库仑力$F_1=\frac{kqQ}{4R^2}$,实心小球的电荷$Q'=Q\times\frac{(\frac{R}{2})^3}{R^3}=\frac{1}{8}Q$,实心小球对$q$的库仑力$F_2=\frac{kq\frac{Q}{8}}{(\frac{3}{2}R)^2}=\frac{kqQ}{18R^2}$,检验电荷$q$所受的电场力$F=F_1-F_2=\frac{7kqQ}{36R^2}$,选项B正确.

**例4**:如图所示,一半径为$R$的圆盘上均匀分布着电荷量为$Q$的电荷,在垂直于圆盘且过圆心$C$的轴线上有$A$、$B$、$D$三个点,$A$和$B$、$B$和$C$、$C$和$D$间的距离均为$R$,在$A$点处有一电荷量为$q(q>0)$的固定点电荷.已知$B$点处的电场强度为零,则$D$点处电场强度的大小为($k$为静电力常量) ( )

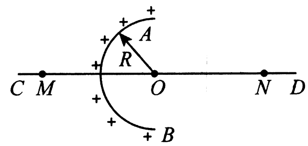



A. $\frac{3kq}{R^2}$　　B. $\frac{10kq}{9R^2}$　　C. $\frac{k(Q+q)}{R^2}$　　D. $\frac{k(9Q+q)}{9R^2}$

**答案**:B

**解析**:由于在$A$点放置一点电荷$q$后,$B$点处的电场强度为零,说明点电荷$q$在$B$点产生的电场强度与圆盘上$Q$在$B$点产生的电场强度大小相等,即$E_Q=E_q=\frac{kq}{R^2}$,根据对称性可知$Q$在$d$点产生的电场强度大小$E'_Q=E_Q=\frac{kq}{R^2}$,则$E_D=E'_Q+E'_q=\frac{kq}{R^2}+\frac{kq}{(3R)^2}=\frac{10kq}{9R^2}$,选项B正确.

**例 5**：均匀带电的球壳在球外空间产生的电场等效于电荷集中于球心处产生的电场．如图所示，在半球面 $AB$ 上均匀分布正电荷，总电荷量为 $Q$，球面半径为 $R$，$CD$ 为通过半球顶点与球心 $O$ 的轴线，在轴线上有 $M$、$N$ 两点，$OM = ON = 2R$，已知 $M$ 点的电场强度大小为 $E$，则 $N$ 点的电场强度大小为　　(　　)

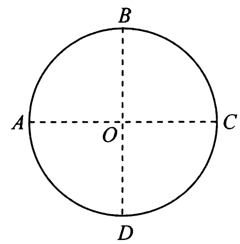



A. $\dfrac{kQ}{4R^2}$　　B. $\dfrac{kQ}{2R^2}-E$　　C. $\dfrac{kQ}{4R^2}-E$　　D. $\dfrac{kQ}{2R^2}+E$

**答案**：B

**解析**：把半个带正电荷的球面等效为整个带正电荷的球面跟半个带负电荷球面叠加在一起．整个带正电荷的球面在 $N$ 点的电场强度 $E_1=\dfrac{k(2Q)}{(2R)^2}=\dfrac{kQ}{2R^2}$，半个带负电荷球面在 $N$ 点的电场强度 $E_2=E$，$N$ 点的电场强度 $E_N=E_1-E_2=\dfrac{kQ}{2R^2}-E$，则选项 B 正确.

**例 6**：如图所示，一个绝缘圆环，当它的 $\dfrac{1}{4}$ 圆弧均匀带电且电荷量为 $+q$ 时，圆心 $O$ 处的电场强度大小为 $E$，现使半圆 $ABC$ 均匀带电 $+2q$，而另一半圆 $ADC$ 均匀带电 $-2q$，则圆心 $O$ 处电场强度的大小和方向为　　(　　)




A. $2\sqrt{2}E$，方向由 $O$ 指向 $D$

B. $4E$，方向由 $O$ 指向 $D$

C. $2E$，方向由 $O$ 指向 $B$

D. 0

**答案**：A

**解析**：当它的 $\dfrac{1}{4}$ 圆弧均匀带电且电荷量为 $+q$ 时，圆心 $O$ 处的电场强度大小为 $E$，$BC$ 弧和 $AD$ 弧在圆心 $O$ 处电场强度的大小都为 $E$，方向从圆心 $O$ 指向圆弧 $AD$ 的中点；$AB$ 弧和 $CD$ 弧在圆心 $O$ 处电场强度的大小都为 $E$，方向从圆心 $O$ 指向圆弧 $CD$ 的中点；则圆心 $O$ 处电场强度的大小和方向为 $2\sqrt{2}E$，方向由 $O$ 指向 $D$.

# 二十四　电场的能的性质

## 一、电势　等势面　电势能

1. 电势

(1)定义:电荷在电场中某点具有的电势能与它的电荷量的比值.

(2)定义式:$\varphi=\frac{E_P}{q}$.

(3)矢标性:电势是标量,有正负之分,其正(负)表示该点电势比零势点高(低).

(4)相对性:电势具有相对性,同一点的电势因选取零电势点的不同而不同,通常取无限远或地球的电势为零.

2. 等势面的特点

(1)同一等势面上的任意两点间移动电荷电场力不做功.

(2)等势面一定跟电场线垂直,即跟电场强度的方向垂直.

(3)电场线总是从电势较高的等势面指向电势较低的等势面.

(4)等差等势面越密的地方电场强度越大,反之越小.

3. 电势能

(1)定义:电荷在电场中某点具有的势能,等于将电荷从该点移到零电势点位置时电场力所做的功.

(2)电场力做功与电势能变化的关系:电场力做的功等于电势能的减少量,即 $W_{AB}=E_{PA}-E_{PB}=-\Delta E_P$.

## 二、电势差　匀强电场中电势差与电场强度的关系

1. 电势差

(1)定义:电荷在电场中,由一点 $A$ 移到另一点 $B$ 时,电场力 $F$ 做的功与移动的电荷的电荷量的比值.

(2)定义式:$U_{AB}=\frac{W_{AB}}{q}$.

(3)电势差与电势的关系:$U_{AB}=\varphi_A-\varphi_B$,$U_{AB}=-U_{BA}$.

(4)影响因素:电势差 $U$ 由电场本身的性质决定,与移动的电荷小及电场力做的功 $W_{AB}$ 无关,与零电势点的选取无关.

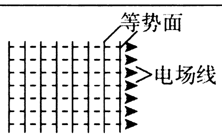
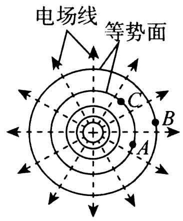
2. 匀强电场中电势差与电场强度的关系

(1)电势差与电场强度的关系式:$U_{AB}=Ed$,其中 $d$ 为电场中两点间沿电场强度方向的距离.

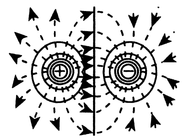
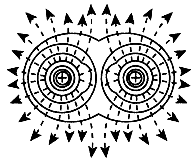
(2)在匀强电场中,电场强度在数值上等于沿电场强度方向每单位距离上降低的电势.

注意:电场中,电场强度方向是指电势降落最快的方向.

## 三、几种常见的典型电场等势面的对比分析

| 电场 | 等势面(实线)图样 | 重要描述 |
|---|---|---|
| 匀强电场 |  | 垂直于电场线的一簇等间距平面 |
| 点电荷的电场 |  | 以点电荷为球心的一簇球面 |

续表

| 电场 | 等势面(实线)图样 | 重要描述 |
| --- | --- | --- |
| 等量异种点电荷的电场 |  | 两电荷连线的中垂面上的电势为零 |
| 等量同种正点电荷的电场 |  | 两电荷连线上,中点电势最低,而在中垂线上,中点电势最高.关于中点左右对称或上下对称的点电势相等 |

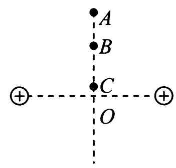
**例1**:两个等量同种电荷固定于光滑水平面上,其连线中垂线上有 $A$、$B$、$C$ 三点,如图甲所示,一个电荷量为2 C,质量为1 kg的小物块从 $C$ 点静止释放,其运动的 $v-t$ 图象如图乙所示,其中 $B$ 点处为整条图线切线斜率最大的位置(图中标出了该切线).则下列说法正确的是　(　　)

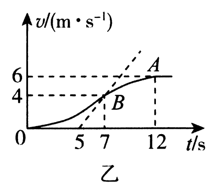
A. $B$ 点为中垂线上电场强度最大的点,电场强度 $E=1$ V/m

B. 由 $C$ 点到 $A$ 点的过程中物块的电势能先减小后变大

C. 由 $C$ 点到 $A$ 点电势逐渐升高

D. $A$、$B$ 两点间的电势差 $U_{AB}=-5$ V

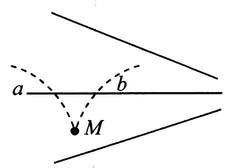



**答案**:AD

**解析**:据 $v-t$ 图可知物块在 $B$ 点的加速度最大为 $a=\frac{4}{7-5}$ m/s$^2$=2 m/s$^2$,所受的电场力最大为 $F=ma=2$ N,据 $E=\frac{F}{q}$ 知,$B$ 点的电场强度最大为1 N/C,故A正确;据 $v-t$ 图可知物块的速度增大,电场力做正功,电势能减小,故B错误;两个等量的同种正电荷,其连线中垂线上电场强度方向由 $O$ 点沿中垂线指向外侧,故由 $C$ 点到 $A$ 点的过程中电势逐渐减小,故C错误;据 $v-t$ 图可知 $A$、$B$ 两点的速度分别为 $v_A=6$ m/s,$v_B=4$ m/s,根据动能定理得电场力做的功 $W_{AB}=qU_{AB}=\frac{1}{2}mv_B{}^2-\frac{1}{2}mv_A{}^2=-10$ J,得 $U_{AB}=\frac{W_{AB}}{q}=-\frac{10}{2}$ V$=-5$ V,故D正确.

**例2**:如图所示,实线为不知方向的三条电场线,从电场中 $M$ 点以相同速度飞出 $a$、$b$ 两个带电粒子,仅在电场力作用下的运动轨迹如图中虚线所示.则　(　　)




A. $a$ 一定带正电,$b$ 一定带负电　　B. $a$ 的速度将减小,$b$ 的速度将增大

C. $a$ 的加速度将减小,$b$ 的加速度将增大　　D. 两个粒子的电势能都减少

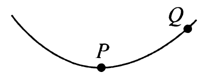
**答案**:CD

**解析**:因为电场线方向未知,不能确定 $a$、$b$ 的电性,所以选项A错误;由于电场力对 $a$、$b$ 都做正功,所以 $a$、$b$ 的速度都增大,电势能都减少,选项B错误、D正确;粒子的加速度大小取决于电场力的大小,$a$ 向电场线稀疏的方向运动,$b$ 向电场线密集的方向运动,所以选项C正确.

**点拨**:电场线与轨迹问题判断方法

1. "运动与力两线法"——画出"速度线"(运动轨迹在初始位置的切线)与"力线"(在初始位置电场线的切线方向),从两者的夹角情况来分析曲线运动的情况.
2. "三不知时要假设"——电荷的正负、电场强度的方向或等势面电势的高低、电荷运动的方向.若已知其中的任一个,可顺次向下分析判定各待求量;若三个都不知,则要用"假设法"分别讨论各种情况.
3. 判断速度方向:带电粒子运动轨迹上某点的切线方向为该点处的速度方向.
4. 判断电场力(或电场强度)的方向:仅受电场力作用时,带电粒子所受电场力方向指向轨迹曲线的凹侧,再根据粒子的正负判断电场强度的方向.
5. 判断电场力做功的正负及电势能的增减:若电场力与速度方向成锐角,则电场力做正功,电势能减少;若电场力与速度方向成钝角,则电场力做负功,电势能增加.

**例 3**：如图所示，一带负电荷的油滴在匀强电场中运动，其轨迹在竖直面（纸面）内，且相对于过轨迹最低点 $P$ 的竖直线对称．忽略空气阻力．由此可知　（　　）




A. $Q$ 点的电势比 $P$ 点高

B. 油滴在 $Q$ 点的动能比它在 $P$ 点的大

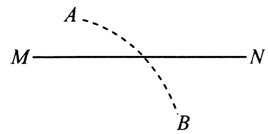
C. 油滴在 $Q$ 点的电势能比它在 $P$ 点的大

D. 油滴在 $Q$ 点的加速度大小比它在 $P$ 点的小

**答案**：AB

**解析**：带电油滴在电场中受重力、电场力作用，据其轨迹的对称性可知，电场力方向竖直向上，且电场力大于重力，电场力先做负功后做正功．则电场强度方向向下，$Q$ 点的电势比 $P$ 点高，选项 A 正确；油滴在 $P$ 点的速度最小，选项 B 正确；油滴在 $P$ 点的电势能最大，选项 C 错误；油滴运动的加速度大小不变，选项 D 错误．

**例 4**：如图所示，在点电荷 $Q$ 产生的电场中，实线 $MN$ 是一条方向未标出的电场线，虚线 $AB$ 是一个电子只在静电力作用下的运动轨迹．设电子在 $A$、$B$ 两点的加速度大小分别为 $a_A$、$a_B$，电势能分别为 $E_{pA}$、$E_{pB}$．下列说法正确的是　（　　）




A. 电子一定从 $A$ 向 $B$ 运动

B. 若 $a_A > a_B$，则 $Q$ 靠近 $M$ 端且为正电荷

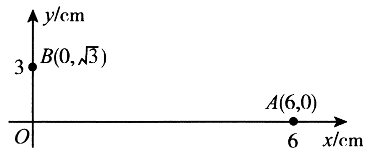
C. 无论 $Q$ 为正电荷还是负电荷一定有 $E_{pA} < E_{pB}$

D. $B$ 点电势可能高于 $A$ 点电势

**答案**：BC

**解析**：通过电子的运动轨迹可判断电子的受力方向，但无法判断电子的运动方向，根据点电荷的电场规律可知，加速度越大的位置就是离点电荷越近的位置，A 错误，B 正确；电子从 $A$ 到 $B$ 电场力做负功，电势能增加，$B$ 点的电势低于 $A$ 点的电势，C 正确，D 错误．

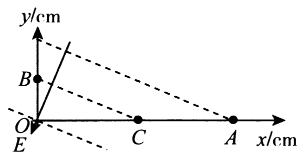
**例 5**：如图所示，在平面直角坐标系中，有方向平行于坐标平面的匀强电场，其中坐标原点 $O$ 处的电势为零，点 $A$ 处的电势为 6 V，点 $B$ 处的电势为 3 V，则电场强度的大小为　（　　）




A. 200 V/m　　B. $200\sqrt{3}$ V/m

C. 100 V/m　　D. $100\sqrt{3}$ V/m

**答案**：A



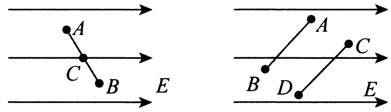

**解析**：匀强电场的电场线与等势面都是平行、等间距排列的，且电场线与等势面处处垂直，沿着电场线方向电势均匀降落，取 $OA$ 中点 $C$，则 $C$ 点电势为 3 V，连接 $BC$ 即为电场中的一条等势线，作等势线的垂线，即电场的电场线，$E=\frac{U}{d}=\frac{U}{OC\sin 30^\circ}=$ 200 V/m.

**点拨**：匀强电场中电势差与电场强度的关系

1. $U_{AB}=Ed$，$d$ 为 $A$、$B$ 两点沿电场方向的距离．

2. 沿电场强度方向电势降落得最快．

3. 在匀强电场中 $U=Ed$，即在沿电场线方向上，有 $U \propto d$．

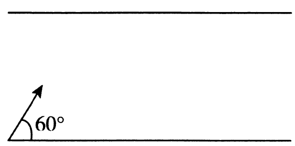



甲　　乙

推论如下：(1)如图甲，$C$ 点为线段 $AB$ 的中点，则有 $\varphi_C=\frac{\varphi_A+\varphi_B}{2}$.

(2)如图乙，$AB /\!/ CD$，且 $AB=CD$，则 $U_{AB}=U_{CD}$．

**例 6**：如图所示，平行板电容器两极板水平，间距为 $d$，上极板带正电．一电荷量为 $q(q>0)$ 的粒子从电容器下极板左边缘处射入，射入速度与下极板成 60°，入射时的初动能为 $E_{k0}$．不计重力，极板尺寸足够大．若粒子能打到上极板，则两极板间电场强度的最大值为　（　　）




A. $\frac{E_{k0}}{4qd}$　　B. $\frac{E_{k0}}{2qd}$　　C. $\frac{3E_{k0}}{4qd}$　　D. $\frac{4E_{k0}}{3qd}$

**答案**：C

**解析**：当电场足够大时，粒子打到上极板的极限情况为：粒子到达上极板处时速度恰好与上极板平行，粒子的运动为类平抛运动的逆运动．将粒子初速度 $v_0$ 分解为垂直极板的 $v_y$ 和平行极板的 $v_x$，根据运动的合成与分解，当垂直极板方向的末速度 $v'_y=0$ 时，根据运动学公式有 $v_y^2=\frac{2qEd}{m}$，$v_y=v_0\sin 60^\circ$，$E_{k0}=\frac{1}{2}mv_0^2$，联立得：$E=\frac{3E_{k0}}{4qd}$，故选项 C 正确．

# 二十五 电容器、带电粒子在电场中的运动

## 一、电容器、电容、平行板电容器

1. 电容器

(1)组成:由两个彼此绝缘又相互靠近的导体组成.

(2)带电量:一个极板所带电荷量的绝对值.

(3)电容器的充、放电:①充电:使电容器带电的过程,充电后电容器两极板带上等量的异种电荷,电容器中储存电场能.

②放电:使充电后的电容器失去电荷的过程,放电过程中电场能转化为其他形式的能.

2. 电容

(1)意义:表示电容器容纳电荷本领的物理量.

(2)定义式:$C=\frac{Q}{U}=\frac{\Delta Q}{\Delta U}$.

(3)单位:法拉(F),1 F=$10^6$ μF=$10^{12}$ pF.

3. 平行板电容器

(1)影响因素:平行板电容器的电容与正对面积成正比,与电介质的相对介电常数成正比,与两极板间的距离成反比.

(2)决定式:$C=\frac{\varepsilon_r S}{4k\pi d}$,$k$ 为静电力常量.

## 二、带电粒子在电场中的运动

1. 带电粒子在电场中的加速

(1)处理方法:利用动能定理,$qU=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2$.

(2)适用范围:任何电场.

2. 带电粒子在匀强电场中的偏转(不计重力)

(1)研究条件:带电粒子垂直于电场方向进入匀强电场.

(2)处理方法:类似于平抛运动,应用运动的合成与分解的方法.

①沿初速度方向做匀速直线运动,运动时间 $t=\frac{l}{v_0}$.

②沿电场方向,做初速度为零的匀加速直线运动.

涉及到的公式:

加速度:$a=\frac{F}{m}=\frac{qE}{m}=\frac{qU}{md}$.

运动时间:①粒子恰能飞出平行板电容器:$t=\frac{l}{v_0}$;②粒子打在平行极板上:$y=\frac{1}{2}at^2=\frac{qUt^2}{2md}$,$t=\sqrt{\frac{2mdy}{qU}}$,

粒子离开电场时的偏移量:$y=\frac{1}{2}at^2=\frac{qUl^2}{2mdv_0^2}$,

粒子离开电场时的偏转角为 $\theta$,则:$\tan\theta=\frac{v_y}{v_0}=\frac{qUl}{mdv_0^2}$.

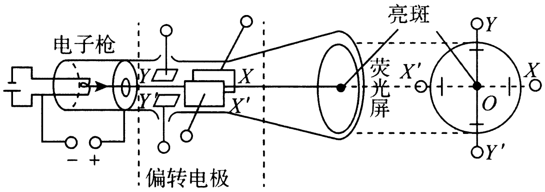
3. 两个结论

(1)不同的带电粒子从静止开始经过同一电场加速后再从同一偏转电场射出时,偏移量和偏转角总是相同的.

(2)粒子经电场偏转后,合速度的反向延长线与初速度延长线的交点 $O$ 为粒子水平位移的中点,即 $O$ 到偏转电场边缘的距离为 $\frac{1}{2}l$.

## 三、示波管

1. 示波管装置：示波管由电子枪、偏转电极和荧光屏组成，管内抽成真空．如图所示.

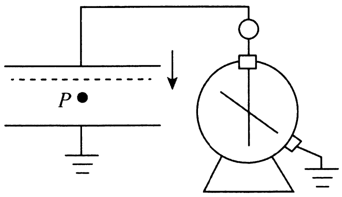



2. 工作原理

(1)如果在偏转电极 $XX'$ 和 $YY'$ 之间都没有加电压，则电子枪射出的电子束沿直线运动，打在荧光屏中心，在那里产生一个亮斑.

(2)$YY'$ 上加的是待显示的信号电压．$XX'$ 上是机器自身产生的锯齿形电压，叫做扫描电压．若所加扫描电压和信号电压的周期相同，就可以在荧光屏上得到待测信号在一个周期内随时间变化的稳定图象.

**例 1**：如图所示，平行板电容器带有等量异种电荷，与静电计相连，静电计金属外壳和电容器下极板都接地．在两极板间有一固定在 $P$ 点的点电荷，以 $E$ 表示两板间的电场强度，$E_P$ 表示点电荷在 $P$ 点的电势能，$\theta$ 表示静电计指针的偏角．若保持下极板不动，将上极板向下移动一小段距离至图中虚线位置，则　（　　）




A. $\theta$ 增大，$E$ 增大

B. $\theta$ 增大，$E_P$ 不变

C. $\theta$ 减小，$E_P$ 增大

D. $\theta$ 减小，$E$ 不变

**答案**：D

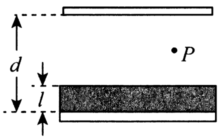
**解析**：由题意可知平行板电容器的带电荷量 $Q$ 不变，当下极板不动，上极板向下移动一段距离时，两极板间距 $d$ 减小，则电容 $C$ 变大，由 $U=\frac{Q}{C}$ 可知 $U$ 变小，则静电计指针的偏角 $\theta$ 减小．又因为两板间电场强度 $E=\frac{U}{d}=\frac{Q}{Cd}=\frac{4k\pi Q}{\varepsilon_r S}$，$Q$、$S$ 不变，则 $E$ 不变．因为 $E$ 不变，则点电荷从 $P$ 点移动到下极板（电势为零）电场力做功不变，电势能的变化相同，则点电荷在 $P$ 点的电势能 $E_P$ 不变，故只有选项 D 正确.

**小结**：电容器动态分析问题的分析技巧

1. 抓住不变量，弄清楚是电容器所带的电荷量不变还是两极板间电压不变.

2. 根据电容的决定式分析电容的变化，再根据电容的定义式分析电荷量或电压的变化，最后分析电场强度的变化.

**例 2**：如图所示，一平行板电容器的两极板与一电压恒定的电源相连，极板水平放置，极板间距为 $d$，在下极板上叠放一厚度为 $l$ 的金属板，其上部空间有一带电粒子 $P$ 静止在电容器中，当把金属板从电容器中快速抽出后，粒子 $P$ 开始运动，重力加速度为 $g$．粒子运动加速度为　（　　）

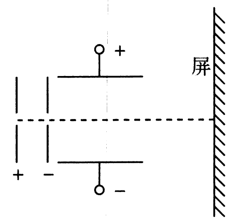



A. $\frac{l}{d}g$　　B. $\frac{d-l}{d}g$　　C. $\frac{l}{d-l}g$　　D. $\frac{d}{d-l}g$

**答案**：A

**解析**：平行板电容器的两极板与一电压恒定的电源相连，有金属板时，板间电场强度可以表达为：$E_1=\frac{U}{d-l}$，且有 $qE_1=mg$，当抽去金属板，则板间距离增大，板间电场强度可以表达为：$E_2=\frac{U}{d}$，有 $mg-qE_2=ma$，联立上述可解得：$a=\frac{l}{d}g$，知选项 A 正确.

**例 3**:如图所示,氕核、氘核、氚核三种粒子从同一位置无初速地飘入电场线水平向右的加速电场 $E_1$,之后进入电场线竖直向下的匀强电场 $E_2$ 发生偏转,最后打在屏上.整个装置处于真空中,不计粒子重力及其相互作用,那么 (　　)




A. 偏转电场 $E_2$ 对三种粒子做功一样多

B. 三种粒子打到屏上时的速度一样大

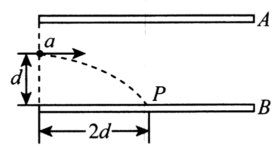
C. 三种粒子运动到屏上所用时间相同

D. 三种粒子一定打到屏上的同一位置

**答案**:AD

**解析**:根据动能定理有 $qE_1d=\frac{1}{2}mv_1^2-0$,得三种粒子经加速电场加速后获得的速度 $v_1=\sqrt{\frac{2qE_1d}{m}}$.在偏转电场中,由 $l=v_1t_2$、$y=\frac{qE_2t_2^2}{2m}$ 得,带电粒子经偏转电场的侧位移 $y=\frac{E_2l^2}{4E_1d}$,则三种粒子在偏转电场中的侧位移大小相等,又三种粒子带电荷量相同,根据 $W=qE_2y$ 得,偏转电场 $E_2$ 对三种粒子做功一样多,选项 A 正确;根据动能定理,$qE_1d+qE_2y=\frac{1}{2}mv_2^2-0$,得到粒子离开偏转电场 $E_2$ 打到屏上时的速度 $v_2=\sqrt{\frac{2q(E_1d+E_2y)}{m}}$,由于三种粒子的质量不相等,故 $v_2$ 不一样大,选项 B 错误;粒子打在屏上所用的时间 $t=\frac{d}{\frac{v_1}{2}}+\frac{L'}{v_1}=\frac{2d}{v_1}+\frac{L'}{v_1}$($L'$ 为偏转电场左端到屏的水平距离),由于 $v_1$ 不一样大,所以三种粒子打在屏上的时间不相同,选项 C 错误;根据 $v_y=\frac{qE_2}{m}t_2$ 及 $\tan\theta=\frac{v_y}{v_1}$ 得,带电粒子的偏转角的正切值 $\tan\theta=\frac{E_2l}{2E_1d}$,即三种带电粒子的偏转角相等,又由于它们的侧位移相等,故三种粒子打到屏上的同一位置,选项 D 正确.

**例 4**:如图所示,水平放置的平行板电容器极板 $A$、$B$ 间加有恒定电压,$a$ 点与下极板的距离为 $d$.一带电粒子从 $a$ 点水平射入电场,初速度大小为 $v_a$,粒子偏转后打在下极板的 $P$ 点时速度大小为 $v_a'$,其水平射程为 $2d$.若该粒子从与 $a$ 点在同一竖直线上的 $b$ 点(图中未标出)水平射入电场,初速度大小为 $v_b$,带电粒子仍能打到 $P$ 点,打到 $P$ 点时速度大小为 $v_b'$.下列判断正确的是 (　　)




A. 若 $b$ 点在 $a$ 点上方,则 $v_a<v_b$

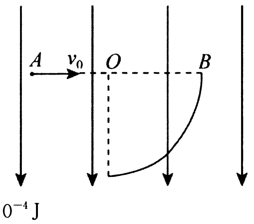
B. 若 $b$ 点在 $a$ 点下方,则 $v_a>v_b$

C. 若 $b$ 点在 $a$ 点上方,则 $v_a'<v_b'$

D. 若 $b$ 点在 $a$ 点下方,则 $v_a'>v_b'$

**答案**:C

**解析**:带电粒子在匀强电场中运动时,由类平抛运动规律得 $h=\frac{1}{2}at^2$,$2d=v_0t$,解得 $v_0=2d\sqrt{\frac{a}{2h}}$,若 $b$ 点在 $a$ 点上方,则 $v_a>v_b$,若 $b$ 点在 $a$ 点下方,则 $v_a<v_b$,选项 A、B 错误;设粒子打到 $P$ 点位置时沿竖直方向的分速度为 $v_y$,则速率 $v=\sqrt{v_y^2+v_0^2}=\sqrt{2ah+\frac{2ad^2}{h}}=\sqrt{2a(h+\frac{d^2}{h})}$,由数学知识可知当 $h=d$ 时,速率 $v$ 有最小值,所以无论 $b$ 点在 $a$ 点上方,还是在 $a$ 点下方,都有 $v_a'<v_b'$,选项 D 错误,选项 C 正确.

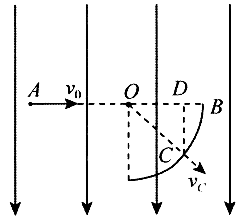



**例 5**:如图所示,半径 $R=0.5\ \text{m}$ 的 $\frac{1}{4}$ 圆弧接收屏位于电场强度方向竖直向下的匀强电场中,$OB$ 水平,一质量为 $m=1.0\times10^{-4}\ \text{kg}$、带电荷量为 $q=8.0\times10^{-5}\ \text{C}$ 的粒子从与圆弧圆心 $O$ 等高且距 $O$ 点 0.3 m 的 $A$ 点以初速度 $v_0=3\ \text{m/s}$ 水平射出,粒子重力不计,粒子恰好能垂直打到圆弧曲面上的 $C$ 点(图中未画出),取 $C$ 点电势 $\varphi_C=0$,则 (　　)

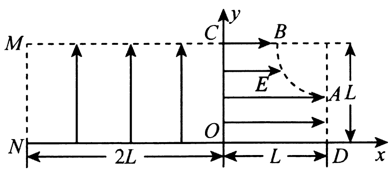
A. 该匀强电场的电场强度 $E=100\ \text{V/m}$　　B. 粒子在 $A$ 点的电势能为 $8\times10^{-5}\ \text{J}$

C. 粒子到达 $C$ 点的速度大小为 5 m/s　　D. 粒子速率为 4 m/s 时的电势能为 $4.5\times10^{-4}\ \text{J}$

**答案**:CD




**解析**:粒子在电场力作用下做类平抛运动,因粒子垂直打在 $C$ 点,由类平抛运动规律知:$C$ 点速度方向的反向延长线必过 $O$ 点(如解析图所示),且 $OD=AO=0.3\ \text{m}$,$DC=0.4\ \text{m}$,即有:$AD=v_0t$,$DC=\frac{qEt^2}{2m}$,联立并代入数据可得:$E=25\ \text{N/C}$,故选项 A 错误;因 $U_{DC}=E\times DC=10\ \text{V}$,而 $A$、$D$ 两点电势相等,所以 $\varphi_A=10\ \text{V}$,即粒子在 $A$ 点的电势能为:$E_{pA}=q\varphi_A=8\times10^{-4}\ \text{J}$,故选项 B 错误;从 $A$ 到 $C$ 由动能定理知:$qU_{AC}=\frac{1}{2}mv_C^2-\frac{1}{2}mv_0^2$,代入数据得:$v_C=5\ \text{m/s}$,故选项 C 正确;粒子在 $C$ 点总能量:$E_C=\frac{1}{2}mv_C^2=\frac{1}{2}\times10^{-4}\times5^2\ \text{J}=1.25\times10^{-3}\ \text{J}$,由能量守恒定律可知,粒子速率为 4 m/s 时的电势能为:$E'_p=E_C-\frac{1}{2}mv^2=1.25\times10^{-3}\ \text{J}-\frac{1}{2}\times10^{-4}\times4^2\ \text{J}=4.5\times10^{-4}\ \text{J}$,故选项 D 正确.




**例 6**:如图所示为研究电子枪中电子在恒定电场中运动的简化模型示意图.在 $xOy$ 平面的第一象限,存在以 $x$ 轴、$y$ 轴及双曲线 $y=\frac{L^2}{2x}$ 的一段($0\leqslant x\leqslant L$,$0\leqslant y\leqslant L$)为边界的匀强电场区域Ⅰ,电场强度为 $E$;在第二象限存在以($-2L\leqslant x\leqslant0$,$0\leqslant y\leqslant L$)为边界的匀强电场区域Ⅱ.一电子(电荷量大小为 $e$,质量为 $m$,不计重力)从电场Ⅰ的边界 $B$ 点处由静止释放,恰好从 $N$ 点离开电场区域Ⅱ.求:

(1)电子通过 $C$ 点时的速度大小;

(2)电场区域Ⅱ中的电场强度的大小;

(3)试证明:从 $AB$ 曲线上的任一位置由静止释放的电子都能从 $N$ 点离开电场.

**答案**:(1)$\sqrt{\frac{eEL}{m}}$　(2)$\frac{1}{2}E$　(3)见解析

**解析**:(1)由双曲线 $y=\frac{L^2}{2x}$ 知 $BC$ 间距离为 $\frac{1}{2}L$

从 $B$ 到 $C$ 由动能定理:$\frac{1}{2}eEL=\frac{1}{2}mv_C^2-0$

解得电子通过 $C$ 点时的速度大小 $v_C=\sqrt{\frac{eEL}{m}}$

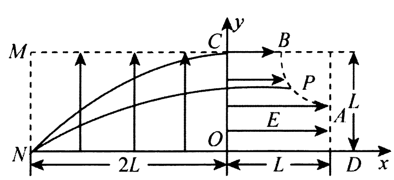
(2)电子从 $C$ 点进入区域Ⅱ,在区域Ⅱ中做类平抛运动.

$x$ 轴方向 $2L=v_Ct$

$y$ 轴方向 $L=\frac{eE't^2}{2m}$

解得区域Ⅱ中的电场强度的大小 $E'=\frac{1}{2}E$

(3)设电子从 $AB$ 曲线上点 $P(x,y)$ 进入电场Ⅰ区域,




在区域Ⅰ由动能定理:$eEx=\frac{1}{2}mv_0^2-0$

假设电子能够在区域Ⅱ中一直做类平抛运动且落在 $x$ 轴上的 $x'$ 处.则

$y$ 轴方向:$y=\frac{eE't^2}{2m}$

$x$ 轴方向:$x'=v_0t$

又 $y=\frac{L^2}{2x}$,解得 $x'=2L$

即所有从边界 $AB$ 曲线上由静止释放的电子均从 $N$ 点射出.

# 二十六　带电粒子在电场中运动的综合问题

带电粒子在电场中运动的综合问题分析方法

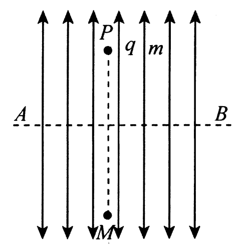
(1)力和运动的关系——牛顿第二定律:根据带电粒子受到静电力,用牛顿第二定律求出加速度,结合运动学公式确定带电粒子的速度、位移等. 这种方法通常适用于受恒力作用下做匀变速运动的情况.

(2)功和能的关系——动能定理:根据静电力对带电粒子所做的功,引起带电粒子的能量发生变化,利用动能定理研究全过程中能量的转化,研究带电粒子的速度变化、经历的位移等. 这种方法同样也适用于非匀强的电场.

(3)正交分解法或化曲为直法

处理这种运动的基本思想与处理平抛运动是类似的,可以将此复杂的运动分解为两个互相正交的比较简单的直线运动,而这两个直线运动的规律是我们已经掌握的,然后再按运动合成的观点去求出复杂运动的有关物理量.

**例 1**:如图所示,以直线 $AB$ 为边界,上下存在电场强度大小相等、方向相反的匀强电场. 在 $P$ 点由静止释放一质量为 $m$、电荷量为 $q$ 的带电小球,小球穿过 $AB$ 边界时速度为 $v_0$,到达 $M$ 点速度恰好减为零. 此过程中小球在 $AB$ 上方电场中运动的时间是在下方电场中运动时间的 $\frac{1}{2}$. 已知重力加速度为 $g$,不计空气阻力,则下列说法正确的是　(　　)




A. 小球带正电

B. 电场强度大小是 $\frac{3mg}{q}$

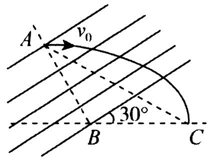
C. $P$ 点距边界线 $AB$ 的距离为 $\frac{3v_0^2}{8g}$

D. 若边界线 $AB$ 电势为零,则 $M$ 点电势为 $\frac{3mv_0^2}{8g}$

**答案**:B

**解析**:根据题意,小球先做匀加速运动,后做匀减速运动,可知电场力大于重力,且直线 $AB$ 下方区域的电场强度方向向下,故电荷带负电,故 A 项错误;在上方电场,根据牛顿第二定律得:$a_1=\frac{mg+qE}{m}$,在下方电场中,根据牛顿第二定律得,加速度大小为:$a_2=\frac{qE-mg}{m}$,因为 $a_1t_1=a_2t_2$,由题意可知:$t_1=\frac{1}{2}t_2$,解得:$E=\frac{3mg}{q}$,故 B 项正确;设 $P$ 点距边界的距离为 $h$,则 $h=\frac{v_0^2}{2a_1}=\frac{v_0^2}{8g}$,故 C 项错误;对从边界 $C$ 点(未画出)到 $M$ 的过程运用动能定理得:$-qU_{CM}+mgh'=0-\frac{1}{2}mv_0^2$,$h'=\frac{v_0^2}{2a_2}=\frac{v_0^2}{4g}$,解得:$U_{CM}=\frac{3mv_0^2}{4q}$,若边界线 $AB$ 电势为零,则 $M$ 点电势为 $-\frac{3mv_0^2}{4q}$,故 D 项错误.

**例 2**：如图所示，空间存在一匀强电场，其方向与水平方向间的夹角为 30°，$AB$ 与电场垂直，一质量为 $m$，电荷量为 $q$ 的带正电小球以初速度 $v_0$ 从 $A$ 点水平向右抛出，经过时间 $t$ 小球最终落在 $C$ 点，速度大小仍是 $v_0$，且 $AB = BC$，则下列说法中错误的是（　）




A. $AC$ 满足 $AC=\frac{2\sqrt{3}}{3}v_0t$　　B. 电场力和重力的合力方向垂直于 $AC$ 方向

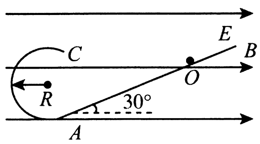
C. 此过程增加的电势能等于 $\frac{1}{2}mg^2t^2$　　D. 电场强度大小为 $E=\frac{mg}{q}$

**答案**：AC

**解析**：本题要注意分析小球受力情况，明确重力及电场力做功情况，再由电场线利用好几何关系确定小球的高度变化；要注意采用运动的合成与分析知识进行分析求解．如果小球水平方向不受外力，则可知，水平位移为 $v_0t$，则由几何关系可知，$AC=\frac{2\sqrt{3}}{3}v_0t$，但由于重力与电场力的合力在水平方向上具有分量，故在水平方向上存在力的作用，故水平位移小于 $v_0t$，故 $AC$ 的长度一定小于 $\frac{2\sqrt{3}}{3}v_0t$，故 A 项错误；小球在下落过程中初末动能不变，由动能定理可知，$mg\overline{AB}\sin 60°-qE\overline{BC}\sin 60°=0$，解得：$E=\frac{mg}{q}$，由题意可知，小球在下落过程中初末动能不变，根据动能定理，合力做功为零，而重力做正功，则电场力做负功，而小球带正电，故电场线应斜向下，根据几何关系知电场力与重力的合力与 $AC$ 垂直，故 B、D 两项正确；此过程中电场力做负功，电势能增加，由几何关系可知，小球在沿电场线的方向上的位移 $x=\frac{3}{4}gt^2$，则电势能的增加量 $\Delta E_p=qEx=\frac{3mg^2t^2}{4}$，故 C 项错误．

**小结**：小球在平行于 $AC$ 方向做匀速直线运动，在垂直于 $AC$ 方向做类竖直上抛运动，则：$\overline{AC}=v_0t\cos 30°=\frac{\sqrt{3}}{2}v_0t$，在垂直于 $AC$ 方向：$F_合=qE\cos 30°+mg\cos 30°=\sqrt{3}mg=ma$，$0=v_0\sin 30°-\frac{1}{2}at$，可得：小球在沿电场线的方向上的位移 $x=\overline{AC}\sin 30°=\frac{\sqrt{3}}{4}v_0t=\frac{3}{4}gt^2$．

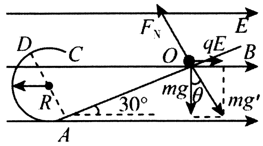
**例 3**：如图所示，绝缘光滑轨道 $AB$ 部分是倾角为 30° 的斜面，$AC$ 部分为竖直平面上半径为 $R$ 的圆轨道，斜面与圆轨道相切．整个装置处于电场强度为 $E$、方向水平向右的匀强电场中．现有一个质量为 $m$ 的带正电小球，电荷量为 $q=\frac{\sqrt{3}mg}{3E}$，要使小球能安全通过圆轨道，在 $O$ 点的初速度应满足什么条件？




**思路点拨**：①“绝缘光滑”说明小球运动过程中无摩擦且电荷量不变；②“安全通过圆轨道”联想到等效最高点，重力与电场力的合力恰提供向心力．

**答案**：$v\geqslant\sqrt{\frac{10\sqrt{3}gR}{3}}$

**解析**：小球先在斜面上运动，受重力、电场力、支持力，然后在圆轨道上运动，受重力、电场力、轨道作用力，如图所示，类比重力场，将电场力与重力的合力视为等效重力 $mg'$，大小为 $mg'=\sqrt{(qE)^2+(mg)^2}=\frac{2\sqrt{3}}{3}mg$，$\tan\theta=\frac{qE}{mg}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，得 $\theta=30°$，等效重力的方向与斜面垂直指向右下方，小球在斜面上匀速运动．



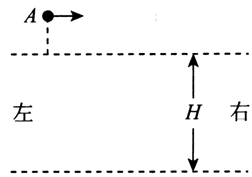

因要使小球能安全通过圆轨道，在圆轨道的“等效最高点”（$D$ 点）满足“等效重力”刚好提供向心力，即有：$mg'=\frac{mv_D^2}{R}$，因 $\theta=30°$ 与斜面的倾角相等，由几何关系知 $AD=2R$，令小球以最小初速度 $v_0$ 运动，由动能定理知：$-2mg'R=\frac{1}{2}mv_D^2-\frac{1}{2}mv_0^2$

解得：$v_0=\sqrt{\frac{10\sqrt{3}gR}{3}}$，因此要使小球安全通过圆轨道，初速度应满足 $v\geqslant\sqrt{\frac{10\sqrt{3}gR}{3}}$．

**小结**：等效法是将一个复杂的物理问题，等效为一个熟知的物理模型或问题的方法．

带电粒子在匀强电场和重力场组成的复合场中做圆周运动的问题，是高中物理教学中一类重要而典型的题型．对于这类问题，若采用常规方法求解，过程复杂，运算量大．若采用“等效法”求解，则能避开复杂的运算，过程比较简捷．利用等效法求解电场中圆周运动问题的解题思路：(1) 求出重力与电场力的合力 $F_合$，将这个合力视为一个“等效重力”；(2) 将 $a=\frac{F_合}{m}$ 视为“等效重力加速度”；(3) 小球能自由静止的位置，即是“等效最低点”，圆周上与该点在同一直径的点为“等效最高点”，注意这里的最高点不一定是几何最高点；(4) 将物体在重力场中做圆周运动的规律迁移到等效重力场中分析求解．

**例 4**:如图,两水平面(虚线)之间的距离为 $H$ ,其间的区域存在方向水平向右的匀强电场. 自该区域上方的 $A$ 点将质量为 $M$、电荷量分别为 $Q$ 和 $-q$ ( $q>0$ )的带电小球 $M$、$N$ 先后以相同的初速度沿平行于电场的方向射出. 小球在重力作用下进入电场区域,并从该区域的下边界离开. 已知 $N$ 离开电场时的速度方向竖直向下;$M$ 在电场中做直线运动,刚离开电场时的动能为 $N$ 刚离开电场时的动能的 1.5 倍. 不计空气阻力,重力加速度大小为 $g$. 求




(1)$M$ 与 $N$ 在电场中沿水平方向的位移之比;

(2)$A$ 点距电场上边界的高度;

(3)该电场的电场强度大小.

**答案**:(1) 3 : 1　(2) $\frac{1}{3}H$　(3) $\frac{\sqrt{2}mg}{2q}$

**解析**:小球 $M$ 从开始运动到刚离开电场的过程中水平方向的运动可分解为:进入电场前做速度为 $v_0$ 的匀速直线运动,进入电场后做初速度为 $v_0$ ,加速度大小为 $a_1$ 的匀加速直线运动,且 $qE=ma_1$ ;小球 $N$ 从开始运动到刚离开电场的过程中水平方向的运动可分解为:进入电场前做速度为 $v_0$ 的匀速直线运动,进入电场后做初速度为 $v_0$ ,加速度大小为 $a_2$ 的匀减速直线运动,且 $qE=ma_2$ ;由于小球 $M$ 和 $N$ 在竖直方向的运动情况完全相同,它们的运动时间也完全相同,设它们进入电场前的运动时间为 $t_1$,在电场中的时间为 $t_2$,它们刚进入电场时竖直方向的分速度为 $v_1$ ,它们刚离开电场时竖直方向的分速度为 $v_2$ ,小球 $M$ 刚离开电场时水平方向的分速度为 $v_3$ ,由于 $M$ 刚离开电场时的动能为 $N$ 刚离开电场时的动能的 1.5 倍,则:$\frac{1}{2}m(v_2^2+v_3^2)=1.5\times\frac{1}{2}mv_2^2$ ,则 $v_2=\sqrt{2}v_3$ ,设 $M$ 刚离开电场时的速度方向和水平方向的夹角为 $\theta$ ,则 $\tan\theta=\frac{v_2}{v_3}=\sqrt{2}$ ,由于 $M$ 在电场中做直线运动,$M$ 受到的合力方向和速度方向在一条直线上,则:$\tan\theta=\frac{mg}{qE}=\sqrt{2}$ ,解得:$E=\frac{\sqrt{2}mg}{2q}$ .

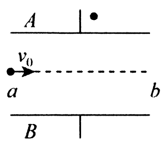
当 $M$ 刚进入电场时, $\tan\theta=\frac{v_1}{v_0}=\sqrt{2}$ ,解得:$v_1=\sqrt{2}v_0$ ,结合自由落体运动知识可得:它们进入电场前的运动时间为 $t_1=\frac{v_1}{g}=\frac{\sqrt{2}v_0}{g}$,$N$ 在电场中水平方向做匀减速运动直到速度为零,则它们在电场中的时间为 $t_2=\frac{v_0}{a_2}=\frac{\sqrt{2}v_0}{g}=t_1$ ;它们在竖直方向做自由落体运动,则:$h=\frac{1}{2}gt_1^2$,$H+h=\frac{1}{2}g(t_1+t_2)^2$ ,则 $H+h=4h$ ,则:$h=\frac{1}{3}H$ .

$M$ 在电场中沿水平方向的位移大小为 $x_M=v_0t_2+\frac{1}{2}a_1t_2^2$,$N$ 在电场中沿水平方向的位移大小为 $x_N=\frac{v_0+0}{2}t_2$ ,解得:$x_M=\frac{3\sqrt{2}v_0^2}{2g}$,$x_N=\frac{\sqrt{2}v_0^2}{2g}$,$M$ 与 $N$ 在电场中沿水平方向的位移之比 3 : 1.

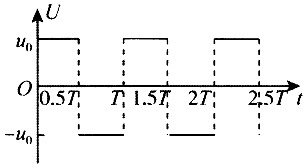
**例 5**：如图甲所示，长为 $L$、间距为 $d$ 的两金属板 $A$、$B$ 水平放置，$a$、$b$ 为两板的中心线，一个带电粒子以速度 $v_0$ 从 $a$ 点水平射入，沿直线从 $b$ 点射出，若将两金属板接到如图乙所示的交变电压上，欲使该粒子仍能从 $b$ 点以速度 $v_0$ 射出，求：

(1)交变电压的周期 $T$ 应满足什么条件；

(2)粒子从 $a$ 点射入金属板的时刻应满足什么条件？




甲




乙

**思路点拨**：①由 $U-t$ 图知粒子垂直极板方向运动具有周期性；②“仍从 $b$ 点以速度 $v_0$ 射出”应考虑两方面问题：一是在垂直极板方向 $y_m \leqslant \frac{1}{2}d$，二是达 $b$ 点时 $v_y=0$.

**答案**：(1) $T=\frac{L}{nv_0}$，其中 $n$ 取大于等于 $\frac{L}{2dv_0}\sqrt{\frac{qU_0}{2m}}$ 的整数　(2) $t=\frac{2n-1}{4}T(n=1,2,3,\cdots)$

**解析**：(1)为使粒子仍从 $b$ 点以速度 $v_0$ 穿出电场，在垂直于初速度方向上，粒子的运动应为：加速，减速，反向加速，反向减速，经历四个过程后，回到中心线上时，在垂直于金属板的方向上速度正好等于零，这段时间等于一个周期，故有 $L=nTv_0$，解得 $T=\frac{L}{nv_0}$

粒子在 $\frac{1}{4}T$ 内离开中心线的距离为 $y=\frac{1}{2}a(\frac{1}{4}T)^2$

又 $a=\frac{qE}{m}$，$E=\frac{U_0}{d}$，解得 $y=\frac{qU_0T^2}{32md}$

在运动过程中离开中心线的最大距离为 $y_m=2y=\frac{qU_0T^2}{16md}$

粒子不撞击金属板，应有 $y_m \leqslant \frac{1}{2}d$

解得 $T \leqslant 2d\sqrt{\frac{2m}{qU_0}}$

故 $n \geqslant \frac{L}{2dv_0}\sqrt{\frac{qU_0}{2m}}$，即 $n$ 取大于等于 $\frac{L}{2dv_0}\sqrt{\frac{qU_0}{2m}}$ 的整数.

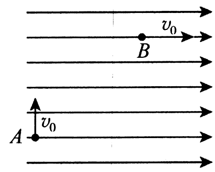
所以粒子的周期应满足的条件为

$T=\frac{L}{nv_0}$，其中 $n$ 取大于等于 $\frac{L}{2dv_0}\sqrt{\frac{qU_0}{2m}}$ 的整数.

(2)粒子进入电场的时刻应为 $\frac{1}{4}T,\frac{3}{4}T,\frac{5}{4}T,\cdots$

故粒子进入电场的时刻为 $t=\frac{2n-1}{4}T(n=1,2,3,\cdots)$

**例 6**：如图所示，在竖直平面内有水平向右的匀强电场，质量为 $m$，电荷量大小为 $q$ 的小球从 $A$ 点运动到 $B$ 点，小球在 $A$ 点的速度大小为 $v_0$，方向竖直向上，在 $B$ 点的速度大小为 $v_0$，方向水平向右，已知重力加速度大小为 $g$. 求：




(1)小球带什么电荷，匀强电场的电场强度的大小；
(2)小球从 $A$ 点运动到 $B$ 点的过程中，小球的最小速度的大小；
(3)$A$、$B$ 两点的电势差.

**答案**：(1)正电荷 $\frac{mg}{q}$ (2)$\frac{\sqrt{2}}{2}v_0$ (3)$\frac{mv_0^2}{2q}$

**解析**：(1)小球从 $A$ 点运动到 $B$ 点的过程中，小球在水平方向的速度由零增大到 $v_0$，可判断：小球受到的电场力水平向右，进而可判断小球带正电荷.

设小球从 $A$ 点运动到 $B$ 点的时间为 $t$，在竖直方向：$0=v_0-gt$，

在水平方向上：$v_0=at$，$qE=ma$，可得：$a=g$，$E=\frac{mg}{q}$.

(2)设经过时间 $t$，小球的速度最小，此时小球在竖直方向的分速度大小为 $v_y=v_0-gt$，小球在水平方向的分速度大小为 $v_x=at=gt$，

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{g^2t^2+(v_0-gt)^2}=\sqrt{2g^2t^2-2v_0gt+v_0^2}=\sqrt{2g^2(t-\frac{v_0}{2g})^2+\frac{1}{2}v_0^2}$$

可得：当 $t=\frac{v_0}{2g}$ 时，小球的速度最小为 $v=\frac{\sqrt{2}}{2}v_0$.

**点拨**：此时 $v_x=v_y=\frac{1}{2}v_0$，可得：此时小球的速度方向和水平方向的夹角为 45°；$qE=mg$，电场力和重力的合力的方向和水平方向的夹角为 45°. 进一步可总结为：当小球的速度最小时，小球的合力方向和小球的速度方向垂直.

(3)小球从 $A$ 点运动到 $B$ 点的过程中，小球在水平方向：$x=\frac{0+v_0}{2}t$

小球在竖直方向：$y=\frac{0+v_0}{2}t=\frac{v_0^2}{2g}$

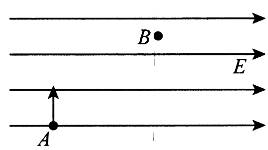
可得：$x=y=\frac{v_0^2}{2g}$

$A$、$B$ 两点的电势差 $U_{AB}=Ex=\frac{mv_0^2}{2q}$

或利用动能定理可得：$qU_{AB}-mgy=\frac{1}{2}mv_0^2-\frac{1}{2}mv_0^2$

解得：$U_{AB}=\frac{mv_0^2}{2q}$.

**例 7**：如图所示，一带电小球从 $A$ 竖直向上进入一水平方向的匀强电场中，进入电场时小球的动能为 4 J，运动到最高点 $B$ 时小球的动能为 5 J，则小球运动到与 $A$ 点在同一水平面上的 $C$ 点(图中未画出)时的动能为 ( )

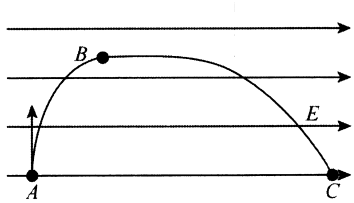



A. 4 J B. 14 J C. 19 J D. 24 J

**答案**：D

**解析**：带电小球受到竖直向下的重力和水平向右的电场力，小球在 $A$ 点的速度大小为 $v_A$，则 $\frac{1}{2}mv_A^2=4$ J，小球在水平方向的加速度大小为 $a$，设小球从 $A$ 点到 $B$ 点的时间为 $t$，根据运动的对称性可得：小球从 $B$ 点到 $C$ 点的时间也为 $t$，小球到达 $C$ 点竖直方向的分速度 $v_{Cy}=v_A$，在最高点 $B$ 竖直分速度为零，只有水平分速度，则 $v_B=at$，$\frac{1}{2}mv_B^2=5$ J，小球到达 $C$ 点时水平方向的分速度 $v_{Cx}=2at$，小球运动到 $C$ 点的动能 $E_{kC}=\frac{1}{2}mv_C^2=\frac{1}{2}m(v_{Cx}^2+v_{Cy}^2)=\frac{1}{2}mv_A^2+\frac{1}{2}mv_B^2\times 4=24$ J，选项 D 正确.

**拓展**：如图所示，一带电小球从 $A$ 竖直向上进入一水平方向的匀强电场中，进入电场时小球的动能为 4 J，运动到最高点 $B$ 时小球的动能为 5 J，则此过程中电场力做了多少功？

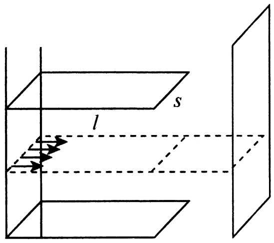



小球从 $B$ 点运动到与 $A$ 点在同一水平面上的 $C$ 点时的过程中电场力做了多少功？

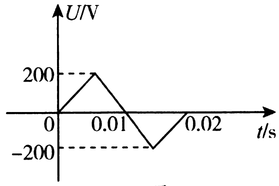
**答案**：5 J 15 J

**解析**：小球从 $A$ 到 $B$ 的水平位移为 $x$，则：$x=\frac{1}{2}at^2=\frac{v_B^2}{2a}$，$qE=ma$ 小球从 $A$ 到 $B$ 的过程中电场力做功 $W_{AB}=qEx=\frac{1}{2}mv_B^2=5$ J；小球从 $A$ 到 $C$ 的水平位移为 $x_{AC}=\frac{1}{2}a(2t)^2=4x$，小球从 $B$ 到 $C$ 的水平位移为 $3x$，小球从 $B$ 到 $C$ 的过程中电场力做功 $W_{BC}=3qEx=15$ J.

**例** 8：一平行板电容器长 $l=10$ cm，宽 $s=8$ cm，板间距 $d=4$ cm，在板左侧有一个 $U_0=400$ V 加速电场，使离子从静止经加速电场加速后，沿足够长的"狭缝"，沿着两板中心平面，连续不断地向整个电容器射入．离子的比荷均为 $2\times10^{10}$ C/kg，距板右端 $\frac{1}{2}l$ 处有一屏，如图甲所示，如果在平行板电容器的两极板间接上如图乙所示的交流电，由于离子在电容器中运动所用的时间远小于交流电的周期，故离子通过电场的时间内电场可视为匀强电场．试求：



甲



乙

(1)离子进入平行板电容器时的速度；

(2)离子打在屏上的区域面积；

(3)在一个周期内，离子打到屏上的时间．

**答案**：(1)$4\times10^6$ m/s (2)64 $cm^2$ (3)0.0128 s

**解析**：(1)设离子进入平行板电容器时速度为 $v_0$，根据动能定理得：$qU_0=\frac{1}{2}mv_0^2-0$

解得：$v_0=\sqrt{\frac{2qU_0}{m}}=4\times10^6$ m/s.

(2)设离子恰好从极板边缘射出时极板两端的电压为 $U_1$，

水平方向：$l=v_0t$①

竖直方向：$\frac{1}{2}d=\frac{1}{2}at^2$②

又 $a=\frac{qU_1}{md}$③

由①②③得：$U_1=\frac{md^2v_0^2}{ql^2}=128$ V

即当 $U\geqslant128$ V 时离子打到极板上，当 $U<128$ V 时离子打到屏上，利用推论：打到屏上的离子好像是从极板中心沿直线射到屏上，由此可得：

$$\frac{\frac{1}{2}l+\frac{1}{2}l}{\frac{l}{2}}=\frac{y}{\frac{1}{2}d}$$

解得：$y=d$

又由对称性知，打到屏上的总长度为 $2d$

则离子打到屏上的区域面积为 $S=2ds=64$ $cm^2$.

(3)在前 $\frac{1}{4}T$，离子打到屏上的时间：

$t_0=\frac{128}{200}\times0.005$ s $=0.003\ 2$ s

又由对称性知，在一个周期内，打到屏上的总时间

$T=4t_0=0.012\ 8$ s.

# 二十七 电流 电阻 电功 电功率

## 一、欧姆定律

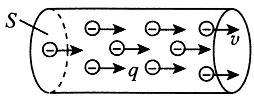
1. 电流

(1)定义：自由电荷的定向移动形成电流.

(2)公式：$I=\frac{q}{t}$，单位为安培(安)，符号为 A，1 A=1 C/s.

(3)方向：规定为正电荷定向移动的方向，电流是标量.

(4)微观式：$I=nqSv$. 如图所示是某导体通电时的内部示意图.




三个电流表达式的比较

| | 公式 | 适用范围 | 字母含义 | 公式含义 |
|---|---|---|---|---|
| 定义式 | $I=\frac{q}{t}$ | 一切电路 | $q$ 为时间 $t$ 内通过导体横截面的电荷量 | $\frac{q}{t}$ 反映了 $I$ 的大小，但不能说 $I\propto q$，$I\propto\frac{1}{t}$ |
| 微观式 | $I=nqSv$ | 一切电路 | $n$：导体单位体积内的自由电荷数<br>$q$：每个自由电荷的电荷量<br>$S$：导体横截面积<br>$v$：电荷定向移动速率 | 从微观上看 $n$、$q$、$S$、$v$ 决定了 $I$ 的大小 |
| 决定式 | $I=\frac{U}{R}$ | 金属、电解液 | $U$：导体两端的电压<br>$R$：导体本身的电阻 | $I$ 由 $U$、$R$ 决定，$I\propto U$，$I\propto\frac{1}{R}$ |

2. 欧姆定律

(1)内容：导体中的电流 $I$ 跟导体两端的电压 $U$ 成正比，跟导体的电阻 $R$ 成反比.

(2)公式：$I=\frac{U}{R}$.

(3)适用范围：适用于金属和电解液导电，不适用于气态导体和半导体元件.

## 二、电阻定律

1. 电阻

(1)物理意义：反映导体对电流阻碍作用的大小的物理量，电阻越大，阻碍作用越大.

(2)定义式：$R=\frac{U}{I}$，单位为欧姆，符号为 Ω.

2. 电阻定律

(1)内容：同种材料的导体，其电阻跟它的长度成正比，与它的横截面积成反比，导体的电阻还与构成它的材料有关.

(2)表达式：$R=\rho\frac{l}{S}$.

3. 电阻率：(1)物理意义：反映导体的导电性能，是导体材料本身的属性.(2)计算式：$\rho=R\frac{S}{l}$，单位为 Ω·m.

4. 电阻与电阻率的区别

(1)电阻是反映导体对电流阻碍作用大小的物理量,电阻大小与导体的长度、横截面积及材料等有关;电阻率是描述导体材料导电性能好坏的物理量,与导体长度、横截面积无关.

(2)导体的电阻大,导体材料的导电性能不一定差;导体的电阻率小,电阻不一定小.

(3)导体的电阻、电阻率均与温度有关.

5. 公式 $R=\rho\frac{l}{S}$ 与 $R=\frac{U}{I}$ 的比较

| 比较项目 | $R=\rho\frac{l}{S}$ | $R=\frac{U}{I}$ |
|---|---|---|
| 意义 | 电阻的决定式 | 电阻的定义式 |
| 理解 | 说明导体的电阻由 $\rho$、$l$、$S$ 决定,即与 $l$ 成正比,与 $S$ 成反比 | 提供了一种测量电阻的方法(伏安法),不能认为 $R$ 与 $U$ 成正比,与 $I$ 成反比 |
| 适用范围 | 只适用于粗细均匀的金属导体或浓度均匀的电解液 | 适用于任何纯电阻导体 |

## 三、电功、电功率、焦耳定律

1. 电功

(1)定义:导体中的自由电荷在电场力作用下定向移动,电场力做的功称为电功.

(2)公式:$W=qU=IUt$.

(3)电流做功的实质:电能转化为其他形式能的过程.

2. 电功率:(1)定义:单位时间内电流做的功,表示电流做功的快慢.(2)公式:$P=\frac{W}{t}=IU$.

3. 焦耳定律:(1)电热:电流流过一段导体时产生的热量.(2)计算式:$Q=I^2Rt$.

4. 热功率:(1)定义:单位时间内的发热量.(2)表达式:$P=\frac{Q}{t}=I^2R$.

5. 纯电阻电路与非纯电阻电路的比较

| | 纯电阻电路 | 非纯电阻电路 |
|---|---|---|
| 实例 | 白炽灯、电炉、电饭锅、电热毯、电熨斗及转子被卡住的电动机等 | 正常工作的电动机、电解槽、日光灯等 |
| 电功与电热 | $W=UIt,Q=I^2Rt=\frac{U^2}{R}t,W=Q$ | $W=UIt,Q=I^2Rt,W>Q$ |
| 电功率与热功率 | $P_{电}=UI,P_{热}=I^2R=\frac{U^2}{R},P_{电}=P_{热}$ | $P_{电}=UI,P_{热}=I^2R,P_{电}>P_{热}$ |

6. 电动机的三个功率及效率

| | | |
|---|---|---|
| 输入功率 | 电动机的总功率.由电动机电路中的电流和电压决定,即 $P_{总}=P_{入}=UI$ | 关系:<br>$P_{总}=P_{出}+P_{热}$ |
| 输出功率 | 电动机的有用功的功率,也叫做机械功率 | |
| 热功率 | 电动机线圈上有电阻,电流通过线圈时会发热,热功率 $P_{热}=I^2r$ | |
| 效率 | $\eta=\frac{P_{出}}{P_{入}}\times100\%$ | |

## 四、对伏安特性曲线的理解及应用

1. 图线的意义

(1)由于导体的导电性能不同,所以不同的导体有不同的伏安特性曲线.

(2)伏安特性曲线上每一点的电压坐标与电流坐标的比值,对应这一状态下的电阻.

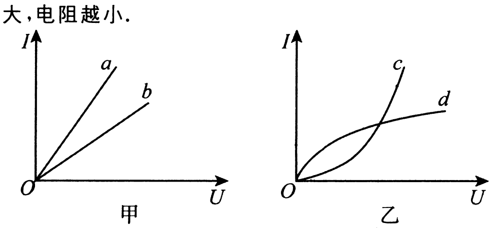
2. 应用

$I-U$ 图象中图线上某点与 $O$ 点连线的斜率表示电阻的倒数,斜率越大,电阻越小.

3. 两类图线

(1)线性元件的伏安特性曲线(图甲中 $a$、$b$)是过原点的直线,表明它的电阻是不变的.

(2)非线性元件的伏安特性曲线(图乙中 $c$、$d$)是曲线,表明它的电阻是变化的.




**例 1**:安培提出了著名的分子电流假说,根据这一假说,电子绕核运动可等效为一环形电流.设带电荷量为 $e$ 的电子以速率 $v$ 绕原子核沿顺时针方向做半径为 $r$ 的匀速圆周运动,其电流的等效电流 $I$ 的大小和方向为 ( )

A. $\frac{ve}{2\pi r}$,顺时针　B. $\frac{ve}{r}$,顺时针　C. $\frac{ve}{2\pi r}$,逆时针　D. $\frac{ve}{r}$,逆时针

**答案**:C

**解析**:电子带负电,负电荷的定向移动方向是形成电流方向的反方向,因电子绕核顺时针方向运动,故电流方向为逆时针方向,选项 A、B 错误;由匀速圆周运动的周期公式和电流的定义,可得 $I=\frac{q}{t}=\frac{e}{T}=\frac{ev}{2\pi r}$,选项 C 正确,选项 D 错误.

**例 2**:对于常温下一根阻值为 $R$ 的金属电阻丝,下列说法正确的是 ( )

A. 常温下,若将电阻丝均匀拉长为原来的 10 倍,则电阻变为 $10R$

B. 常温下,若将电阻丝从中点对折,电阻变为 $\frac{R}{4}$

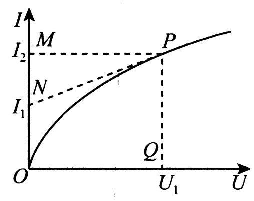
C. 加在电阻丝上的电压从零逐渐加大到 $U$,则在任意状态下的 $\frac{U}{I}$ 的值不变

D. 若把温度降到绝对零度附近,电阻丝的电阻突然变为零,这种现象称为超导现象

**答案**:BD

**解析**:常温下,若将电阻丝均匀拉长为原来的 10 倍,则横截面积变为原来的 $\frac{1}{10}$,根据电阻定律 $R=\rho\frac{l}{S}$ 知电阻变为 $100R$,A 错误;常温下,若将电阻丝从中点对折,长度为原来的一半,截面积为原来的 2 倍,则电阻变为 $\frac{R}{4}$,B 正确;电阻丝随着温度变化阻值会发生变化,C 错误;根据超导现象知,D 正确.

**例 3**:小灯泡通电后其电流 $I$ 随所加电压 $U$ 变化的图线如图所示,$P$ 为图线上一点,$PN$ 为图线在 $P$ 点的切线,$PQ$ 为 $U$ 轴的垂线,$PM$ 为 $I$ 轴的垂线,则下列说法中正确的是 ( )




A. 随着所加电压的增大,小灯泡的电阻增大

B. 对应 $P$ 点,小灯泡的电阻为 $R=\frac{U_1}{I_2}$

C. 对应 $P$ 点,小灯泡的电阻为 $R=\frac{U_1}{I_1}$

D. 对应 $P$ 点,小灯泡的功率为图中矩形 $PQOM$ 所围面积大小

**答案**:ABD

**解析**:由于灯泡的电阻在图线上的每一点都是 $R=\frac{U}{I}$($U$、$I$ 是对应的点坐标),由图线不难看出,随电压的增大,电流的增加变得越发缓慢($I-U$ 图线的斜率逐渐减小),电阻变大,故 A、B 正确,C 错误;小灯泡的功率 $P=UI$,所以 D 正确.

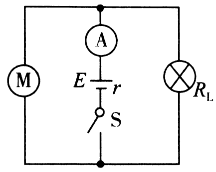
**点拨**:伏安特性曲线问题的处理方法

(1)首先分清是 $I-U$ 图线还是 $U-I$ 图线.

(2)对线性元件 $R=\frac{U}{I}=\frac{\Delta U}{\Delta I}$;对非线性元件 $R=\frac{U}{I}\neq\frac{\Delta U}{\Delta I}$,即非线性元件的电阻不等于 $U-I$ 图象某点切线的斜率.

(3)在电路问题分析时,$I-U$(或 $U-I$)图象中的电流、电压信息是解题的关键,要将电路中的电子元件和图象有机结合.

**例 4**:在如图所示电路中,电动势 $E=12$ V,内阻 $r=2$ Ω,指示灯 $R_L$ 的阻值为 16 Ω,电动机 M 线圈电阻 $R_M$ 为 2 Ω. 当开关 S 闭合时,指示灯 $R_L$ 的电功率 $P=4$ W. 求:




(1)流过电流表 A 的电流;

(2)电动机 M 输出的机械功率.

**答案**:(1)2 A (2)7.5 W

**解析**:(1)对指示灯,根据焦耳定律得 $P=I_L^2R_L$

解得 $I_L=0.5$ A

路端电压 $U=I_LR_L=8$ V

设流过电流表的电流为 $I$,根据闭合电路欧姆定律得

$U=E-Ir$

解得 $I=\frac{E-U}{r}=2$ A.

(2)设电动机支路的电流为 $I_M$,则 $I_M=I-I_L=1.5$ A

电动机总功率 $P_M=UI_M=12$ W

电动机输出机械功率 $P_{M出}=P_M-I_M^2R_M$

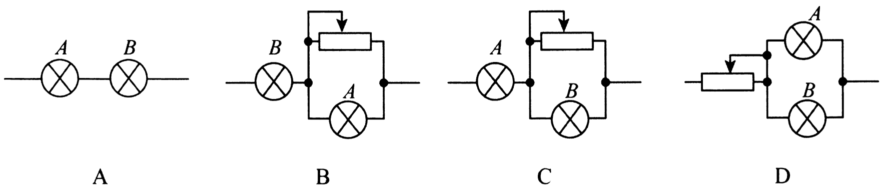
解得 $P_{M出}=7.5$ W.

**点拨**:非纯电阻电路的分析方法

(1)抓住"两个关键量":确定电动机的电压 $U_M$ 和电流 $I_M$ 是解决这类问题的关键. 若能求出 $U_M$、$I_M$,就能确定电动机的电功率 $P=U_MI_M$,根据电流 $I_M$ 和电动机的电阻 $r$ 可求出热功率 $P_r=I_M^2r$,最后求出输出功率 $P_出=P-P_r$.

(2)用好"一条线索":处理非纯电阻电路的计算问题时,要善于从能量转化的角度出发,紧紧围绕能量守恒定律,利用"电功=电热+其他能量"这条线索寻找等量关系求解.

**例 5**:额定电压都是 110 V,额定功率 $P_A=100$ W、$P_B=40$ W 的两盏电灯,若接入电压是 220 V 的下列电路上,则使两盏电灯均能正常发光,且电路中消耗的电功率最小的电路是 ( )




**答案**:C

**解析**:判断灯泡能否正常发光,就要判断电压是否为额定电压,或电流是否为额定电流. 由 $P=\frac{U^2}{R}$和已知条件可知,$R_A<R_B$. 对于 A 电路,由于 $R_A<R_B$,所以 $U_B>110$ V,$B$ 灯被烧坏,两灯不能正常发光. 对于 B 电路,由于 $R_A<R_B$,$A$ 灯与变阻器并联,并联电阻更小于 $R_B$,$U_B>110$ V,$B$ 灯被烧坏,两灯不能正常发光. 对于 C 电路,$B$ 灯与变阻器并联电阻可能等于 $R_A$,所以可能 $U_A=U_B=110$ V,两灯可以正常发光. 对于 D 电路,若变阻器的有效电阻等于 $A$、$B$ 的并联电阻,则 $U_A=U_B=110$ V,两灯可以正常发光. 比较 C、D 两个电路,由于 C 电路中变阻器功率为 $(I_A-I_B)\times110$ V,而 D 电路中变阻器功率为 $(I_A+I_B)\times110$ V,所以 C 电路消耗的功率最小,故 C 正确.

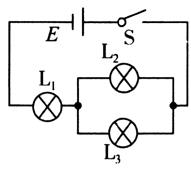
**例 6**:一个内阻可以忽略的电源接在一个装满水银的绝缘圆管两端,通过的电流为 0.1 A. 若把全部水银倒在一个内径大一倍的绝缘圆管里,仍接在相同的电源两端,则通过的电流将是 ( )

A. 0.4 A　　B. 0.8 A　　C. 1.6 A　　D. 3.2 A

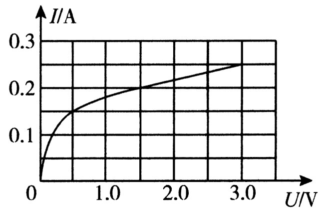
**答案**:C

**解析**:内径大一倍,横截面积变为原来的 4 倍,由于水银体积不变,故水银长度变为原来的$\frac{1}{4}$,则由电阻定律知电阻变为原来的$\frac{1}{16}$,由欧姆定律知电流变为原来的 16 倍,C 正确.

**例 7**：在如图甲所示的电路中，$L_1$、$L_2$、$L_3$ 为三个相同规格的小灯泡，这种小灯泡的伏安特性曲线如图乙所示．当开关 S 闭合后，电路中的总电流为 0.25 A，则此时（　　）



甲



乙

A. $L_1$ 两端的电压为 $L_2$ 两端电压的 2 倍

B. $L_1$ 消耗的电功率为 0.75 W

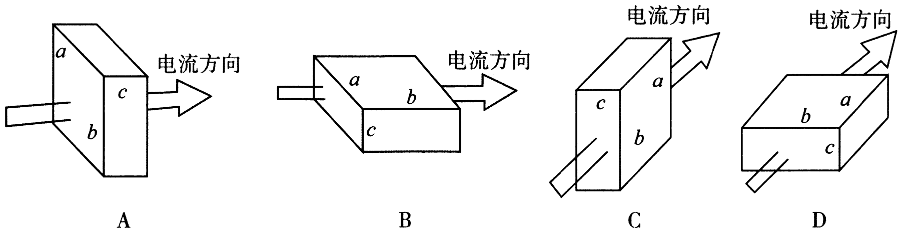
C. $L_2$ 的电阻为 12 Ω

D. $L_1$、$L_2$ 消耗的电功率的比值大于 4

**答案**：BD

**解析**：电路中的总电流为 0.25 A，即 $L_1$ 中电流为 0.25 A，由小灯泡的伏安特性曲线可知 $L_1$ 两端的电压为 3.0 V，$L_1$ 消耗的电功率为 $P_1=U_1I_1=0.75$ W，选项 B 正确；根据并联电路规律可知，$L_2$ 中的电流为 0.125 A，由小灯泡的伏安特性曲线可知其两端电压大约为 0.3 V，故 $L_1$ 两端的电压约为 $L_2$ 两端电压的 10 倍，选项 A 错误；由欧姆定律可知，$L_2$ 的电阻约为 $R_2=\frac{U_2}{I_2}=\frac{0.3}{0.125}\ \Omega=2.4\ \Omega$，选项 C 错误；$L_2$ 消耗的电功率约为 $P_2=U_2I_2=0.3\times0.125$ W$=0.037\ 5$ W，即 $L_1$、$L_2$ 消耗的电功率的比值大于 4，选项 D 正确．

**例 8**：欧姆不仅发现了欧姆定律，还研究了电阻定律．有一个长方体金属电阻，材料分布均匀，边长分别为 $a$、$b$、$c$，且 $a>b>c$．电流沿以下方向流过该金属电阻，其中电阻阻值最小的是（　　）




**答案**：A

**解析**：由电阻的决定式可知，A 中电阻 $R_A=\rho\frac{c}{ab}$，B 中电阻 $R_B=\rho\frac{b}{ac}$，C 中电阻 $R_C=\rho\frac{a}{bc}$，D 中电阻 $R_D=\rho\frac{a}{bc}$，由于 $a>b>c$，故电阻最小的为 A.

# 二十八　电动势　闭合电路的欧姆定律

## 一、电源的电动势和内阻

1. 电动势

(1)电源:电源是通过非静电力做功把其他形式的能转化成电势能的装置.

(2)电动势:非静电力搬运电荷所做的功与搬运的电荷量的比值,$E=\frac{W}{q}$.

(3)电动势的物理含义:电动势表示电源把其他形式的能转化成电势能本领的大小,在数值上等于电源没有接入电路时两极间的电压.

2. 内阻:电源内部导体的电阻.

## 二、闭合电路的欧姆定律

1. 闭合电路欧姆定律

(1)内容:闭合电路里的电流跟电源的电动势成正比,跟内、外电阻之和成反比.

(2)公式:$I=\frac{E}{R+r}$(只适用于纯电阻电路).

(3)其他表达形式

①电势降落表达式:$E=U_{外}+U_{内}$ 或 $E=U_{外}+Ir$.

②能量表达式:$EI=UI+I^2r$.

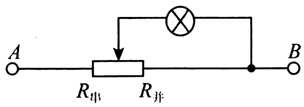
2. 路端电压与外电阻的关系

| | |
|---|---|
| 一般情况 | $U=IR=\frac{E}{R+r}\cdot R=\frac{E}{1+\frac{r}{R}}$,当 $R$ 增大时,$U$ 增大 |
| 特殊情况 | ①当外电路断路时,$I=0$,$U=E$<br>②当外电路短路时,$I_{短}=\frac{E}{r}$,$U=0$ |

## 三、判定总电阻变化情况的规律

1. 当外电路的任何一个电阻增大(或减小)时,电路的总电阻一定增大(或减小).

2. 若开关的通、断使串联的用电器增多时,电路的总电阻增大;若开关的通、断使并联的支路增多时,电路的总电阻减小.




3. 在如图所示分压电路中,滑动变阻器可视为由两段电阻构成,其中一段 $R_{并}$ 与用电器并联,另一段 $R_{串}$ 与并联部分串联.$A$、$B$ 两端的总电阻与 $R_{串}$ 的变化趋势一致.

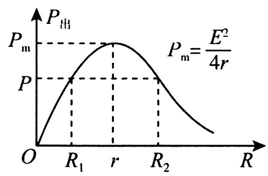
## 四、含电容器电路的分析

1. 电路的简化:不分析电容器的充、放电过程时,把电容器所在的电路视为断路,简化电路时可以去掉,求电荷量时再在相应位置补上.

2. 电路稳定时电容器的处理方法:电路稳定后,与电容器串联的电路中没有电流,同支路的电阻相当于导线,即电阻不起降低电压的作用,但电容器两端的电压与其并联用电器两端电压相等.

3. 电压变化带来的电容器变化:电路中电流、电压的变化可能会引起电容器的充、放电.若电容器两端电压升高,电容器将充电;若电压降低,电容器将通过与它连接的电路放电,可由 $\Delta Q=C\Delta U$ 计算电容器上电荷量的变化量.

## 五、闭合电路的功率及效率问题

| | |
|---|---|
| 电源总功率 | 任意电路：$P_{总}=EI=P_{出}+P_{内}$ |
| | 纯电阻电路：$P_{总}=I^2(R+r)=\frac{E^2}{R+r}$ |
| 电源内部消耗的功率 | $P_{内}=I^2r=P_{总}-P_{出}$ |
| 电源的输出功率 | 任意电路：$P_{出}=UI=P_{总}-P_{内}$ |
| | 纯电阻电路：$P_{出}=I^2R=\frac{E^2R}{(R+r)^2}$ |
| $P_{出}$ 与外电阻 $R$ 的关系 |  |
| 电源的效率 | 任意电路：$\eta=\frac{P_{出}}{P_{总}}\times100\%=\frac{U}{E}\times100\%$ |
| | 纯电阻电路：$\eta=\frac{R}{R+r}\times100\%$ |

由 $P_{出}$ 与外电阻 $R$ 的关系图象可以看出：

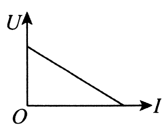
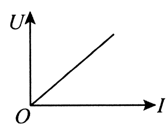
(1)当 $R=r$ 时，电源的输出功率最大为 $P_m=\frac{E^2}{4r}$.

(2)当 $R>r$ 时，随着 $R$ 的增大输出功率越来越小.

(3)当 $R<r$ 时，随着 $R$ 的增大输出功率越来越大.

(4)当 $P_{出}<P_m$ 时，每个输出功率对应两个外电阻 $R_1$ 和 $R_2$，且 $R_1R_2=r^2$.

## 六、两类 $U-I$ 图象的比较与应用

| 两种图象的比较 | 电源 $U-I$ 图象 | 电阻 $U-I$ 图象 |
|---|---|---|
| 图形 |  |  |
| 物理意义 | 电源的路端电压随电路电流的变化关系 | 电阻中的电流随电阻两端电压的变化关系 |
| 截距 | 与纵轴交点表示电源电动势 $E$，与横轴交点表示电源短路电流 $\frac{E}{r}$ | 过坐标轴原点，表示没有电压时电流为零 |
| 坐标 $U$、$I$ 的乘积 | 表示电源的输出功率 | 表示电阻消耗的功率 |
| 坐标 $U$、$I$ 的比值 | 表示外电阻的大小，不同点对应的外电阻大小不同 | 每一点对应的比值均等大，表示此电阻的大小 |
| 斜率(绝对值) | 电源电阻 $r$ | 电阻大小 |

## 七、电路故障问题

1. 故障特点

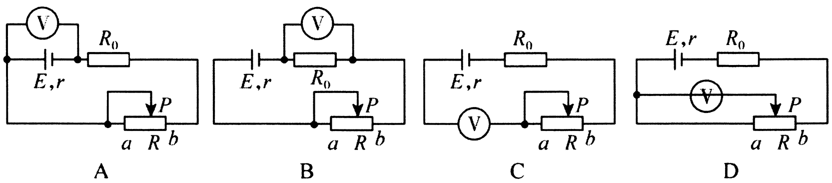
(1)断路特点:表现为路端电压不为零而电流为零.

(2)短路特点:用电器或电阻发生短路,表现为有电流通过电路但它两端电压为零.

2. 检查方法

| | |
|---|---|
| 电压表检测 | 如果电压表示数为零,则说明可能在并联部分之外有断路,或并联部分短路 |
| 电流表检测 | 当电路中接有电源时,可用电流表测量各部分电路上的电流,通过对电流值的分析,可以确定故障的位置.在使用电流表检测时,一定要注意电流表的极性和量程 |
| 欧姆表检测 | 当测量值很大时,表示该处断路,当测量值很小或为零时,表示该处短路.在使用欧姆表检测时,电路一定要切断电源 |
| 假设法 | 将整个电路划分为若干部分,然后逐一假设某部分电路发生某种故障,运用闭合电路或部分电路的欧姆定律进行推理 |

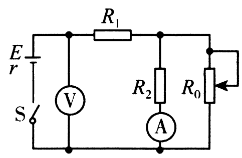
**例 1**:下列四个电路中,电源电动势为 $E$,电阻为 $r$,定值电阻为 $R_0$,当滑动变阻器 $R$ 的滑片 $P$ 从 $a$ 向 $b$ 滑动时,电压表示数将变大的电路是 ( )




**答案**:BD

**解析**:在电路 A、B 中,当滑动变阻器 $R$ 的滑片 $P$ 从 $a$ 向 $b$ 滑动时,滑动变阻器连入电路的电阻变小.对电路 A,电压表测量的是路端电压,由于外电路电阻减小,使路端电压随之减小,不符合题意;对电路 B,电压表测量的是定值电阻 $R_0$ 两端的电压,由闭合电路欧姆定律知此时电路电流变大,则电压表示数将变大,符合题意;对电路 C,由于电压表位置的特殊性,其示数将不变;而电路 D,实际上可认为是一个分压电路,尽管电路电流不变,但当滑动变阻器 $R$ 的滑片 $P$ 从 $a$ 向 $b$ 滑动时,电压表测量的电阻增加,则电压表示数将变大.

**例 2**:如图所示电路,电源内阻不可忽略.开关 S 闭合后,在变阻器 $R_0$ 的滑动端向下滑动的过程中 ( )




A. 电压表与电流表的示数都减小

B. 电压表与电流表的示数都增大

C. 电压表的示数增大,电流表的示数减小

D. 电压表的示数减小,电流表的示数增大

**答案**:A

**解析**:滑片向下滑动,则滑动变阻器接入电路中的电阻减小,则总电阻减小,电路中总电流增大,电源内阻两端的电压增大,则由闭合电路欧姆定律可知,电路的路端电压减小,故电压表示数减小;由欧姆定律可知,$R_1$ 上的分压增大,故并联部分电压减小,即可知电流表示数减小,故 A 正确,B、C、D 错误.

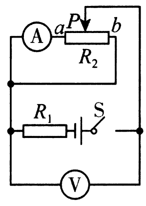
**例 3**:如图甲所示的电路中,将滑动变阻器 $R_2$ 的滑片由 $a$ 端向 $b$ 端移动,用两个电表分别测量电压和电流,得到部分 $U-I$ 关系图象如图乙所示,则 ( )

A. 电源的电动势为 6 V

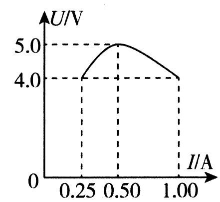
B. 滑动变阻器的总阻值为 20 Ω

C. 当电压表示数为 5.0 V 时,电源效率最高

D. 当电压表示数为 5.0 V 时,$R_2$ 消耗的总功率最大



甲



乙

**答案**:BC

**解析**:由题图乙可知,当滑片位于中央时,并联电阻最大,并联电阻为 $\frac{R_2}{2}=\frac{U}{I}=\frac{5.0}{0.50}\ \Omega=10\ \Omega$,解得 $R_2=20\ \Omega$,B 正确;此时电压表的示数最大,外电阻也最大,而电源的效率 $\eta=\frac{P_{出}}{P_{总}}=\frac{R}{R+r}$,此时电源的效率最高,C 正确;当电压表的示数为 4 V 时,电流表的示数为 0.25 A,则通过 $Pb$ 部分支路的电流为 1.00 A,则 $R_{aP}=4R_{Pb}$,根据闭合电路欧姆定律 $E=4\ \text{V}+1.25\ \text{A}\times(R_1+r)$,$E=5\ \text{V}+1\ \text{A}\times(R_1+r)$,两式联立解得 $R_1+r=4\ \Omega$,$E=9$ V,A 错误;当 $R_2$ 两部分的并联电阻等于 $R_1+r=4\ \Omega$ 时,$R_2$ 消耗的功率最大,此时电压表的示数不是 5.0 V,D 错误.

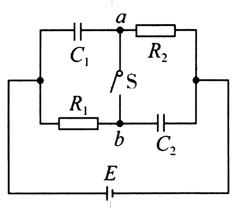
**例 4**:如图所示,$C_1=6\ \mu\text{F}$,$C_2=3\ \mu\text{F}$,$R_1=3\ \Omega$,$R_2=6\ \Omega$,电源电动势 $E=18$ V,内阻不计.下列说法正确的是 ( )

A. 开关 S 断开时,$a$、$b$ 两点电势相等

B. 开关 S 闭合后,$a$、$b$ 两点间的电流是 2 A

C. 开关 S 断开时,$C_1$ 带的电荷量比开关 S 闭合后 $C_1$ 带的电荷量大

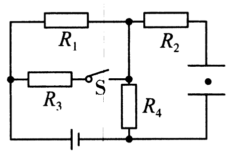
D. 不论开关 S 断开还是闭合,$C_1$ 带的电荷量总比 $C_2$ 带的电荷量大




**答案**:BC

**解析**:S 断开时外电路处于断路状态,两电阻中无电流通过,电阻两端电势相等,由图知 $a$ 点电势与电源负极电势相等,$b$ 点电势与电源正极电势相等,A 错误;S 断开时两电容器两端电压都等于电源电动势,而 $C_1>C_2$,由 $Q=CU$ 知此时 $Q_1>Q_2$,当 S 闭合时,稳定状态下 $C_1$ 与 $R_1$ 并联,$C_2$ 与 $R_2$ 并联,电路中电流 $I=\frac{E}{R_1+R_2}=2$ A,此时两电阻两端电压分别为 $U_1=IR_1=6$ V、$U_2=IR_2=12$ V,则此时两电容器所带电荷量分别为 $Q_1'=C_1U_1=3.6\times10^{-5}$ C、$Q_2'=C_2U_2=3.6\times10^{-5}$ C,对电容器 $C_1$ 来说,S 闭合后其两端电压减小,所带电荷量也减小,B、C 正确,D 错误.

**例 5**:如图所示,$R_1=R_2=R_3=R_4=R$,开关 S 闭合时,间距为 $d$ 的平行板电容器 $C$ 的正中间有一质量为 $m$、电荷量为 $q$ 的小球恰好处于静止状态;开关 S 断开时,则小球的运动情况为 ( )

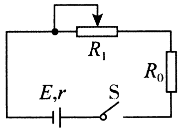



A. 不动　　B. 向上运动　　C. 向下运动　　D. 不能确定

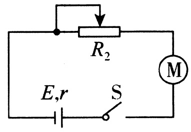
**答案**:C

**解析**:开关 S 断开后,电路中的总电阻变大,干路电流减小,$R_4$ 两端电压减小,则电容器两端的电压也减小,匀强电场的电场强度减小,小球受到的电场力减小,所以小球所受合力向下,C 正确.

**例 6**:如图所示,电源电动势 $E=12$ V,内阻 $r=3\ \Omega$,$R_0=1\ \Omega$,直流电动机内阻 $R_0'=1\ \Omega$,当调节滑动变阻器 $R_1$ 时可使甲电路输出功率最大,调节 $R_2$ 时可使乙电路输出功率最大,且此时电动机刚好正常工作(额定输出功率为 $P_0=2$ W),则 $R_1$ 和 $R_2$ 接入电路的阻值分别为 ( )



甲



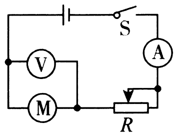
乙

A. 2 Ω,2 Ω　　B. 2 Ω,1.5 Ω　　C. 1.5 Ω,1.5 Ω　　D. 1.5 Ω,2 Ω

**答案**:B

**解析**:因为题中甲电路是纯电阻电路,当外电阻与电源内阻相等时,电源的输出功率最大,所以 $R_1=2\ \Omega$;而乙电路是含电动机电路,欧姆定律不适用,电路的输出功率 $P=IU=I(E-Ir)$,当 $I=\frac{E}{2r}=2$ A 时,输出功率 $P$ 有最大值,此时电动机的输出功率为 $P_0=2$ W,发热功率为 $P_{热}=I^2R_0'=4$ W,所以电动机的输入功率为 $P_{入}=P_0+P_{热}=6$ W,电动机两端的电压为 $U_M=\frac{P}{I}=3$ V,电阻 $R_2$ 两端的电压为 $U_{R2}=E-U_M-Ir=3$ V,所以 $R_2=\frac{U_{R2}}{I}=1.5\ \Omega$,选项 B 正确.

**例 7**:在研究微型电动机的性能时,应用如图所示的实验电路. 当调节滑动变阻器 $R$ 使电动机停止转动时,电流表和电压表的示数分别为 0.5 A 和 2.0 V. 重新调节 $R$ 使电动机恢复正常运转,此时电流表和电压表的示数分别为 2.0 A 和 24.0 V. 则这台电动机正常运转时输出功率为 ( )

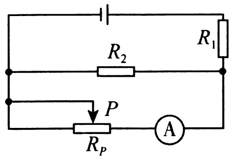



A. 32 W　　B. 44 W　　C. 47 W　　D. 48 W

**答案**:A

**解析**:电动机不转时相当于一个纯电阻,根据通过电动机的电流为 0.5 A、电压为 2 V,可算出电动机内阻为 4 Ω. 正常工作时,电动机消耗功率 $P=UI=48$ W,内阻发热消耗功率 $P_{热}=I^2r=16$ W,则输出功率为 $P_{出}=P-P_{热}=32$ W.

**例 8**:在如图所示的电路中,电源内阻不能忽略,当移动滑动变阻器滑片时,电流表示数变大,则 ( )




A. 电源的总功率一定增大

B. 电源的输出功率一定增大

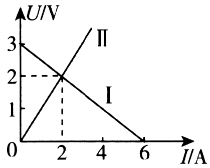
C. 电源内部消耗的功率一定减小

D. 电源的效率一定减小

**答案**:AD

**解析**:滑片移动时,电流表示数变大,可知滑片向右移动,电路的总电阻减小,总电流增大,因此电源的总功率增大,电源的效率减小,A、D 正确;电源内阻消耗的功率增大,输出的功率变化不确定,B、C 错误.

**例 9**:在如图所示的 $U-I$ 图象中,直线Ⅰ为某一电源的路端电压与电流的关系图线,直线Ⅱ为某一电阻 $R$ 的 $U-I$ 图线. 用该电源直接与电阻 $R$ 相连组成闭合电路,由图象可知 ( )




A. 电源的电动势为 3 V,内阻为 0.5 Ω

B. 电阻 $R$ 的阻值为 1 Ω

C. 电源的输出功率为 4 W

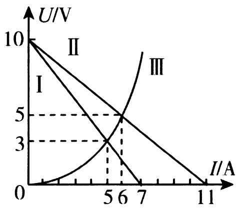
D. 电源的效率为 50%

**答案**:ABC

**解析**:由图线Ⅰ可知,电源的电动势为 3 V,内阻为 $r=\frac{E}{I}=0.5$ Ω;由图线Ⅱ可知,电阻 $R$ 的阻值为 1 Ω,该电源与电阻 $R$ 直接相连组成的闭合电路的电流为 $I=\frac{E}{r+R}=2$ A,路端电压 $U=IR=2$ V(可由题图读出),电源的输出功率为 $P=UI=4$ W,电源的效率为 $\eta=\frac{UI}{EI}\times100\%\approx66.7\%$,故选项 A、B、C 正确,D 错误.

**点拨**:电源的 $U-I$ 图线与电阻的 $U-I$ 图线的交点表示电源的路端电压与用电器两端的电压相等,通过电源的电流与通过用电器的电流相等,故交点表示该电源单独对该用电器供电的电压和电流.

**例 10**:如图所示,直线Ⅰ、Ⅱ分别是电源 1 与电源 2 的路端电压随输出电流变化的特性图线,曲线Ⅲ是一个小灯泡的伏安特性曲线,如果把该小灯泡分别与电源 1、电源 2 单独连接,则下列说法正确的是 ( )




A. 电源 1 与电源 2 的内阻之比是 11∶7

B. 电源 1 与电源 2 的电动势之比是 1∶1

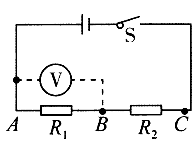
C. 在这两种连接状态下,小灯泡消耗的功率之比是 1∶2

D. 在这两种连接状态下,小灯泡的电阻之比是 1∶2

**答案**:ABC

**解析**:根据电源的路端电压随输出电流变化的特性图线斜率的绝对值表示电源内阻可知,电源 1 与电源 2 的内阻之比是 11∶7,选项 A 正确;根据电源的路端电压随输出电流变化的特性图线在纵轴的截距表示电源电动势可知,电源 1 与电源 2 的电动势之比是 1∶1,选项 B 正确;根据直线与曲线交点表示工作点,交点的纵、横坐标的乘积表示电源输出功率,在这两种连接状态下,小灯泡消耗的功率之比是 1∶2,选项 C 正确;根据直线与曲线交点的纵坐标与横坐标的比值表示小灯泡电阻,在这两种连接状态下,小灯泡的电阻之比是 18∶25,选项 D 错误.

**例 11**:某学生做研究串联电路电压特点的实验时,接成如图所示的电路,接通 S 后,他将多用电表电压挡的红、黑表笔并联在 $A$、$C$ 两点间时,电压表读数为 $U$;当并联在 $A$、$B$ 两点间时,电压表读数也为 $U$;当并联在 $B$、$C$ 两点间时,电压表读数为零,故障的原因可能是　(　　)

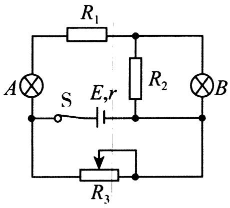



A. $AB$ 段断路　　B. $BC$ 段断路　　C. $AB$ 段短路　　D. $BC$ 段短路

**答案**:AD

**解析**:由题意可得 $U_{AB}=U_{AC}=U$,说明由 $A$、$B$ 分别至电源的线路均已接通.若 $BC$ 段完好,则 $AB$ 段断路;若 $BC$ 段短路,则 $AB$ 段可能断路,也可能完好.又由题述得 $U_{BC}=0$,因而可能 $AB$ 段断路,或 $BC$ 段短路,也有可能出现两者同时发生的情况.分析时考虑要全面,要把故障的可能原因全部找出来,不要漏掉正确选项.

**例 12**:如图所示的电路中,灯泡 $A$ 和灯泡 $B$ 原来都是正常发光的,现在突然灯泡 $A$ 比原来变暗了些,灯泡 $B$ 比原来变亮了些,则电路中出现的故障可能是　(　　)




A. $R_3$ 断路　　B. $R_2$ 断路　　C. $R_1$ 短路　　D. $R_1$、$R_2$ 同时短路

**答案**:B

**解析**:由电路图可知,通过灯泡 $A$ 的电流等于通过灯泡 $B$ 的电流与通过 $R_2$ 的电流之和.灯泡 $A$ 比原来变暗了些,灯泡 $B$ 比原来变亮了些,说明通过灯泡 $B$ 的电流变大,而通过灯泡 $A$ 的电流变小,结合电路分析可知 $R_2$ 断路,所以 B 正确.$R_3$ 断路或 $R_1$ 短路都会使两灯泡都比原来变亮;$R_1$、$R_2$ 同时短路会使灯泡 $A$ 比原来变亮,灯泡 $B$ 熄灭.

**点拨**:1. 断路故障的判断:用电压表与电源并联,若有电压,再逐段与电路并联,若电压表指针偏转,则该段电路中有断点.2. 短路故障的判断:用电压表与电源并联,若有电压,再逐段与电路并联,若电压表示数为零,则该并联段电路被短路;若电压表示数有偏转,则该并联段电路没有被短路或不完全被短路.

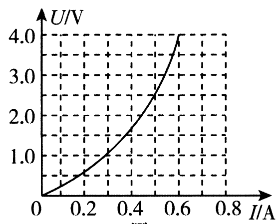
**例 13**:某种小灯泡的伏安特性曲线如图甲所示,三个完全相同的这种小灯泡连接成如图乙所示的电路,电源的内阻为 1.0 Ω.现闭合开关 S,理想电压表 V 的示数为 4.0 V,则　(　　)

A. 三个灯泡的总电阻为 8.3 Ω

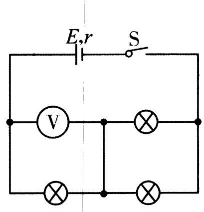
B. 电源的电动势为 5.6 V

C. 电源消耗的热功率为 3.0 W

D. 电源的效率为 89.3%



甲

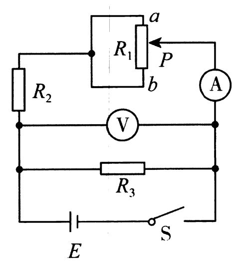


乙

**答案**:ABD

**解析**:理想电压表 V 的示数为 4.0 V,可知串联的灯泡电流 0.6 A,此时小灯泡电阻 $R_L=\frac{4.0}{0.6}\ \Omega=\frac{20}{3}\ \Omega$;每个并联灯泡的电流为 0.3 A,电压 1.0 V,此时小灯泡电阻 $R_L^1=\frac{1.0}{0.3}\ \Omega=\frac{10}{3}\ \Omega$,所以总电阻为 $R_{总}=\frac{20}{3}\ \Omega+\frac{1}{2}\cdot\frac{10}{3}\ \Omega=8.3\ \Omega$,A 正确;电动势 $E=4\ V+1\ V+0.6\times1.0\ V=5.6\ V$,B 正确;电源消耗的热功率为 $P_{热}=0.6^2\times1.0\ W=0.36\ W$,C 错误;电源效率 $\eta=\frac{5}{5.6}\times100\%=89.3\%$,D 正确.

**例 14**:如图所示电路中,电源内阻忽略不计.闭合开关,电压表示数为 $U$,电流表示数为 $I$;在滑动变阻器 $R_1$ 的滑片 $P$ 由 $a$ 端滑到 $b$ 端的过程中　(　　)




A. $U$ 先变大后变小

B. $I$ 先变小后变大

C. $U$ 与 $I$ 比值先变大后变小

D. $U$ 变化量与 $I$ 变化量比值等于 $R_3$

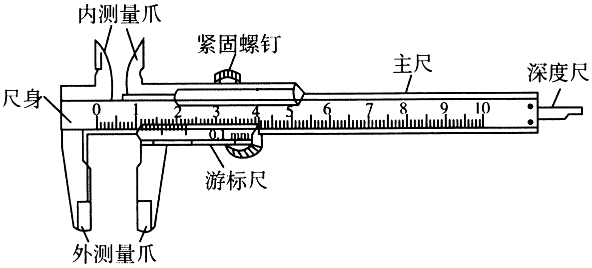
**答案**:BC

**解析**:因电源内阻不计,故路端电压不变,电压表示数不变;当滑片位于中点时,滑动变阻器接入电路的电阻有最大值,电流表所在电路的电流有最小值,所以 B、C 正确.

# 二十九　电学实验专题

## 考点一：游标卡尺和螺旋测微器的读数

### 一、游标卡尺

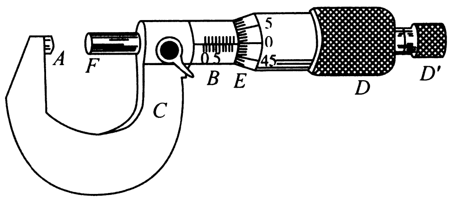



1. 原理：利用主尺的最小分度与游标尺的最小分度的差值制成．不管游标尺上有多少个小等分刻度，它的刻度部分的总长度比主尺上的同样多的小等分刻度总长度少 1 mm.

2. 精确度：10 分度的精确度为 0.1 mm，20 分度的精确度为 0.05 mm，50 分度的精确度为 0.02 mm.

3. 读数：若用 $x$ 表示由主尺上读出的整毫米数，$K$ 表示从游标尺上读出与主尺上某一刻线对齐的游标的格数，则记录结果表达为($x+K\times$精确度)mm.

### 二、螺旋测微器




1. 原理：测微螺杆 $F$ 与固定刻度 $B$ 之间的精密螺纹的螺距为 0.5 mm，即旋钮 $D$ 每旋转一周，$F$ 前进或后退 0.5 mm，而可动刻度 $E$ 上的刻度为 50 等份，每转动一小格，$F$ 前进或后退 0.01 mm，即螺旋测微器的精确度为 0.01 mm. 读数时估读到毫米的千分位上，因此，螺旋测微器又叫千分尺.

2. 读数：测量时被测物体长度的整毫米数由固定刻度读出，小数部分由可动刻度读出．测量值(mm)＝固定刻度数(mm)(注意半毫米刻度线是否露出)＋可动刻度数(估读一位)×0.01(mm).

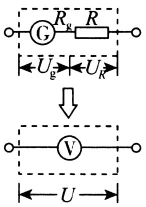
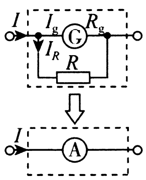
## 考点二：电流表、电压表的读数及改装

### 一、两种电表的读数方法

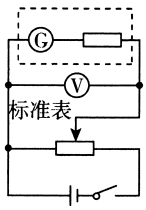
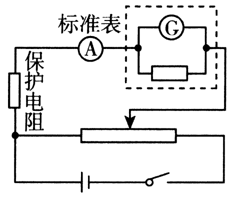
1. 电流表：视线垂直于刻度盘表面，一般都需估读，3 A 量程估读到最小分度的 $\frac{1}{10}$，0.6 A 量程的估读到最小分度的 $\frac{1}{2}$.

2. 电压表：视线垂直于刻度盘表面，一般都需估读，3 V 量程估读到最小分度的 $\frac{1}{10}$，15 V 量程的估读到最小分度的 $\frac{1}{5}$.

### 二、电表的改装

| | 改装成电压表 | 改装成电流表 |
|---|---|---|
| 内部电路 |  |  |
| 改装原理 | 串联分压 | 并联分流 |

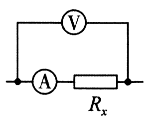
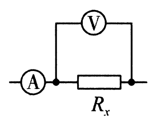
续表

| | 改装成电压表 | 改装成电流表 |
|---|---|---|
| 改装后的量程 | $U=I_g(R+R_g)$ | $I=\frac{R+R_g}{R}I_g$ |
| 量程扩大的倍数 | $n=\frac{U}{U_g}$ | $n=\frac{I}{I_g}$ |
| 接入电阻的阻值 | $R=\frac{U}{I_g}-R_g=(n-1)R_g$ | $R=\frac{I_g-R_g}{I-I_g}=\frac{R_g}{n-1}$ |
| 改装后的总内阻 | $R_V=R_g+R=nR_g$ | $R_A=\frac{R\cdot R_g}{R+R_g}=\frac{R_g}{n}$ |
| 校对电路 |  |  |

## 考点三：测量电路与控制电路设计

### 一、电流表的两种接法

1. 两种接法的比较

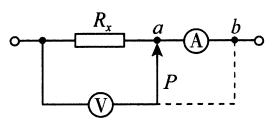
| | 内接法 | 外接法 |
|---|---|---|
| 电路图 |  |  |
| 误差原因 | 电流表分压<br>$U_测=U_x+U_A$ | 电压表分流<br>$I_测=I_x+I_V$ |
| 电阻测量值 | $R_测=\frac{U}{I}=$<br>$R_x+R_A>R_x$<br>测量值大于真实值 | $R_测=\frac{U}{I}=\frac{R_xR_V}{R_x+R_V}<R_x$<br>测量值小于真实值 |

2. 两种接法的选择

(1)阻值比较法：先将待测电阻的估计值与电压表、电流表内阻进行比较，若 $R_x$ 较小，宜采用电流表外接法；若 $R_x$ 较大，宜采用电流表内接法．简单概括为“大内偏大，小外偏小”.

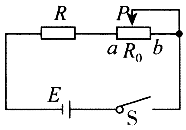
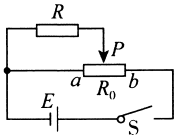
(2)临界值计算法：$R_x<\sqrt{R_VR_A}$ 时，用电流表外接法；$R_x>\sqrt{R_VR_A}$ 时，用电流表内接法.

(3)实验试探法：按如图所示接好电路，让电压表一根接线柱 $P$ 先后与 $a$、$b$ 处接触一下，如果电压表的示数有较大的变化，而电流表的示数变化不大，则可采用电流表外接法；如果电流表的示数有较大的变化，而电压表的示数变化不大，则可采用电流表内接法.



**二、滑动变阻器的两种接法**

1. 两种接法的比较

| 内容方式 | 限流接法 | 分压接法 |
| --- | --- | --- |
| 两种接法电路图 |  |  |
| 负载$R$上电压调节范围 | $\frac{RE}{R+R_0}\leqslant U\leqslant E$ | $0\leqslant U\leqslant E$ |
| 负载$R$上电流调节范围 | $\frac{E}{R+R_0}\leqslant I\leqslant \frac{E}{R}$ | $0\leqslant I\leqslant \frac{E}{R}$ |
| 闭合S前触头位置 | $b$端 | $a$端 |

2. 两种接法的选择

(1)两种接法的一般适用条件

①限流式接法适合测量阻值小的电阻(跟滑动变阻器的总电阻相比相差不多或比滑动变阻器的总电阻还小).

②分压式接法适合测量阻值较大的电阻(一般比滑动变阻器的总电阻要大).

(2)必须采用分压法的三种情况

①若采用限流式接法不能控制电流满足实验要求,即若滑动变阻器阻值调到最大时,待测电阻上的电流(或电压)仍超过电流表(或电压表)的量程,或超过待测电阻的额定电流(或电压),则必须选用分压式接法.

②若待测电阻的阻值比滑动变阻器总电阻大得多,以致在限流电路中,滑动变阻器的滑片从一端滑到另一端时,待测电阻上的电流或电压变化范围不够大,此时应改用分压电路;

③若实验中要求电压从零开始调节,则必须采用分压式电路.

(3)两种电路均可使用的情况下,应优先采用限流式接法,因为限流式接法电路简单、耗能低.

## 考点四:实验器材的选取与实物图连接

**一、电学实验仪器的选择**

选择电学实验器材主要是选择电表、滑动变阻器、电源等器材,一般要考虑四方面因素:

1. 安全因素:通过电源、电阻和电表的电流不能超过其允许的最大电流.

2. 误差因素:选用电表量程应考虑尽可能减小测量值的相对误差,电压表、电流表在使用时,其指针应偏转到满偏刻度的$\frac{1}{3}$以上;使用欧姆表时宜选用指针尽可能在中间刻度附近的倍率挡位.

3. 便于操作:选用滑动变阻器时应考虑对外供电电压的变化范围,既能满足实验要求,又便于调节.在调节滑动变阻器时,应使其大部分电阻线都用到.

4. 实验实际:除以上三个因素外,还应注重实验实际,如所用的电源与打点计时器的匹配问题等.

**二、实物图连接的注意事项**

1. 画线连接各元件,一般先从电源正极开始,按照电路原理图依次到开关,再到滑动变阻器,按顺序以单线连接方式将主电路中串联的元件依次串联起来;其次将要并联的元件再并联到电路中去.

2. 连线时要将导线接在接线柱上,两条导线不能交叉.

3. 要注意电表的量程和正、负接线柱,要使电流从电表的正接线柱流入,从负接线柱流出.

## 考点五：测定金属的电阻率

**一、基本实验要求**

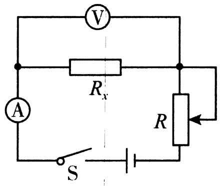
1. 实验目的

(1)掌握电流表、电压表和滑动变阻器的使用方法.

(2)掌握螺旋测微器的使用方法和读数方法.

(3)学会利用伏安法测电阻，进一步测出金属丝的电阻率.

2. 实验原理：由 $R=\rho\dfrac{l}{S}$ 得 $\rho=\dfrac{RS}{l}$，因此，只要测出金属丝的长度 $l$、横截面积 $S$ 和金属丝的电阻 $R$，即可求出金属丝的电阻率 $\rho$.




(1)把金属丝接入电路中，用伏安法测金属丝的电阻 $R\left(R=\dfrac{U}{I}\right)$. 电路原理如图所示.

(2)用毫米刻度尺测量金属丝的长度 $l$，用螺旋测微器量得金属丝的直径，算出横截面积 $S$.

(3)将测量的数据代入公式 $\rho=\dfrac{RS}{l}$，求出金属丝的电阻率.

3. 实验器材：被测金属丝、螺旋测微器、毫米刻度尺、电池组、电流表、电压表、滑动变阻器、开关、导线若干.

4. 实验步骤

(1)直径测定：用螺旋测微器在被测金属导线上的三个不同位置各测一次直径，求出其平均值 $d$，计算出导线的横截面积 $S=\dfrac{\pi d^2}{4}$.

(2)电路连接：按电路原理图连接好用伏安法测电阻的实验电路.

(3)长度测量：用毫米刻度尺测量接入电路中的被测金属导线的有效长度，反复测量 3 次，求出其平均值 $l$.

(4)$U$、$I$ 测量：把滑动变阻器的滑片调节到使接入电路中的电阻值最大的位置，电路经检查确认无误后，闭合开关 S，改变滑动变阻器滑片的位置，读出几组相应的电流表、电压表的示数 $I$ 和 $U$ 的值，记入表格内，断开开关 S，求出电阻 $R_x$ 的平均值.

(5)拆去实验线路，整理好实验器材.

**二、规律方法总结**

1. 数据处理

(1)在求 $R_x$ 的平均值时可用两种方法：①用 $R_x=\dfrac{U}{I}$ 分别算出各次的数值，再取平均值. ②用 $U-I$ 图线的斜率求出.

(2)计算电阻率

将记录的数据 $R_x$、$l$、$d$ 的值代入电阻率计算式 $\rho=R_x\dfrac{S}{l}=\dfrac{\pi d^2 U}{4lI}$.

2. 注意事项

(1)本实验中被测金属导线的电阻值较小，因此实验电路一般采用电流表外接法.

(2)实验连线时，应先从电源的正极出发，依次将电源、开关、电流表、待测金属导线、滑动变阻器连成主干线路(闭合电路)，然后再把电压表并联在待测金属导线的两端.

(3)测量被测金属导线的有效长度，是指测量待测导线接入电路的两个端点之间的长度，即电压表两端点间的待测导线长度，测量时应将导线拉直，反复测量三次，求其平均值.

(4)测金属导线直径一定要选三个不同部位进行测量，求其平均值.

(5)闭合开关 S 之前，一定要使滑动变阻器的滑片处在有效电阻值最大的位置.

(6)在用伏安法测电阻时，通过待测导线的电流强度 $I$ 不宜过大(电流表用 0～0.6 A 量程)，通电时间不宜过长，以免金属导线的温度明显升高，造成其电阻率在实验过程中逐渐增大.

3. 误差分析

(1)金属丝的横截面积是利用直径计算而得，直径的测量是产生误差的主要来源之一.

(2)采用伏安法测量金属丝的电阻时,由于采用的是电流表外接法,测量值小于真实值,使电阻率的测量值偏小.

(3)金属丝的长度测量、电流表和电压表的读数等会带来偶然误差.

(4)由于金属丝通电后发热升温,会使金属丝的电阻率变大,造成测量误差.

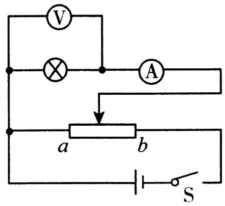
## 考点六：描绘小电珠的伏安特性曲线

### 一、基本实验要求

1. 实验目的:(1)描绘小电珠的伏安特性曲线.(2)分析伏安特性曲线的变化规律.

2. 实验原理:用电流表测出流过小电珠的电流,用电压表测出小电珠两端的电压,测出多组($U$,$I$)值,在$U-I$坐标系中描出各对应点,用一条平滑的曲线将这些点连接起来.

3. 实验器材:小电珠(3.8 V,0.3 A)或(2.5 V,0.6 A)一个、电压表(0～3 V～15 V)与电流表(0～0.6 A～3 A)各一个、滑动变阻器(最大阻值20 Ω)一个、学生低压直流电源(或电池组)、开关一个、导线若干、坐标纸、铅笔.




4. 实验步骤

(1)确定电流表、电压表的量程,采用电流表外接法,滑动变阻器采用分压式接法,按原理图连接好实验电路.

(2)把滑动变阻器的滑片调节到图中最左端,接线经检查无误后,闭合开关S.

(3)移动滑动变阻器滑片位置,测出12组左右不同的电压值$U$和电流值$I$,并将测量数据填入表格中,断开开关S.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $U$(V) | 0 | 0.2 | 0.4 | 0.6 | 0.8 | 1.0 | 1.2 |
| $I$(A) | | | | | | | |
| $U$(V) | 1.6 | 2.0 | 2.4 | 2.8 | 3.2 | 3.6 | 3.8 |
| $I$(A) | | | | | | | |

(4)拆除电路,整理仪器.

### 二、规律方法总结

1. 数据处理

(1)在坐标纸上以$U$为横轴,以$I$为纵轴,建立坐标系.

(2)在坐标纸上描出各组数据所对应的点.(坐标系纵轴和横轴的标度要适中,以使所描图线充分占据整个坐标纸为宜)

(3)将描出的点用平滑的曲线连接起来,就得到小电珠的伏安特性曲线.

2. 注意事项

(1)电路的连接方式

①电流表应采用外接法:因为小电珠(3.8 V,0.3 A)的电阻很小,与0～0.6 A的电流表串联时,电流表的分压影响很大.

②滑动变阻器应采用分压式连接:目的是使小电珠两端的电压能从零开始连续变化.

(2)闭合开关S前,滑动变阻器的触头应移到使小电珠分得电压为零的一端,使开关闭合时小电珠的电压从零开始变化,同时也是为了防止开关刚闭合时因小电珠两端电压过大而烧坏灯丝.

(3)$I-U$图线在$U_0=1.0$ V左右将发生明显弯曲,故在$U=1.0$ V左右绘点要密,以防出现较大误差.

(4)当小电珠的电压接近额定值时要缓慢增加,到额定值记录$I$后马上断开开关.

(5)误差较大的点要舍去,$I-U$图线应是平滑曲线而非折线.

3. 误差分析

(1)由于电压表、电流表不是理想电表,电表内阻对电路的影响会带来误差.

(2)电流表、电压表的读数带来误差,要严格按照读数规则读数.

(3)在坐标纸上描点、作图带来操作误差.

## 考点七：测定电源的电动势和内阻

### 一、基本实验要求

1. 实验目的

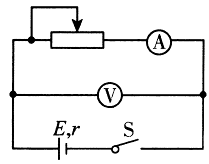
(1)掌握用电压表和电流表测量电源电动势和内阻的方法.

(2)学会用图象法求电源的电动势和内阻.

2. 实验原理

(1)实验依据：闭合电路欧姆定律.

(2)实验电路(如图所示)

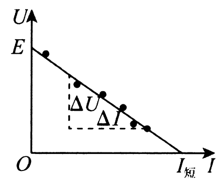



(3)$E$ 和 $r$ 的求解

由 $U=E-Ir$,

有：$\begin{cases}U_1=E-I_1r\\U_2=E-I_2r\end{cases}$，解得：$\begin{cases}E=\dfrac{I_1U_2-I_2U_1}{I_1-I_2}\\r=\dfrac{U_2-U_1}{I_1-I_2}\end{cases}$

(4)作图法数据处理(如图所示).




①图线与纵轴交点为 $E$.

②图线与横轴交点为 $I_{短}=\dfrac{E}{r}$.

③图线的斜率绝对值表示 $r=\left|\dfrac{\Delta U}{\Delta I}\right|$.

3. 实验器材

电池(被测电源)、电压表、电流表、滑动变阻器、开关、导线、坐标纸、刻度尺、铅笔等.

4. 实验步骤

(1)电流表用 0～0.6 A 量程，电压表用 0～3 V 量程，按原理图连接好电路.

(2)把变阻器的滑片移动到使阻值最大的一端.

(3)闭合开关，调节变阻器，使电流表有明显示数并记录一组数据($I_1$, $U_1$). 用同样方法测量出多组 $I$、$U$ 值. 填入表格中.

(4)断开开关，拆除电路，整理好器材.

### 二、规律方法总结

1. 数据处理

本实验中数据的处理方法，一是联立方程求解的公式法，二是描点画图法.

| | 第 1 组 | 第 2 组 | 第 3 组 | 第 4 组 | 第 5 组 | 第 6 组 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $U$/V | | | | | | |
| $I$/A | | | | | | |

方法一：联立六组对应的 $U$、$I$ 数据，数据满足关系式 $U_1=E-I_1r$、$U_2=E-I_2r$、$U_3=E-I_3r$…让第 1 式和第 4 式联立方程，第 2 式和第 5 式联立方程，第 3 式和第 6 式联立方程，这样解得三组 $E$、$r$，取其平均值作为电池的电动势 $E$ 和内阻 $r$ 的大小.

方法二：在坐标纸上以路端电压 $U$ 为纵轴、干路电流 $I$ 为横轴建立 $U-I$ 坐标系，在坐标平面内描出各组($I$,$U$)值所对应的点，然后尽量多地通过这些点作一条直线，不在直线上的点大致均匀分布在直线两侧，则直线与纵轴交点的纵坐标值即是电池电动势的大小(一次函数的纵轴截距)，直线的斜率绝对值即为电池的内阻 $r$，即 $r=\left|\dfrac{U}{I}\right|$.

2. 注意事项

(1)为了使电池的路端电压变化明显，电池的内阻宜大些(选用已使用过一段时间的干电池).

(2)在实验时，电流不能过大，通电时间不能太长，以免对 $E$ 与 $r$ 产生较大影响.

(3)要测出不少于 6 组的$(I,U)$数据，且变化范围要大些，然后用方程组求解，并求平均值.

(4)画 $U-I$ 图线时，由于读数的偶然误差，描出的点不在一条直线上，在作图时应使图线通过尽可能多的点，并使不在直线上的点均匀分布在直线的两侧，个别偏离直线太远的点可舍去. 这样就可使偶然误差得到部分抵消，从而提高精确度.

(5)由于干电池的内阻较小，路端电压 $U$ 的变化也较小，这时画 $U-I$ 图线时，纵轴的刻度可以不从零开始，而是根据测得的数据从某一恰当值开始(横坐标 $I$ 必须从零开始). 但这时图线和横轴的交点不再是短路电流，而图线与纵轴的截距仍为电源电动势，图线斜率的绝对值仍为内阻.

3. 误差分析

(1)偶然误差

①由读数不准和电表线性不良引起误差.

②用图象法求 $E$ 和 $r$ 时，由于作图不准确造成的误差.

③测量过程中通电时间过长或电流过大，都会引起 $E$、$r$ 变化.

(2)系统误差

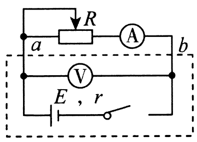
由于电压表和电流表内阻影响而导致的误差.

①如图甲所示，在理论上 $E=U+(I_V+I_A)r$，其中电压表示数 $U$ 是准确的电源两端电压. 而实验中忽略了通过电压表的电流 $I_V$ 而形成误差，而且电压表示数越大，$I_V$ 越大.

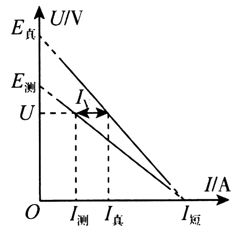
结论：

a. 当电压表示数为零时，$I_V=0$，$I_A=I_{短}$，短路电流测量值 = 真实值.

b. $E_{测}<E_{真}$.




甲




乙

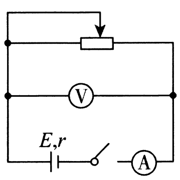
c. 因为 $r_{测}=\dfrac{E}{I}$，所以 $r_{测}<r_{真}$. 从电路的角度看，电压表应看成内电路的一部分，故实际测出的是电池和电压表这一整体的等效内阻和电动势($r_{测}$ 和 $E_{测}$)，如图乙所示，因为电压表和电池并联，所以 $r_{测}$ 小于电池内阻 $r_{真}$，因为外电阻 $R$ 断开时，$a$、$b$ 两点间电压 $U_{ab}$ 等于电动势 $E_{测}$，此时电源与电压表构成回路，所以 $U_{ab}<E_{真}$，即 $E_{测}<E_{真}$.

②若采用如图丙所示的电路，$I_A$ 为电源电流真实值，理论上有 $E=U+U_A+I_Ar$，其中 $U_A$ 不可知，而造成误差，而且电流表示数越大，$U_A$ 越大，当电流为零时，$U_A=0$，电压为准确值，等于 $E$.

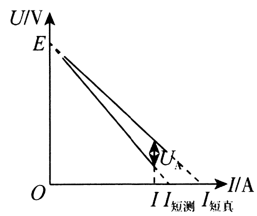
结论：

a. $E$ 为真实值.

b. $I_{短测}<I_{短真}$.




丙




丁

c. 因为 $r_{测}=\dfrac{E}{I}$，所以 $r_{测}>r_{真}$，$r_{测}$ 为 $r_{真}$ 和 $R_A$ 的串联值，由于通常情况下电池的内阻较小，所以这时 $r_{测}$ 的测量误差非常大.

## 考点八：练习使用多用电表

### 一、基本实验要求

1. 实验目的

(1)了解多用电表的构造和原理，掌握多用电表的使用方法.

(2)会使用多用电表测电压、电流及电阻.

(3)会用多用电表探索黑箱中的电学元件.

2. 实验原理

(1)外部构造(如图甲所示)

①转动选择开关可以使用多用电表测量电流、电压、电阻等.

②表盘的上部为表头,用来表示电流、电压和电阻的多种量程.

(2)欧姆表原理

①内部电路简化如图乙所示.

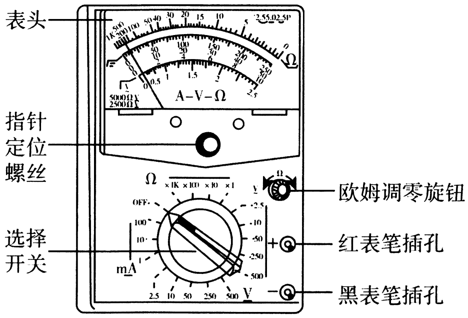
②根据闭合电路欧姆定律

a. 当红、黑表笔短接时,

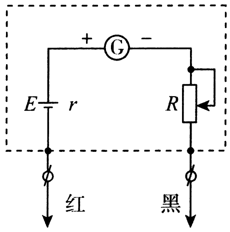
$I_g=\dfrac{E}{R_g+R+r}$,

b. 当被测电阻 $R_x$ 接在红、黑表笔两端时,$I=\dfrac{E}{R_g+R+r+R_x}$,

c. 当 $I_{中}=\dfrac{1}{2}I_g$ 时,中值电阻 $R_{中}=R_g+R+r$.



甲



乙

3. 实验器材:多用电表、电学黑箱、直流电源、开关、导线若干,小灯泡、二极管,定值电阻(大、中、小)三个.

4. 实验步骤

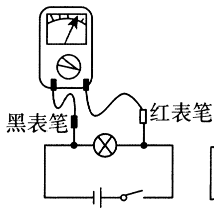
(1)观察多用电表的外形,认识选择开关对应的测量项目及量程.

(2)检查多用电表的指针是否停在表盘刻度左端的零位置.若不指零,则可用小螺丝刀进行机械调零.

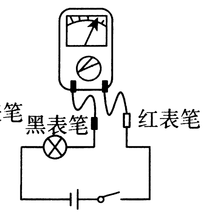
(3)将红、黑表笔分别插入"+""-"插孔.

(4)按如图丙所示连好电路,将多用电表选择开关置于直流电压挡,测小灯泡两端的电压.

(5)按如图丁所示连好电路,将选择开关置于直流电流挡,测量通过小灯泡的电流.



丙



丁

5. 用多用电表测电阻的步骤

(1)调整定位螺丝,使指针指向电流的零刻度.

(2)选择开关置于"Ω"挡的"×1",短接红、黑表笔,调节欧姆调零旋钮,然后断开表笔,再使指针指向∞.

(3)将两表笔分别接触阻值为几十欧的定值电阻两端,读出指示的电阻值,然后断开表笔,再与标定值进行比较.

(4)选择开关改置"×100"挡,重新进行欧姆调零.

(5)再将两表笔分别接触标定值为几千欧的电阻两端,读出指示的电阻值,然后断开表笔,与标定值进行比较.

(6)测量完毕,将选择开关置于交流电压最高挡或"OFF"挡.

6. 用多用电表探索黑箱内的电学元件

| 判断目的 | 应用挡位 | 现象 |
| --- | --- | --- |
| 电源 | 电压挡 | 两接线柱正、反接时均无示数说明无电源 |
| 电阻 | 欧姆挡 | 两接线柱正、反接时示数相同 |
| 二极管 | 欧姆挡 | 正接时示数很小,反接时示数很大 |
| 电容器 | 欧姆挡 | 指针先指向某一小阻值,后逐渐增大到"∞",且指针摆动越来越慢 |
| 电感线圈 | 欧姆挡 | 示数由"∞"逐渐减小到某一较小固定示数 |

**二、规律方法总结**

1. 数据处理

(1)测电阻时,电阻值等于指针的示数与倍率的乘积.指针示数的读数一般读两位有效数字.

(2)测电压和电流时,如果所读表盘的最小刻度为 1、0.1、0.001 等,读数时应读到最小刻度的下一位,若表盘的最小刻度为 0.2、0.02、0.5、0.05 等,读数时只读到与最小刻度位数相同即可.

2. 注意事项

(1)表内电源正极接黑表笔,负极接红表笔,但是红表笔插入"+"孔,黑表笔插入"-"孔,注意电流的实际方向.

(2)区分"机械零点"与"欧姆零点". 机械零点是表盘刻度左侧的"0"位置,调整的是表盘下边中间的定位螺丝;欧姆零点是指刻度盘右侧的"0"位置,调整的是欧姆挡的调零旋钮.

(3)测电压时,多用电表应与被测元件并联;测电流时,多用电表应与被测元件串联.

(4)测量电阻时,每变换一次挡位都要重新进行欧姆调零.

(5)由于欧姆表盘难以估读,测量结果只需取两位有效数字,读数时注意乘以相应量程的倍率.

(6)使用多用电表时,手不能接触测试笔的金属杆,特别是在测电阻时,更应注意不要用手接触测试笔的金属杆.

(7)测量电阻时待测电阻要与其他元件和电源断开,否则不但影响测量结果,甚至可能损坏电表.

(8)如果长期不用欧姆表,应把表内电池取出.

(9)在研究二极管的单向导电性时,切记在二极管正向导通的情况下电路中必须连有灯泡或其他用电器,不能只连接一个二极管,否则极易烧坏二极管.

3. 误差分析

(1)电池用旧后,电动势会减小,内电阻会变大,致使电阻测量值偏大,要及时更换新电池.

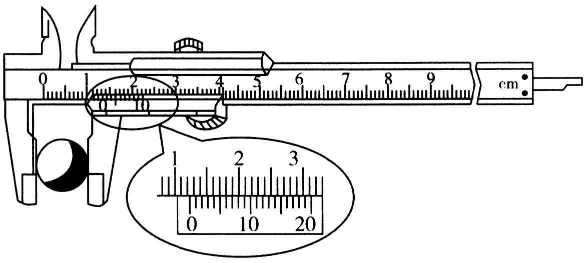
(2)欧姆表的表盘刻度不均匀,估读时易带来误差,要注意其左密右疏特点.

(3)由于欧姆表刻度的非线性,表头指针偏转过大或过小都会使误差增大,因此要选用恰当挡位,使指针指中值附近.

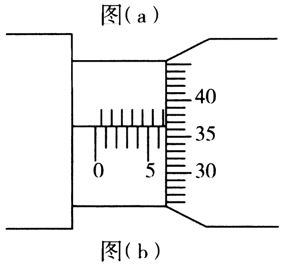
(4)测电流、电压时,由于电表内阻的影响,测得的电流、电压值均小于真实值.

(5)读数时的观测易形成偶然误差,要垂直表盘正对指针读数.

**例 1**:某同学利用游标卡尺和螺旋测微器分别测量一圆柱体工件的直径和高度,测量结果如图(a)和(b)所示. 该工件的直径为________cm,高度为________mm.




图(a)



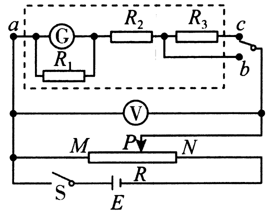

图(b)

**答案**:1.230　6.863

**解析**:游标卡尺读数为 $d=12\ \text{mm}+6\times\frac{1}{20}\ \text{mm}=12.30\ \text{mm}=1.230\ \text{cm}$

螺旋测微器的读数为 $h=6.5\ \text{mm}+36.3\times0.01\ \text{mm}=6.863\ \text{mm}$.

**例 2**:某同学改装和校准电压表的电路图如图所示,图中虚线框内是电压表的改装电路.




(1)已知表头 G 满偏电流为 100 $\mu$A,表头上标记的内阻值为 900 Ω. $R_1$、$R_2$ 和 $R_3$ 是定值电阻.利用 $R_1$ 和表头构成 1 mA 的电流表,然后再将其改装为两个量程的电压表.若使用 $a$、$b$ 两个接线柱,电压表的量程为 1 V;若使用 $a$、$c$ 两个接线柱,电压表的量程为 3 V. 则根据题给条件,定值电阻的阻值应选 $R_1 =$ ________ Ω,$R_2 =$ ________ Ω,$R_3 =$ ________ Ω.

(2)用量程为 3 V,内阻为 2 500 Ω 的标准电压表 V 对改装表 3 V 挡的不同刻度进行校准. 所用电池的电动势 $E$ 为 5 V;滑动变阻器 $R$ 有两种规格,最大阻值分别为 50 Ω 和 5 kΩ. 为方便实验中调节电压,图中 $R$ 应选用最大阻值为 ________ Ω 的滑动变阻器.

(3)校准时,在闭合开关 S 前,滑动变阻器的滑动端 $P$ 应靠近 ________(选填"$M$"或"$N$")端.

(4)若由于表头 G 上标记的内阻值不准,造成改装后电压表的读数比标准电压表的读数偏小,则表头 G 内阻的真实值 ________(选填"大于"或"小于")900 Ω.

**答案**:(1)100 910 2 000 (2)50 (3)$M$ (4)大于

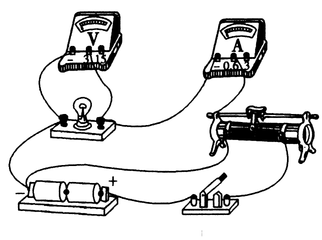
**解析**:(1)根据题意,$R_1$ 与表头 G 构成 1 mA 的电流表,则 $I_gR_g=(I-I_g)R_1$,得 $R_1=100$ Ω;若使用 $a$、$b$ 两个接线柱,电压表的量程为 1 V,则 $R_2=\dfrac{U_{ab}-I_gR_g}{I}=910$ Ω;若使用 $a$、$c$ 两个接线柱,电压表的量程为 3 V,则 $R_3=\dfrac{U_{ac}-I_gR_g}{I}-R_2=2\ 000$ Ω.

(2)电压表与改装电表并联之后,电阻小于 2 500 Ω,对于分压式电路,要求滑动变阻器的最大阻值小于并联部分,同时还要便于调节,故滑动变阻器选择小电阻,即选择 50 Ω 的电阻.

(3)在闭合开关 S 前,滑动变阻器的滑动端 $P$ 应靠近 $M$ 端,使并联部分分压为零,起到保护作用.

(4)造成改装后电压表的读数比标准电压表的读数偏小,说明通过表头 G 的电流偏小,则实际电阻偏大,故表头 G 内阻的真实值大于 900 Ω.

**例 3**:图为"测绘小灯泡伏安特性曲线"实验的实物电路图,已知小灯泡额定电压为 2.5 V.




(1)完成下列实验步骤:

①闭合开关前,调节滑动变阻器的滑片,________________________;

②闭合开关后,逐渐移动变阻器的滑片,________________________;

③断开开关,…根据实验数据在方格纸上作出小灯泡灯丝的伏安特性曲线.

(2)在虚线框中画出与实物电路相应的电路图.

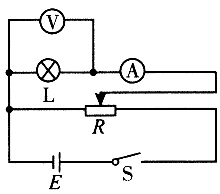
**答案**:(1)①使它靠近滑动变阻器左端的接线柱

②增加小灯泡两端的电压,记录电流表和电压表的多组读数,直至电压达到其额定电压

(2)如解析图所示

**解析**:(1)滑动变阻器为分压式接法,故闭合开关前,灯泡两端的电压为零,调节滑动变阻器的滑片,使它靠近滑动变阻器左端的接线柱.闭合开关后,逐渐移动滑动变阻器的滑片,增加小灯泡两端的电压,记录电流表和电压表的多组读数,直至电压达到额定电压.

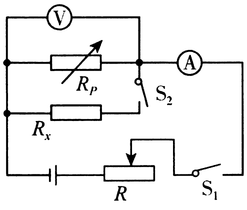
(2)与实物电路相应的电路图如图所示.



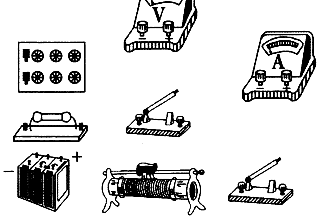
**例 4**：为了测量一电阻的阻值 $R_x$，现有以下器材：蓄电池 $E$，电流表 A，电压表 V，滑动变阻器 $R$，电阻箱 $R_P$，开关 $S_1$、$S_2$，导线若干．某活动小组设计了如图甲所示的电路．实验的主要步骤如下：

A. 闭合 $S_1$，断开 $S_2$，调节 $R$ 和 $R_P$，使电流表和电压表示数合适，记下两表示数分别为 $I_1$、$U_1$；

B. 闭合 $S_2$，保持 $R_P$ 阻值不变，记下电流表和电压表示数分别为 $I_2$、$U_2$．



甲



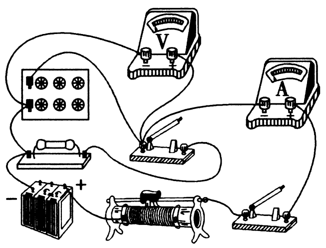
乙

(1)按电路图在实物图乙上连线．

(2)写出被测电阻的表达式 $R_x=$________(用两电表的读数表示)．

(3)由于电流表、电压表都不是理想电表，则被测电阻的测量值________(选填"大于""小于"或"等于")真实值．

**答案**：(1)图见解析　(2) $\dfrac{U_1U_2}{U_1I_2-U_2I_1}$　(3)等于




**解析**：(1)实物连线如图所示．

(2)由欧姆定律，第一次测量的电阻为电压表和 $R_P$ 的并联电阻，即 $\dfrac{U_1}{I_1}=R_{并}$；第二次测量的电阻为电压表、$R_x$ 和 $R_P$ 的并联电阻，$\dfrac{U_2}{I_2}=\dfrac{R_xR_{并}}{R_x+R_{并}}$，联立解得 $R_x=\dfrac{U_1U_2}{U_1I_2-U_2I_1}$．

(3)由于电流表、电压表内阻不影响被测电阻的测量，故其测量值等于真实值．

**例 5**：某同学为了测量电流表Ⓐ₁内阻的精确值，有如下器材：

A. 电流表 $A_1$(量程 0～300 mA，内阻约为 5 Ω)

B. 电流表 $A_2$(量程 0～600 mA，内阻约为 1 Ω)

C. 电压表 V(量程 0～15 V，内阻约为 3 kΩ)

D. 滑动变阻器 $R_1$(0～5 Ω，额定电流为 1 A)

E. 滑动变阻器 $R_2$(0～50 Ω，额定电流为 0.01 A)

F. 电源 $E$(电动势 3 V，内阻较小)

G. 定值电阻 $R_0$(5 Ω)

H. 单刀单掷开关一个、导线若干

实验要求待测电流表 $A_1$ 的示数从零开始变化，且多测几组数据，尽可能地减小误差．

(1)以上给定的器材中滑动变阻器应选________．(请填器材序号)

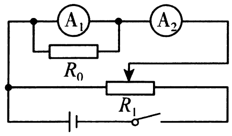
(2)在虚线框内画出测量 $A_1$ 内阻的电路原理图，并在图中标出所用仪器的代号．

(3)若选测量数据中的一组来计算电流表 $A_1$ 的内阻 $r_1$，则 $r_1$ 的表达式为 $r_1=$________；式中各符号的物理意义是________________________________．

**答案**：(1)D　(2)见解析图　(3) $\dfrac{I_2-I_1}{I_1}R_0$　$I_1$、$I_2$ 分别为某次实验时电流表 $A_1$、$A_2$ 的示数，$R_0$ 是定值电阻的阻值

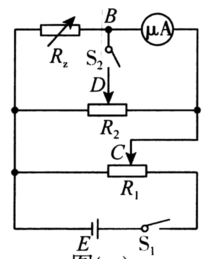
**解析**：(1)滑动变阻器要用分压连接法，选最大阻值较小的滑动变阻器 $R_1$．

(2)由于电压表的量程太大，所以不能直接用所给的电压表直接测量电压，改用定值电阻 $R_0$ 与 $A_1$ 并联来替代电压表的作用，电路如图所示．




(3)通过定值电阻 $R_0$ 的电流为 $I_2-I_1$，$A_1$ 两端的电压等于 $R_0$ 两端的电压，所以 $r_1=\dfrac{I_2-I_1}{I_1}R_0$，$I_1$、$I_2$ 分别为某次实验时电流表 $A_1$、$A_2$ 的示数，$R_0$ 是定值电阻的电阻值．

**例 6**：某同学利用如图(a)所示的电路测量一微安表(量程为 0～100 μA,内阻大约为 2 500 Ω)的内阻.可使用的器材有:两个滑动变阻器 $R_1$、$R_2$(其中一个阻值为 20 Ω,另一个阻值为 2 000 Ω);电阻箱 $R_z$(最大阻值为 99 999.9 Ω);电源 $E$(电动势约为 1.5 V);单刀开关 $S_1$ 和 $S_2$.$C$、$D$ 分别为两个滑动变阻器的滑片.



图(a)

(1)按原理图(a)将图(b)中的实物连线.

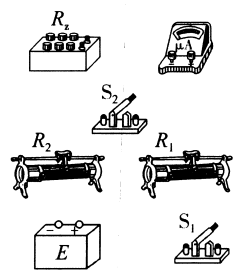
(2)完成下列填空:

①$R_1$ 的阻值为________Ω(选填“20”或“2 000”).

②为了保护微安表,开始时将 $R_1$ 的滑片 $C$ 滑到接近图(a)中滑动变阻器的________端(选填“左”或“右”)对应的位置;将 $R_2$ 的滑片 $D$ 置于中间位置附近.

③将电阻箱 $R_z$ 的阻值置于 2 500.0 Ω,接通 $S_1$.将 $R_1$ 的滑片置于适当位置,再反复调节 $R_2$ 的滑片 $D$ 的位置.最终使得接通 $S_2$ 前后,微安表的示数保持不变,这说明 $S_2$ 接通前 $B$ 与 $D$ 所在位置的电势________(选填“相等”或“不相等”).

④将电阻箱 $R_z$ 和微安表位置对调,其他条件保持不变,发现将 $R_z$ 的阻值置于 2 601.0 Ω 时,在接通 $S_2$ 前后,微安表的示数也保持不变.待测微安表的内阻为________Ω(结果保留到个位).



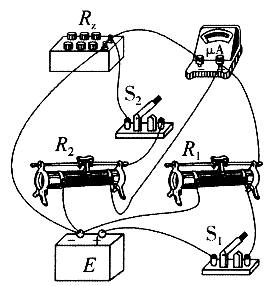
图(b)

(3)写出一条提高测量微安表内阻精度的建议:________________.

**答案**:(1)见解析图　(2)①20　②左　③相等　④2 550

(3)调节 $R_1$ 上的分压,尽可能使微安表接近满量程

**解析**:(1)根据原理图(a),将图(b)中的实物连线如图所示.



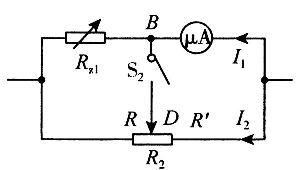

(2)①滑动变阻器 $R_1$ 在实验中为控制电路,且为分压接法,应选总阻值小的滑动变阻器,故 $R_1$ 的阻值为 20 Ω.

②为了保护微安表,$S_1$ 闭合时,微安表上的电压为零,故开始时应将 $R_1$ 的滑片 $C$ 滑到滑动变阻器的左端.

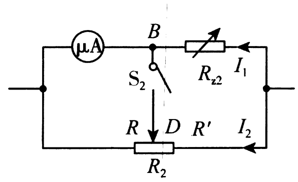
③接通 $S_2$ 前后,微安表的示数保持不变,说明 $S_2$ 闭合后,没有电流流过 $S_2$,故 $B$、$D$ 两点的电势相等.

④实验过程中,由于测量电路,即由 $R_z$、Ⓐ(μA)、$R_2$ 组成的电路的阻值很大,可认为测量电路两端的电压不变,故(μA)与 $R_z$ 互换后通过 $R_2$、$R_z$ 和(μA)的电流不变,电路如图所示.

由于 $B$、$D$ 两点的电势相等,对于图甲,$I_1R_{\mu A}=I_2R'$



甲



乙

$I_1R_{z1}=I_2R$,即$\dfrac{R_{\mu A}}{R_{z1}}=\dfrac{R'}{R}$

对于图乙,$I_1R_{z2}=I_2R'$

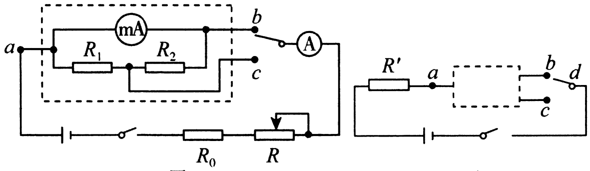
$I_1R_{\mu A}=I_2R$,即$\dfrac{R_{z2}}{R_{\mu A}}=\dfrac{R'}{R}$

所以$\dfrac{R_{\mu A}}{R_{z1}}=\dfrac{R_{z2}}{R_{\mu A}}$

所以 $R_{\mu A}=\sqrt{R_{z1}R_{z2}}=\sqrt{2\ 500\times 2\ 601}\ \Omega=2\ 550\ \Omega$.

(3)提高测微安表内阻的精度,可减小系统误差,如调节 $R_1$ 上的分压,尽可能使微安表接近满量程.

**例 7**:如图甲所示为某同学改装和校准毫安表的电路图,其中虚线框内是毫安表的改装电路.




(1)已知毫安表表头的内阻为 100 Ω,满偏电流为 1 mA;$R_1$ 和 $R_2$ 为阻值固定的电阻.若使用 $a$ 和 $b$ 两个接线柱,电表量程为 3 mA;若使用 $a$ 和 $c$ 两个接线柱,电表量程为 10 mA.由题给条件和数据,可求出 $R_1=$________ Ω,$R_2=$________ Ω.

(2)现用一量程为 3 mA、内阻为 150 Ω 的标准电流表Ⓐ对改装电表的 3 mA 挡进行校准,校准时需选择的刻度为 0.5 mA、1.0 mA、1.5 mA、2.0 mA、2.5 mA、3.0 mA.电池的电动势为 1.5 V,内阻忽略不计;定值电阻 $R_0$ 有两种规格,阻值分别为 300 Ω 和 1 000 Ω;滑动变阻器 $R$ 有两种规格,最大阻值分别为 750 Ω 和 3 000 Ω.则 $R_0$ 应选用阻值为________ Ω 的电阻,$R$ 应选用最大阻值为________ Ω 的滑动变阻器.

(3)若电阻 $R_1$ 和 $R_2$ 中有一个因损坏而阻值变为无穷大,利用如图乙所示的电路可以判断出损坏的电阻.图乙中的 $R'$ 为保护电阻,虚线框内未画出的电路即为图甲虚线框内的电路.则图中的 $d$ 点应和接线柱________(选填"$b$"或"$c$")相连.

**答案**:(1)15　35　(2)300　3 000　(3)c

**解析**:(1)使用 $a$、$b$ 接线柱时,$I_{ab}=I_g+\frac{I_g r_g}{R_1+R_2}=0.001\ \text{A}+\frac{0.001\times 100}{R_1+R_2}\ \text{A}=0.003\ \text{A}$,

使用 $a$、$c$ 接线柱时,$I_{ac}=I_g+\frac{I_g(r_g+R_2)}{R_1}=0.001\ \text{A}+\frac{0.001\times(100+R_2)}{R_1}\ \text{A}=0.010\ \text{A}$,

解得:$R_1=15\ \Omega$,$R_2=35\ \Omega$.

(2)改装后电流表内阻:$r=\frac{r_g(R_1+R_2)}{r_g+R_1+R_2}=\frac{100\times(15+35)}{100+15+35}\ \Omega\approx 33\ \Omega$,

$R_0$ 作为保护电阻,电流最大时,电路总电阻约为:$R=r+R_A+R_0=\frac{E}{I}=\frac{1.5}{0.003}\ \Omega=500\ \Omega$,

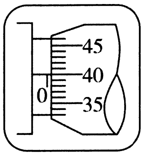
$R_0=R-r-R_A=(500-33-150)\ \Omega=317\ \Omega$,

则 $R_0$ 应选 300 Ω;

电路电流最小时:$R_{滑}=\frac{E}{I}-R=\frac{1.5}{0.000\ 5}\ \Omega-500\ \Omega=2\ 500\ \Omega>750\ \Omega$,则滑动变阻器应选择 3 000 Ω 的.

(3)由题图所示电路图可知,图中的 $d$ 点与接线柱 $c$ 相连时,闭合开关时,若电表指针偏转,则损坏的电阻是 $R_1$,若电表指针不动,则损坏的电阻是 $R_2$.

**例 8**:在"测定金属的电阻率"实验中,所用测量仪器均已校准. 待测金属丝接入电路部分的长度约为 50 cm.

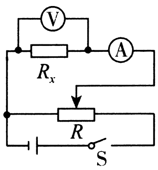



(1)用螺旋测微器测量金属丝的直径,其中某一次测量结果如图所示,其读数应为________mm(该值接近多次测量的平均值).

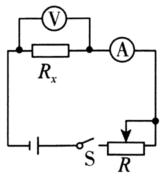
(2)用伏安法测金属丝的电阻 $R_x$. 实验所用器材为:电池组(电动势 3 V,内阻约 1 Ω)、电流表(内阻约 0.1 Ω)、电压表(内阻约 3 kΩ)、滑动变阻器 $R$(0~20 Ω,额定电流 2 A)、开关、导线若干. 某小组同学利用以上器材正确连接好电路,进行实验测量,记录数据如下:

| 次数 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $U$/V | 0.10 | 0.30 | 0.70 | 1.00 | 1.50 | 1.70 | 2.30 |
| $I$/A | 0.020 | 0.060 | 0.160 | 0.220 | 0.340 | 0.460 | 0.520 |

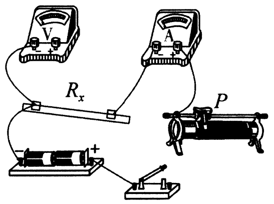
由以上实验数据可知,他们测量 $R_x$ 是采用图中的________图(选填"甲"或"乙").



甲



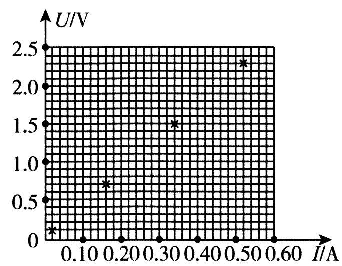
乙



丙

(3)图丙是测量 $R_x$ 的实验器材实物图,图中已连接了部分导线,滑动变阻器的滑片 $P$ 置于变阻器的一端. 请根据(2)所选的电路图,补充完成图中实物间的连线,并使闭合开关的瞬间,电压表或电流表不至于被烧坏.

(4)这个小组的同学在坐标纸上建立 $U$、$I$ 坐标系,如图丁所示,图中已标出了与测量数据对应的 4 个坐标点. 请在图中标出第 2、4、6 次测量数据的坐标点,并描绘出 $U-I$ 图线. 由图线得到金属丝的阻值 $R_x=$________Ω(保留两位有效数字).



丁

(5)根据以上数据可以估算出金属丝电阻率约为________(填选项前的符号).

A. $1\times10^{-2}$ Ω·m　　B. $1\times10^{-3}$ Ω·m　　C. $1\times10^{-6}$ Ω·m　　D. $1\times10^{-8}$ Ω·m

(6)(多选)任何实验测量都存在误差. 本实验所用测量仪器均已校准. 下列关于误差的说法中正确的选项是________.

A. 用螺旋测微器测量金属丝直径时,由于读数引起的误差属于系统误差

B. 由于电流表和电压表内阻引起的误差属于偶然误差

C. 若将电流表和电压表的内阻计算在内,可以消除由测量仪表引起的系统误差

D. 用 $U-I$ 图象处理数据求金属丝电阻可以减小偶然误差

**答案**:(1)0.400(0.399~0.401 均正确)　(2)甲

(3)见解析图 1　(4)见解析图 2　4.5(4.3~4.7 均正确)　(5)C　(6)CD

**解析**:(1)螺旋测微器的读数为 0 mm+40.0×0.01 mm=0.400 mm.

(2)通过给定的数据发现电压接近从零开始,故滑动变阻器采用的是分压式接法,即甲图.

(3)对滑动变阻器的分压式接法,连线时应使测量电路在开始时分到的电压为零,实物图如图 1 所示.

(4)如图 2 所示,图线应过原点,且使大多数点在一条直线上,不在直线上的点均匀分布在直线两侧. 图线的斜率反映了金属丝的电阻,所以 $R_x=4.5$ Ω.

(5)由 $R_x=\frac{\rho l}{S}$,$S=\pi(\frac{d}{2})^2$,取 $d=4\times10^{-4}$ m、$l=0.5$ m、$R_x=4.5$ Ω,

解得 $\rho=1\times10^{-6}$ Ω·m.

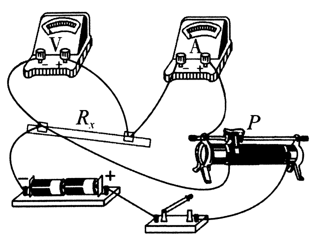


图 1

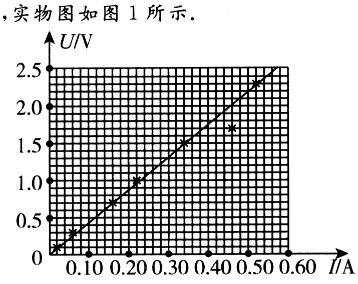
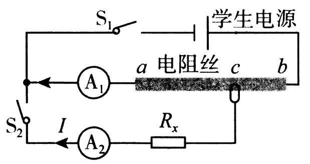


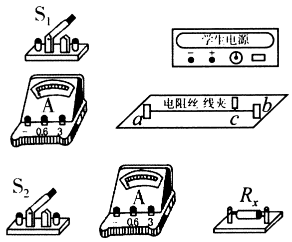
图 2

(6)由于读数引起的误差属于偶然误差,A 错误;由于电流表、电压表内阻引起的误差为系统误差,若将电流表和电压表的内阻计算在内,则可以消除系统误差,B 错误,C 正确;利用 $U-I$ 图象处理数据,相当于多次测量取平均值,可以减小偶然误差,D 正确.

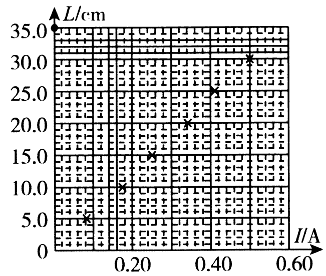
**例 9**：图(a)是测量电阻 $R_x$ 的原理图．学生电源输出电压可调，电流表量程选 0.6 A(内阻不计)，标有长度刻度的均匀电阻丝 $ab$ 的总长为 30.0 cm.



图(a)



图(b)



图(c)

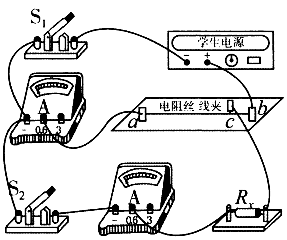
(1)根据原理图连接图(b)的实物图.

(2)断开 $S_2$，合上 $S_1$；调节电源输出电压为 3.0 V 时，单位长度电阻丝的电压 $u=$________ V/cm. 记录此时电流表 $A_1$ 的示数.

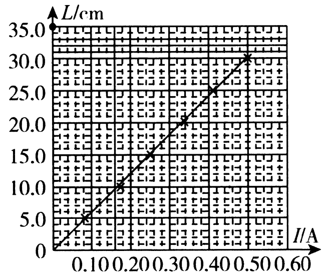
(3)保持 $S_1$ 闭合，合上 $S_2$；滑动 $c$ 点改变 $ac$ 的长度 $L$，同时调节电源输出电压，使电流表 $A_1$ 的示数与步骤(2)记录的值相同，记录长度 $L$ 和 $A_2$ 的示数 $I$. 测量 6 组 $L$ 和 $I$ 值，测量数据已在图(c)中标出，写出 $R_x$ 与 $L$、$I$、$u$ 的关系式 $R_x=$________；根据图(c)用作图法算出 $R_x=$________ Ω.

**答案**：(1)见解析图甲　(2)0.1　(3) $\dfrac{Lu}{I}$　6

**解析**：(1)如图甲所示.



甲



乙

(2)断开 $S_2$，合上 $S_1$，电阻丝两端的电压为 3.0 V，则电阻丝单位长度的电压为 $u=\dfrac{3.0\ \text{V}}{30\ \text{cm}}=0.1\ \text{V/cm}$.

(3)由于电流表 $A_1$ 的示数不变，因此 $ac$ 段单位长度上的电压不变，$R_x$ 两端的电压为 $Lu$，根据欧姆定律有 $R_x=\dfrac{Lu}{I}$.

$L=\dfrac{R_x}{u}I$，作出图象，如图乙所示，则根据图象的斜率求得 $R_x=6\ \Omega$.

**例 10**：国标(GB/T)规定自来水在 15 ℃时的电阻率应大于 13 Ω·m. 某同学利用如图甲所示的电路测量 15 ℃的自来水的电阻率，其中内径均匀的圆柱形玻璃管侧壁连接一细管，细管上加有阀门 K，以控制玻璃管内自来水的水量，玻璃管两端接有导电活塞(活塞电阻可忽略)，右活塞固定，左活塞可自由移动. 实验器材还有：电源(电动势约为 3 V，内阻可忽略)，电压表 $V_1$(量程为 0～3 V，内阻很大)，电压表 $V_2$(量程为 0～3 V，内阻很大)，定值电阻 $R_1$(阻值 4 kΩ)，定值电阻 $R_2$(阻值 2 kΩ)，电阻箱 $R$(最大阻值 9 999 Ω)，单刀双掷开关 S，导线若干，游标卡尺，刻度尺.

实验步骤如下：

A. 用游标卡尺测量玻璃管的内径 $d$；

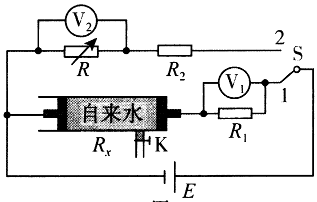
B. 向玻璃管内注满自来水，并用刻度尺测量水柱的长度 $L$；

C. 把 S 拨到 1 位置，记录电压表 $V_1$ 示数；

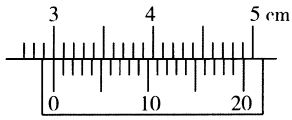
D. 把 S 拨到 2 位置，调整电阻箱阻值，使电压表 $V_2$ 示数与电压表 $V_1$ 示数相同，记录电阻箱的阻值 $R$；

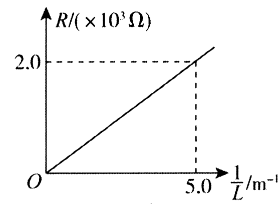
E. 改变玻璃管内水柱长度，重复实验步骤 C、D，记录每一次水柱的长度 $L$ 和电阻箱的阻值 $R$；

F. 断开 S，整理好器材.



甲



丙

(1)测玻璃管内径 $d$ 时，游标卡尺示数如图乙所示，则 $d$=________ mm.

(2)玻璃管内水柱的电阻 $R_x$ 的表达式为 $R_x$=________(用 $R_1$、$R_2$、$R$ 表示).

(3)利用记录的多组水柱长度 $L$ 和对应的电阻箱阻值 $R$ 的数据，绘制出如图丙所示的 $R-\frac{1}{L}$ 关系图象. 自来水的电阻率 $\rho$=________ Ω·m(保留两位有效数字).

(4)本实验中若电压表 $V_1$ 内阻不是很大，则自来水电阻率测量结果将________(选填“偏大”“不变”或“偏小”).

**答案**：(1)30.00　(2) $\frac{R_1R_2}{R}$　(3)14　(4)偏大

**解析**：(1)根据游标卡尺的读数规则，玻璃管内径 $d$=30 mm+0×0.05 mm=30.00 mm.

(2)把 S 拨到 1 位置，记录电压表 $V_1$ 示数 $U$，得到通过水柱的电流 $I_1=\frac{U}{R_1}$. 由闭合电路欧姆定律，$E=U+\frac{U}{R_1}R_x$；把 S 拨到 2 位置，调整电阻箱阻值，使电压表 $V_2$ 示数与电压表 $V_1$ 示数相同，记录电阻箱的阻值 $R$，得到该支路的电流 $I_2=\frac{U}{R}$. 由闭合电路欧姆定律，$E=U+\frac{U}{R}R_2$，联立解得 $R_x=\frac{R_1R_2}{R}$.

(3)由电阻定律 $R_x=\rho\frac{L}{S}$，$R_x=\frac{R_1R_2}{R}$，联立解得 $R=\frac{R_1R_2S}{\rho}\cdot\frac{1}{L}$. $R-\frac{1}{L}$ 关系图线斜率 $k$=400 Ω·m，又 $k=\frac{R_1R_2S}{\rho}$，$S=\frac{\pi d^2}{4}$，解得 $\rho=\frac{R_1R_2\pi d^2}{4k}\approx$14 Ω·m.

(4)本实验中若电压表 $V_1$ 内阻不是很大，则通过水柱的电流 $I_1$ 大于测量值 $\frac{U}{R_1}$，若仍然按 $\frac{U}{R_1}R_x=\frac{U}{R}R_2$ 计算，则使得自来水电阻测量值偏大，则自来水电阻率测量结果将偏大.

**例 11**：要测绘一个标有"3 V  0.6 W"小灯泡的伏安特性曲线，灯泡两端的电压需要由零逐渐增加到 3 V，并便于操作. 已选用的器材有：

电池组(电动势为 4.5 V，内阻约为 1 Ω)；

电流表(量程为 0～250 mA，内阻约 5 Ω)；

电压表(量程为 0～3 V，内阻约 3 kΩ)；

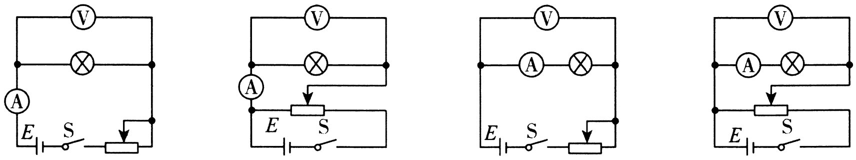
开关一个、导线若干.

(1)实验中所用的滑动变阻器应选下列中的________(填字母代号).

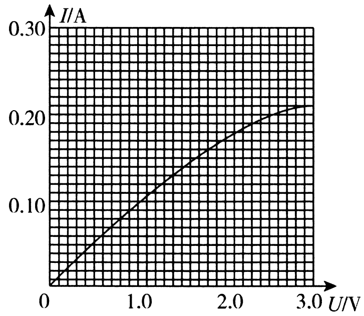
A. 滑动变阻器(最大阻值 20 Ω，额定电流 1 A)

B. 滑动变阻器(最大阻值 1 750 Ω，额定电流 0.3 A)

(2)实验的电路图应选用下列的图________(填字母代号).




(3)实验得到小灯泡的伏安特性曲线如图所示. 如果将这个小灯泡接到电动势为 1.5 V，内阻为 5 Ω 的电源两端，小灯泡消耗的功率是________ W.

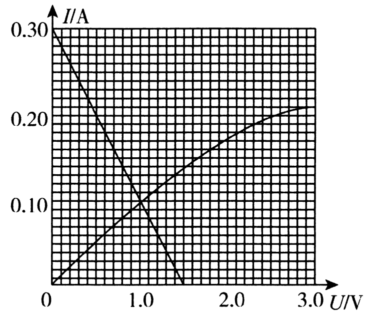



**答案**：(1)A  (2)B  (3)0.1

**解析**：(1)由题意知，小灯泡两端电压从零开始变化，所以控制电路部分应用分压式接法，滑动变阻器应用最大阻值小、额定电流大的 A.

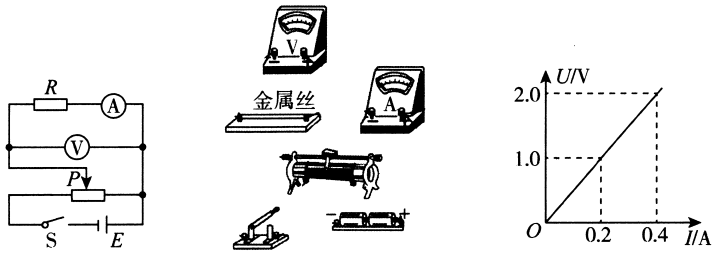
(2)灯泡的电阻 $R=\frac{U^2}{P}=15\ \Omega$，额定电流 $I=\frac{P}{U}=0.2$ A，由 $R=15\ \Omega<\sqrt{R_AR_V}=\sqrt{15\ 000}\ \Omega$，依据公式法"大内小外"的原则，可知电流表应采用外接法，B 正确.

(3)在灯泡的 $I-U$ 图上作出电源的 $I-U$ 图线，如图所示交点即为这个电源给这个灯泡供电时的电流和电压，此时 $P_灯=IU=0.1\times1$ W$=0.1$ W.



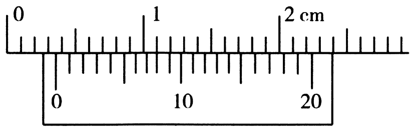

**点拨**：仪器选择的一般顺序是先易后难．首先确定出必须使用而又不必选择的仪器，然后以其为突破口，根据电路要求和电路计算，选择出电源、滑动变阻器、电流表、电压表以及合理的量程. 待测电阻的额定电流、额定电压是选择合适量程的电流表和电压表的重要依据. 如滑动变阻器的选择，既要考虑它的额定电流，又要考虑它的阻值范围，在二者都能满足实验要求的情况下，还要考虑阻值大小对实验操作中是否调节方便的影响，一般来说如果是限流法选定比待测电阻大几倍的滑动变阻器，如果是分压法选定阻值小的滑动变阻器.

**例 12**：在“测金属丝的电阻率”实验中，提供以下实验器材：待测金属丝、游标卡尺、毫米刻度尺；电压表 V（量程 0～3 V，内阻约 5 kΩ）、电流表 A（量程 0～0.6 A，内阻 $R_A=1.0\ \Omega$）；电源 $E$（电动势约 3 V）、滑动变阻器、开关及导线若干．某同学进行了如下操作：




甲　　乙　　丙

（1）用毫米刻度尺测金属丝的长度 $L$；用游标卡尺测金属丝的直径 $d=$______mm.

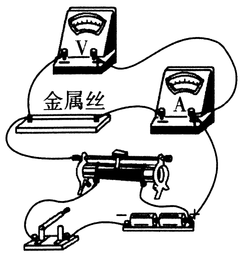



（2）按照实验设计的电路原理图（图甲）进行实物连接，请在图乙中连线.

（3）进行了相应测量，利用电压表和电流表的读数画出了如图丙所示的 $U-I$ 图象，由此得到金属丝电阻 $R=$______Ω.

（4）根据 $\rho=$______（用 $R$、$d$、$L$ 及有关常数表示），即可计算该金属丝的电阻率.

**答案**：（1）3.40　（2）如图所示　（3）4　（4）$\frac{\pi R d^2}{4L}$



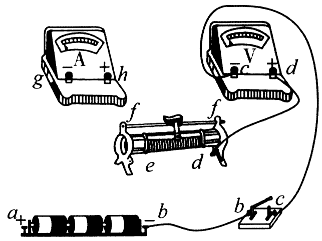

**解析**：（1）$d=3\ \text{mm}+8\times0.05\ \text{mm}=3.40\ \text{mm}$.

（2）由于知道电流表的内阻，选用电流表的内接法.

（3）$R+R_A=\frac{U}{I}$，结合图象可得：$R=4\ \Omega$.

（4）由 $R=\rho\frac{L}{S}$ 和 $S=\frac{1}{4}\pi d^2$ 可得：$\rho=\frac{\pi R d^2}{4L}$.

**例 13**:用电流表和电压表测定由三节干电池串联组成的电池组(电动势约 4.5 V,内阻约 1 Ω)的电动势和内阻,除待测电池组、开关、导线外,还有下列器材供选用:




A. 电流表:量程 0~0.6 A,内电阻约 1 Ω

B. 电流表:量程 0~3 A,内电阻约 0.2 Ω

C. 电压表:量程 0~3 V,内电阻约 30 kΩ

D. 电压表:量程 0~6 V,内电阻约 60 kΩ

E. 滑动变阻器:0~1 000 Ω,额定电流 0.5 A

F. 滑动变阻器:0~20 Ω,额定电流 2 A

(1)为了使测量结果尽量准确,电流表应选用________,电压表应选用________,滑动变阻器应选用________(均填仪器的字母代号).

(2)图为正确选择仪器后,连好的部分电路.为了使测量误差尽可能小,还需在电路中用导线将________和________相连、________和________相连、________和________相连(均填仪器上接线柱的字母代号).

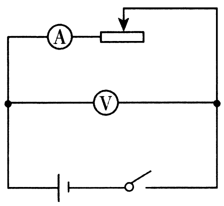
(3)实验时发现电流表坏了,于是不再使用电流表,剩余仪器中仅用电阻箱替换掉滑动变阻器,重新连接电路,仍能完成实验.实验中读出几组电阻箱的阻值 $R$ 和对应电压表的示数 $U$. 用图象法处理采集到的数据,为在直角坐标系中得到的函数图象是一条直线,则可以________为纵坐标,以________为横坐标.

**答案**:(1)A　D　F　(2)$a$　$d$　$c$　$g$　$f$　$h$

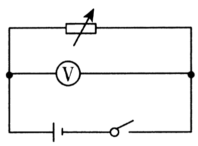
(3)$\frac{1}{U}$　$\frac{1}{R}$ $\left(\text{或} U \quad \frac{U}{R} \text{或} \frac{R}{U} \quad R\right)$

**解析**:(1)因三节干电池的电动势约为 4.5 V,故电压表应选 D;因干电池放电电流不宜超过 0.5 A,故电流表应选 A;由电压表和电流表的测量范围可知滑动变阻器选用 F 即可.

(2)本实验的实验电路如图甲所示.所以还需要用导线将 $a$ 与 $d$ 相连,$c$ 与 $g$ 相连,$f$ 与 $h$ 相连.




甲




乙

(3)电阻箱代替滑动变阻器,实验电路图如图乙所示.根据闭合电路欧姆定律得 $U+\frac{U}{R}r=E$,整理可得三种情况:

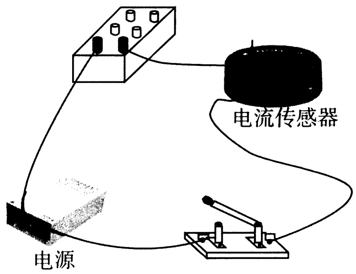
①$\frac{1}{U}=\frac{r}{E}\cdot\frac{1}{R}+\frac{1}{E}$,以$\frac{1}{U}$为纵坐标,$\frac{1}{R}$为横坐标,在直角坐标系中图象为一条直线;

②$U=E-r\cdot\frac{U}{R}$,以 $U$ 为纵坐标,$\frac{U}{R}$为横坐标,在直角坐标系中图象为一条直线;

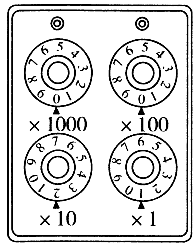
③$\frac{R}{U}=\frac{1}{E}\cdot R+\frac{r}{E}$,以$\frac{R}{U}$为纵坐标,$R$ 为横坐标,在直角坐标系中图象为一条直线.

**点拨**:在选择实验电路时,也可根据内接法和外接法的选择方法去选择,只是现在的待测电阻是电源,如果电源内阻很小就用外接法,如果电源内阻很大就用内接法,滑动变阻器用的是限流法,要想调节方便,还能大范围调节,需要滑动变阻器的电阻比电源内阻大几倍就可.

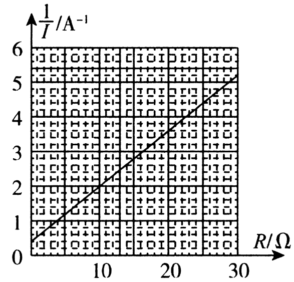
**例** 14：某同学要测定一电源的电动势 $E$ 和内阻 $r$，实验器材有：一只 DIS 电流传感器（可视为理想电流表，测得的电流用 $I$ 表示），一只电阻箱（阻值用 $R$ 表示），一只开关和导线若干．该同学设计了如图甲所示的电路进行实验和采集数据．




甲




乙




丙

(1)该同学设计实验的原理表达式是 $E=$________（用 $r$、$I$、$R$ 表示）．

(2)该同学在闭合开关之前，应先将电阻箱调到________（选填“最大值”“最小值”或“任意值”），实验过程中，将电阻箱调至如图乙所示位置，则此时电阻箱接入电路的阻值为________ Ω.

(3)该同学根据实验采集到的数据作出如图丙所示的 $\frac{1}{I}-R$ 图象，则由图象可求得，该电源的电动势 $E=$________ V，内阻 $r=$________ Ω.（结果均保留两位有效数字）

**答案**：(1)$I(R+r)$　(2)最大值　21　(3)6.3(6.1～6.4)　2.5(2.4～2.6)

**解析**：(1)根据闭合电路欧姆定律，该同学设计实验的原理表达式是 $E=I(R+r)$.

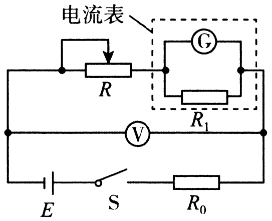
(2)根据实验的安全性原则，在闭合开关之前，应先将电阻箱调到最大值．根据电阻箱读数规则，电阻箱接入电路的阻值为 $2\times10\ \Omega+1\times1\ \Omega=21\ \Omega$.

(3)由 $E=I(R+r)$ 可得 $\frac{1}{I}=\frac{1}{E}R+\frac{1}{E}r$. $\frac{1}{I}-R$ 图象斜率等于 $\frac{1}{E}$，得 $E=6.3$ V，图象在纵轴截距等于 $\frac{1}{E}r$，得 $r=2.5\ \Omega$.

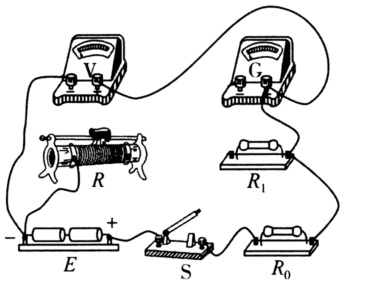
**例 15**：某研究性学习小组利用伏安法测定某一电池组的电动势和内阻，实验原理如图甲所示，其中，虚线框内为用灵敏电流计 G 改装的电流表 A，V 为标准电压表，$E$ 为待测电池组，S 为开关，$R$ 为滑动变阻器，$R_0$ 是标称值为 4.0 Ω 的定值电阻.

(1)已知灵敏电流计 G 的满偏电流 $I_g=100\ \mu A$，内阻 $r_g=2.0\ k\Omega$，若要改装后的电流表满偏电流为 200 mA，应并联一只阻值为________Ω(保留一位小数)的定值电阻 $R_1$；

(2)根据图甲，用笔画线代替导线将图乙连接成完整电路；



甲



乙

(3)某次实验的数据如下表所示：

| 测量次数 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 电压表 V 读数 $U$/V | 5.26 | 5.16 | 5.04 | 4.94 | 4.83 | 4.71 | 4.59 | 4.46 |
| 改装表 A 读数 $I$/mA | 20 | 40 | 60 | 80 | 100 | 120 | 140 | 160 |

该小组借鉴"研究匀变速直线运动"实验中计算加速度的方法(逐差法)，计算出电池组的内阻 $r=$________Ω(保留两位小数)；为减小偶然误差，逐差法在数据处理方面体现出的主要优点是________________.

(4)该小组在前面实验的基础上，为探究图甲电路中各元器件的实际阻值对测量结果的影响，用一已知电动势和内阻的标准电池组，通过上述方法多次测量后发现：电动势的测量值与已知值几乎相同，但内阻的测量值总是偏大. 若测量过程无误，则内阻测量值总是偏大的原因是________.(填选项前的字母)

A. 电压表内阻的影响

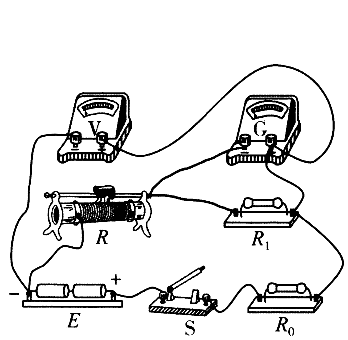
B. 滑动变阻器的最大阻值偏小

C. $R_1$ 的实际阻值比计算值偏小

D. $R_0$ 的实际阻值比标称值偏大

**答案**：(1)1.0 (2)如解析图所示 (3)1.66 充分利用已测得的数据 (4)CD

**解析**：(1)由串、并联电路的特点可得：$R_1=\dfrac{I_g r_g}{I_m-I_g}=\dfrac{100\times10^{-6}\times2\ 000}{200\times10^{-3}-100\times10^{-6}}\ \Omega\approx1.0\ \Omega$；

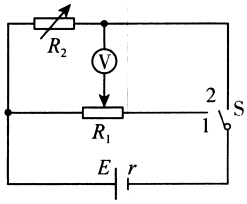



(2)从电源正极出发，沿电流的流向依次连线，注意电流要由两电表的正接线柱流入，由负接线柱流出；

(3)$E-U=I(r_{内}+R_0)$，则 $-\Delta U=\Delta I(r_{内}+R_0)$，所以 $(r_{内}+R_0)=-\dfrac{\Delta U}{\Delta I}=\dfrac{U_1-U_5}{I_5-I_1}=\dfrac{U_2-U_6}{I_6-I_2}=\dfrac{U_3-U_7}{I_7-I_3}=\dfrac{U_4-U_8}{I_8-I_4}=\dfrac{(U_1+U_2+U_3+U_4)-(U_5+U_6+U_7+U_8)}{4\Delta I}=5.66\ \Omega$，

所以 $r_{内}=5.66\ \Omega-R_0=1.66\ \Omega$，逐差法处理实验数据的优点是可以充分利用已测得的数据，减小实验误差；

(4)电压表的读数等于路端电压，所以电压表内阻对测量结果没有影响，选项 A 错误；滑动变阻器用来改变路端电压，对测量结果没有影响，选项 B 错误；若 $R_1$ 的实际阻值偏小，则电流表的实际量程偏大，电流表的读数比实际值偏小，电池组的内阻测量值偏大，选项 C 正确；$R_0$ 的实际阻值偏大时，电池组的实际内阻比测量值偏小，选项 D 正确.




**例 16**：某同学要用电阻箱和电压表测量某水果电池组的电动势和内阻，考虑到水果电池组的内阻较大，为了提高实验的精确度，需要测量电压表的内阻．实验器材中恰好有一块零刻度在中央的双向电压表，该同学便充分利用这块电压表，设计了如图所示的实验电路，既能实现对该电压表的内阻的测量，又能利用该表完成水果电池组电动势和内阻的测量，他用到的实验器材有：待测水果电池组（电动势约 4 V，内阻约 50 Ω）、双向电压表（量程为 0～2 V，内阻约为 2 kΩ）、电阻箱（0～9 999 Ω）、滑动变阻器（0～200 Ω），一个单刀双掷开关及若干导线．

(1)该同学按如图所示电路图连线后，首先测出了电压表的内阻．请完善测量电压表内阻的实验步骤：

①将 $R_1$ 的滑动触头滑至最左端，将 S 拨向 1 位置，将电阻箱阻值调为 0；

②调节 $R_1$ 的滑动触头，使电压表示数达到满偏；

③保持________不变，调节 $R_2$，使电压表的示数达到________；

④读出电阻箱的阻值，记为 $R_2$，则电压表的内阻 $R_V$=________．

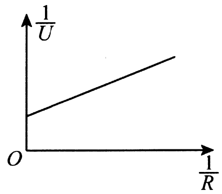
(2)若测得电压表内阻为 2 kΩ，可分析此测量值应________真实值．（选填“大于”“等于”或“小于”）

(3)接下来测量水果电池组的电动势和内阻，实验步骤如下：

①将开关 S 拨至________（选填“1”或“2”）位置，将 $R_1$ 的滑动触片移到最________端，不再移动；

②调节电阻箱的阻值，使电压表的示数达到一个合适值，记录下电压表的示数和电阻箱的阻值；

③重复步骤②，记录多组电压表的示数及对应的电阻箱的阻值．




(4)若将电阻箱与电压表并联后的阻值记录为 $R$，作出 $\frac{1}{U}-\frac{1}{R}$ 图象，则可消除系统误差，如图所示，其中纵截距为 $b$，斜率为 $k$，则电动势的表达式为________，内阻的表达式为________．

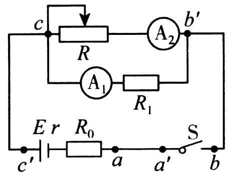
**答案**：(1)③$R_1$　半偏（或最大值的一半）　④$R_2$　(2)大于　(3)①2　左　(4)$\frac{1}{b}$　$\frac{k}{b}$

**解析**：(1)由题图可知，当 S 拨向 1 位置，滑动变阻器 $R_1$ 在电路中为分压式接法，利用电压表的半偏法得：调节 $R_1$ 使电压表满偏，保持 $R_1$ 不变，$R_2$ 与电压表串联，调节 $R_2$ 使电压表的示数达到半偏（或最大值的一半），则电压表的内阻 $R_V$ 与电阻箱示数 $R_2$ 相同．

(2)由闭合电路欧姆定律可知，调节 $R_2$ 变大使电压表达到半偏的过程中，总电阻值变大，干路总电流变小，由 $E=I\cdot r+U_{外}$ 得 $U_{外}$ 变大，由电路知 $U_{外}=U_{并}+U_{右}$，滑动变阻器的滑动触头右侧分得的电压 $U_{右}=I\cdot R_{右}$ 变小，则 $U_{并}$ 变大，电压表半偏时，$R_2$ 上分得的电压就会大于电压表上分得的电压，那么 $R_2$ 的阻值就会大于电压表的阻值．

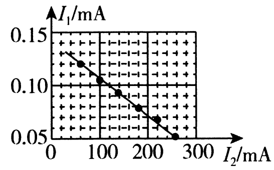
(3)测水果电池组的电动势和内阻，利用伏阻法，S 拨到 2，同时将 $R_1$ 的滑动触头移到最左端．利用 $E=U_1+\frac{U_1}{R_2}\cdot r$，$E=U_1'+\frac{U_1'}{R_2'}\cdot r$，联立求 $E$、$r$．

(4)由闭合电路欧姆定律得 $E=U+\frac{U}{R}\cdot r$，变形得 $\frac{1}{U}=\frac{r}{E}\cdot\frac{1}{R}+\frac{1}{E}$，$\frac{r}{E}=k$，$\frac{1}{E}=b$，得 $E=\frac{1}{b}$，$r=\frac{k}{b}$．




例 17：某探究性学习小组利用如图所示的电路测量电池的电动势和内阻．其中电流表 $A_1$ 的内阻 $r_1=1.0\ \text{k}\Omega$，电阻 $R_1=9.0\ \text{k}\Omega$，为了方便读数和作图，给电池串联一个 $R_0=3.0\ \Omega$ 的电阻．

(1)按图示电路进行连接后，发现 $aa'$、$bb'$ 和 $cc'$ 三条导线中，混进了一条内部断开的导线．为了确定哪一条导线内部是断开的，将开关 S 闭合，用多用电表的电压挡先测量 $a$、$b'$ 间电压，读数不为零，再测量 $a$、$a'$ 间电压，若读数不为零，则一定是________导线断开；若读数为零，则一定是________导线断开．




(2)排除故障后，该小组顺利完成实验．通过多次改变滑动变阻器触头位置，得到电流表 $A_1$ 和 $A_2$ 的多组 $I_1$、$I_2$ 数据，作出图象如图．由 $I_1-I_2$ 图象得到电池的电动势 $E=$________V，内阻 $r=$________Ω．

**答案**：(1)$aa'$　$bb'$　(2)1.4(1.36～1.44 均可)　0.5(0.4～0.6 均可)

**解析**：(1)良好的同一根导线上任何两点都不会存在电势差，若一根导线两端有电势差，则导线断开．$a$、$b'$ 间的电压不为零，说明 $a$、$a'$ 或 $b$、$b'$ 间有一处导线断开，若 $a$、$a'$ 间电压不为零，说明 $aa'$ 导线断开；若 $a$、$a'$ 间电压为零，则一定是 $bb'$ 导线断开．

(2)方法一：将电流表 $A_1$ 和 $R_1$ 串联当成电压表使用，电压测量值 $U=I_1(r_1+R_1)$，根据闭合电路欧姆定律有 $I_1(r_1+R_1)=E-I_2(r+R_0)$，整理得 $I_1=\frac{E}{r_1+R_1}-\frac{r+R_0}{r_1+R_1}I_2$，由题图可知，纵轴截距 $b=0.14\times10^{-3}\ \text{A}=\frac{E}{r_1+R_1}$，所以电动势 $E=0.14\times10^{-3}\times(1\times10^3+9\times10^3)\ \text{V}=1.4\ \text{V}$，斜率的绝对值表示 $\frac{r+R_0}{r_1+R_1}$，即 $|k|=\frac{0.14-0.05}{260}=\frac{r+R_0}{r_1+R_1}$，解得 $r\approx0.5\ \Omega$．

方法二：在给出的图象中取两个点，读数分别为

$I_1=0.12\ \text{mA}$、$I_2=60\ \text{mA}$，

$I_1'=0.07\ \text{mA}$、$I_2'=200\ \text{mA}$．

据闭合电路欧姆定律知：

$E=(I_1+I_2)(R_0+r)+I_1(r_1+R_1)$，将上述两组数据代入可得：

电动势 $E\approx1.4\ \text{V}$，内阻 $r\approx0.57\ \Omega$．

例 18：某同学想用以下器材组装一只欧姆表，并测量一只约几千欧电阻的阻值．

A. 电流表，满偏电流为 1 mA，内阻为 20 Ω

B. 电流表，满偏电流为 0.6 A，内阻为 5 Ω

C. 电动势 15 V，内阻 5 Ω 的直流电源

D. 电动势 3 V，内阻 3 Ω 的直流电源

E. 最大阻值为 5 000 Ω 的滑动变阻器

F. 最大阻值为 100 Ω 的滑动变阻器

(1) 以上器材应选用________(填字母)．

(2) 欧姆表调零后，滑动变阻器被接入部分的阻值为________Ω．

(3) 若用此欧姆计测量电阻，发现指针指在满偏电流的三分之一处，则此电阻的阻值约为________Ω．

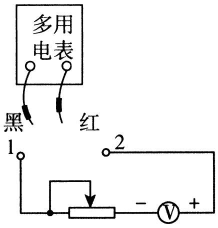
**答案**：(1)ADE　(2)2 977　(3)6 000

**解析**：(1) 由于要测量一只约几千欧电阻的阻值，电流表应选 A，电源应选 D，滑动变阻器应选 E．

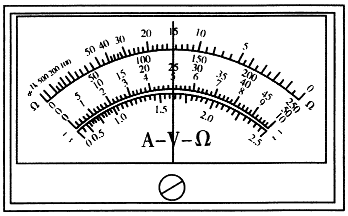
(2) 欧姆表的内阻为 $R_{内}=\frac{3}{10^{-3}}\Omega=3\ 000\ \Omega$，欧姆表调零后，滑动变阻器被接入部分的阻值为 $R_{滑}=R_{内}-R_A-r=2\ 977\ \Omega$．

(3) 若用此欧姆计测量电阻，发现指针指在满偏电流的三分之一处，则此电阻的阻值约为 $R$，可得：$\frac{1}{3}I_g=\frac{E}{R+R_{内}}$，结合 $I_g=\frac{E}{R_{内}}$ 可得：$R=6\ 000\ \Omega$．

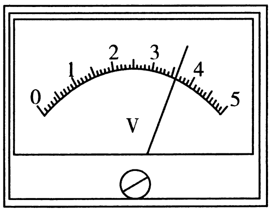
**例** 19：某学生实验小组利用图甲所示电路，测量多用电表内电池的电动势和电阻“×1 k”挡内部电路的总电阻. 使用的器材有：多用电表；电压表：量程 0 ～ 5 V，内阻十几千欧；滑动变阻器：最大阻值 5 kΩ；导线若干. 回答下列问题：



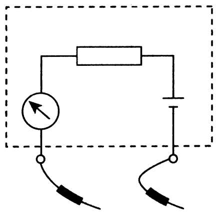

甲




乙




丙



丁

(1) 将多用电表挡位调到电阻“×1 k”挡，再将红表笔和黑表笔________，调零点.

(2) 将图甲中多用电表的红表笔和________(选填“1”或“2”) 端相连，黑表笔连接另一端.

(3) 将滑动变阻器的滑片调到适当位置，使多用电表的示数如图乙所示，这时电压表的示数如图丙所示. 多用电表和电压表的读数分别为________ kΩ 和________ V.

(4) 调节滑动变阻器的滑片，使其接入电路的阻值为零. 此时多用电表和电压表的读数分别为 12.0 kΩ 和 4.00 V. 从测量数据可知，电压表的内阻为________ kΩ.

(5) 多用电表电阻挡内部电路可等效为由一个无内阻的电池、一个理想电流表和一个电阻串联而成的电路，如图丁所示. 根据前面的实验数据计算可得，此多用电表内电池的电动势为________ V，电阻“×1 k”挡内部电路的总电阻为________ kΩ.

**答案**：(1) 短接　(2)1　(3)15.0　3.60　(4)12.0　(5)9.00　15.0

**解析**：(1) 使用多用电表测电阻前，应首先将红、黑表笔短接进行欧姆调零.

(2) 多用电表电流为“红进黑出”，题图甲中外电路电流由 2 到 1，所以红表笔应连 1 端.

(3) 多用电表挡位为 ×1 k，指针指 15，则 $R = 15.0 \times 1\ \text{k}\Omega = 15.0\ \text{k}\Omega$，由图丙知电压表读数为 3.60 V.

(4) 当滑动变阻器连入电路的阻值为零时，多用电表所测电阻为外电路电阻，即电压表内阻，所以电压表内阻为 12.0 kΩ.

(5) 15.0 kΩ 为多用电表电阻挡的中值电阻，中值电阻阻值即内电路阻值，所以电阻“×1 k”挡内部电路的总电阻为 15.0 kΩ，设内电路电池电动势为 $E$，则当电压表示数为 4.00 V 时，$\frac{E}{15.0 + 12.0} = \frac{4}{12.0}$，解得 $E = 9.00$ V.

# 三十　磁场的描述　磁场对电流的作用

1. 磁场

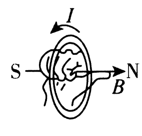
(1) 定义:磁体或电流周围存在的一种特殊物质.

(2) 基本性质:对放入其中的磁体和电流有力的作用．磁体与磁体、电流与磁体、电流与电流之间都是通过磁场发生作用.

(3) 产生:磁体能产生磁场;电流能产生磁场.

(4) 方向:小磁针静止时 N 极的指向就是该点的磁场方向.

2. 磁现象的电本质




(1) 安培分子电流假说:安培认为,在原子、分子等物质微粒的内部,存在着一种环形电流——分子电流.分子电流使每个物质微粒都成为微小的磁体,它的两侧相当于两个磁极(如图所示).

(2) 安培分子电流假说揭示了磁现象的电本质,即磁体的磁场和电流的磁场一样,都是由运动电荷产生的.

3. 分子电流对磁现象的解释

当磁性材料内部分子电流取向非常杂乱时,对外不显磁性,当设法使它们的取向变得大致相同时,磁性材料便有了磁性,这便是磁化．任何物质在磁场的作用下都能够或多或少地被磁化,只是被磁化的程度不同.

4. 磁性材料

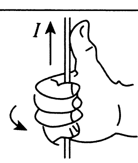
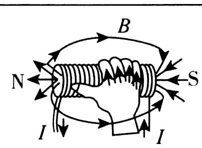
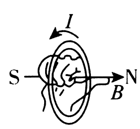
根据在外磁场中表现出的特征,物质可粗略地分为三类:顺磁性物质、抗磁性物质、铁磁性物质．其中把顺磁性物质和抗磁性物质称为弱磁性物质,铁磁性物质称为强磁性物质,通常所说的磁性材料是强磁性物质．磁性材料(铁磁性物质)按磁化后去磁的难易程度分为两类:软磁性材料(容易去磁的物质)和硬磁性材料(不易去磁的物质).

5. 磁感线

(1) 定义:在磁场中画一些有向曲线,曲线上任一点的切线方向表示该点的磁场方向,这样的曲线叫做磁感线.

(2) 特点:磁感线是为了形象描述磁场的分布而假设的,实际不存在;磁感线上任一点的切线方向都跟该点的磁场方向相同;同一磁场中磁感线的疏密表示磁场的强弱,磁感线越密的地方磁场越强,反之,磁感线越疏的地方磁场越弱;任何两条磁感线都不相交、不相切;磁感线都是闭合曲线．磁体的外部从 N 极到 S 极,内部从 S 极到 N 极.

6. 电流的磁场

| | 直线电流的磁场 | 通电螺线管的磁场 | 环形电流的磁场 |
| --- | --- | --- | --- |
| 特点 | 无磁极、非匀强,且距导线越远处磁场越弱 | 与条形磁铁的磁场相似,管内为匀强磁场且磁场最强,管外为非匀强磁场 | 环形电流的两侧是 N 极和 S 极,且离圆环中心越远,磁场越弱 |
| 安培定则 |   |   |   |

7. 安培定则

直线电流安培定则的内容:右手握住导线,让伸直的拇指所指的方向跟电流的方向一致,弯曲的四指所指的方向就是磁感线的环绕方向.

环形电流安培定则的内容:让右手弯曲的四指和环形电流的方向一致,伸直的拇指所指的方向就是环形导线轴线上的磁感线的方向.

8. 磁感应强度

(1) 定义：在磁场中垂直于磁场方向的通电导线，所受的磁场力 $F$ 跟电流 $I$ 和导线长度 $L$ 的乘积 $IL$ 的比值叫做在该处的磁感应强度．用符号 $B$ 表示.

(2) 公式：$B=\frac{F}{IL}$.

(3) 方向：磁感应强度的方向即为磁场方向，即该点小磁针静止时 N 极所指的方向.

(4) 物理意义：描述磁场的强弱和方向的物理量.

(5) 单位：特斯拉，符号 T. $1\mathrm{T}=1\ \mathrm{N/(A\cdot m)}$.

(6) 由公式 $B=\frac{F}{IL}$ 计算 $B$ 时，通电导线必须垂直于磁场放入，如果一小段通电导线平行放入磁场，其所受安培力为零，但不能说该处磁感应强度 $B$ 为零.

(7) 磁感应强度的方向不是通电导线所受磁场作用力的方向，而是与受到的作用力的方向垂直.

9. 安培力的方向

(1) 左手定则：伸开左手，使拇指与其余四个手指垂直，并且都与手掌在同一个平面内．让磁感线从掌心进入，并使四指指向电流的方向，这时拇指所指的方向就是通电导线在磁场中所受安培力的方向.

(2) 两平行的通电直导线间的安培力：同向电流互相吸引，异向电流互相排斥.

(3) 注意问题：磁感线方向不一定垂直于电流方向，但安培力方向一定与磁场方向和电流方向垂直，即大拇指一定要垂直于磁场方向和电流方向决定的平面.

10. 安培力的大小：当磁感应强度 $B$ 的方向与导线方向成 $\theta$ 角时，$F=IBL\sin\theta$，这是一般情况下的安培力的表达式，以下是两种特殊情况：

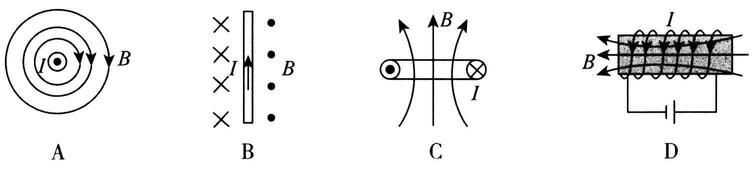
(1) 当磁场与电流垂直时，安培力最大，$F_{max}=IBL$.

(2) 当磁场与电流平行时，安培力等于零.

11. 几种判定方法

| | |
|---|---|
| 电流元法 | 分割为电流元 $\xrightarrow{\text{左手定则}}$ 安培力方向 ⟶ 整段导体所受合力方向 ⟶ 运动方向 |
| 特殊位置法 | 在特殊位置 ⟶ 安培力方向 ⟶ 运动方向 |
| 等效法 | 环形电流 ⟶ 小磁针条形磁铁　通电螺线管 ⟶ 多个环形电流 |
| 结论法 | 同向电流互相吸引，异向电流互相排斥；两不平行的直线电流相互作用时，有转到平行且电流方向相同的趋势 |
| 转换研究对象法 | 定性分析磁体在电流磁场作用下如何运动或运动趋势的问题，可先分析电流在磁体磁场中所受的安培力，然后由牛顿第三定律，确定磁体所受电流磁场的作用力，从而确定磁体所受合力及运动方向 |

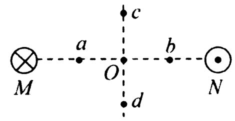
**例 1**：下列各图中，已标出电流 $I$、磁感应强度 $B$ 的方向，其中符合安培定则的是　(　　)




**答案**：C

**解析**：通电直导线中的安培定则：用右手握住通电直导线，让大拇指指向电流的方向，那么四指的指向就是磁感线的环绕方向，由此可知选项 A、B 错误；通电螺线管中的安培定则：用右手握住通电螺线管，使四指弯曲与电流方向一致，那么大拇指所指的那一端是通电螺线管的 N 极，据此可知选项 C 正确，D 错误.

**例 2**：如图，两根互相平行的长直导线过纸面上的 $M$、$N$ 两点，且与纸面垂直，导线中通有大小相等、方向相反的电流．$a$、$O$、$b$ 在 $M$、$N$ 的连线上，$O$ 为 $MN$ 的中点，$c$、$d$ 位于 $MN$ 的中垂线上，且 $a$、$b$、$c$、$d$ 到 $O$ 点的距离均相等．关于以上几点处的磁场，下列说法正确的是（　　）




A. $O$ 点处的磁感应强度为零

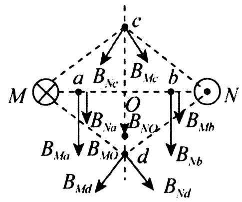
B. $a$、$b$ 两点处的磁感应强度大小相等，方向相反

C. $c$、$d$ 两点处的磁感应强度大小相等，方向相同

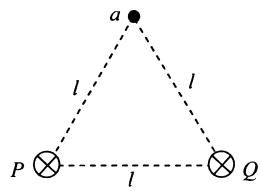
D. $a$、$c$ 两点处磁感应强度的方向不同

**答案**：C

**解析**：由安培定则可画出各点的磁感应强度，如图所示，可判断出 $O$ 点处的磁感应强度方向竖直向下，不为零，选项 A 错误；$a$、$b$ 两点处的磁感应强度大小相等，方向相同，选项 B 错误；$c$、$d$ 两点处的磁感应强度大小相等，方向相同，选项 C 正确；$a$、$c$ 两点处磁感应强度的方向相同都是竖直向下，选项 D 错误．



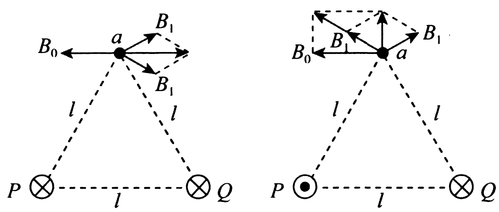
**例 3**：如图所示，在磁感应强度大小为 $B_0$ 的匀强磁场中，两长直导线 $P$ 和 $Q$ 垂直于纸面固定放置，两者之间的距离为 $l$. 在两导线中均通有方向垂直于纸面向里的电流 $I$ 时，纸面内与两导线距离均为 $l$ 的 $a$ 点处的磁感应强度为零．如果让 $P$ 中的电流反向、其他条件不变，则 $a$ 点处磁感应强度的大小为（　　）



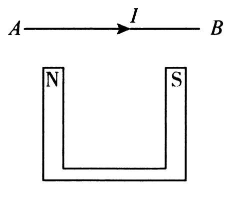

A. 0　　B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　D. $2B_0$

**答案**：C

**解析**：如图甲所示，$P$、$Q$ 中电流在 $a$ 点产生的磁感应强度大小相等，设为 $B_1$，有几何关系有 $B_0=\sqrt{3}B_1$，如果让 $P$ 中的电流反向、其他条件不变，如图乙所示，由几何关系可知，$a$ 点处磁感应强度的大小为 $B=\sqrt{B_0^2+B_1^2}=\frac{2\sqrt{3}}{3}B_0$，选项 C 正确．




**例 4**：如图所示，把一通电导线放在蹄形磁铁磁极的正上方，导线可以自由移动．当导线通过电流 $I$ 时，如果只考虑安培力的作用，则从上往下看，导线的运动情况是（　　）




A. 顺时针方向转动，同时下降

B. 顺时针方向转动，同时上升

C. 逆时针方向转动，同时下降

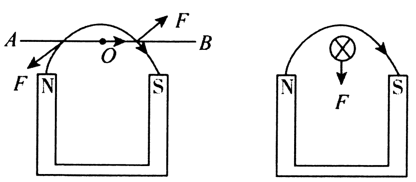
D. 逆时针方向转动，同时上升

**答案**：C

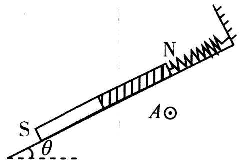
**解析**：第一步：电流元受力分析法直线电流等效为 $OA$、$OB$ 两段电流元，蹄形磁铁磁感线分布以及两段电流元受安培力方向相反，如图甲所示．可见从上往下看时，导线将逆时针方向转动．

第二步：特殊位置分析法

取导线逆时针转过 90° 的特殊位置来分析，如图乙所示．根据左手定则判断安培力方向向下，故导线在逆时针转动的同时向下运动．



**例 5**:如图所示,条形磁铁放在光滑斜面上,用平行于斜面的轻弹簧拉住而平衡,$A$ 为水平放置的直导线的截面,导线中无电流时磁铁对斜面的压力为 $F_{N1}$. 当导线中有垂直纸面向外的电流时,磁铁对斜面的压力为 $F_{N2}$,则下列关于磁铁对斜面的压力和弹簧的伸长量的说法中正确的是 ( )

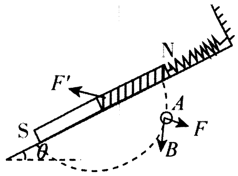



A. $F_{N1} < F_{N2}$,弹簧的伸长量减小　　B. $F_{N1} = F_{N2}$,弹簧的伸长量减小

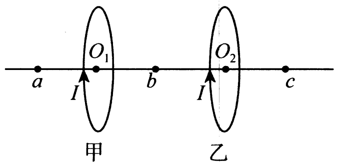
C. $F_{N1} > F_{N2}$,弹簧的伸长量增大　　D. $F_{N1} > F_{N2}$,弹簧的伸长量减小

**答案**:C

**解析**:在题图中,由于条形磁铁的磁感线是从N极出发到S极,所以可画出磁铁在导线$A$处的一条磁感线,其方向是斜向左下方的,导线$A$中的电流垂直纸面向外时,由左手定则可判断导线$A$必受斜向右下方的安培力$F$,由牛顿第三定律可知磁铁所受作用力$F'$的方向是斜向左上方,所以磁铁对斜面的压力减小,即 $F_{N1} > F_{N2}$. 同时,$F'$有沿斜面向下的分力,使得弹簧弹力增大,可知弹簧的伸长量增大,所以正确选项为C.




**例 6**:如图所示,完全相同的甲、乙两个环形电流同轴平行放置,甲的圆心为 $O_1$,乙的圆心为 $O_2$,在两环圆心的连线上有 $a$、$b$、$c$ 三点,其中 $aO_1 = O_1b = bO_2 = O_2c$,此时 $a$ 点的磁感应强度大小为 $B_1$,$b$ 点的磁感应强度大小为 $B_2$. 当把环形电流乙撤去后,$c$ 点的磁感应强度大小为 ( )

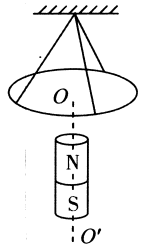



A. $B_2 - B_1$　　B. $B_1 - \frac{1}{2}B_2$　　C. $B_2 - \frac{1}{2}B_1$　　D. $\frac{B_1}{3}$

**答案**:B

**解析**:对于图中单个环形电流,根据安培定则可知,其在中轴线上的磁场方向均是向左,故 $c$ 点的磁场方向也是向左的. 设 $aO_1 = O_1b = bO_2 = O_2c = r$,单个环形电流在距离其中心 $r$ 位置的磁感应强度为 $B_{1r}$,在距离中心 $3r$ 位置的磁感应强度为 $B_{3r}$,故 $a$ 点磁感应强度 $B_1 = B_{1r} + B_{3r}$,$b$ 点磁感应强度 $B_2 = B_{1r} + B_{1r}$. 当撤去环形电流乙后,$c$ 点磁感应强度 $B_c = B_{3r} = B_1 - \frac{1}{2}B_2$,故选项B正确.

**例 7**:如图所示,用三条细线悬挂的水平圆形线圈共有 $n$ 匝,线圈由粗细均匀、单位长度质量为2.5 g(即 $\rho = 2.5$ g/m) 的导线绕制而成,三条细线呈对称分布,稳定时线圈平面水平,在线圈正下方放有一个圆柱形条形磁铁,磁铁的中轴线 $OO'$ 垂直于线圈平面且通过其圆心 $O$,测得线圈的导线所在处磁感应强度大小为0.5 T,方向与竖直线成30°角. 要使三条细线上的张力为零,线圈中通过的电流至少为( )

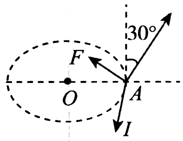



A. 0.1 A　　B. 0.2 A

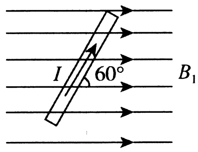
C. 0.5 A　　D. 0.1 A

**答案**:A

**解析**:设线圈半径为 $R$,通电导线所受重力为 $G = 2\pi R\rho gn$,磁场的水平分量为 $B\sin 30$ 度,环受到的安培力为 $2\pi RnBI\sin 30°$,平衡时有 $F = G$,即 $2\pi RnBI\sin 30° = 2\pi R\rho gn$,解得:$I = \frac{2\rho g}{B}$,代入数据得:$I = 0.1$ A,故选项A正确.



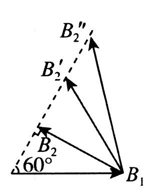

**例 8**:如图所示,有平行于纸面水平向右的匀强磁场,磁感应强度 $B_1 = 1$ T. 位于纸面内的细直导线,长 $L = 1$ m,通有 $I = 1$ A的恒定电流. 当导线与 $B_1$ 成60度夹角时,发现其受到的安培力为零,则该区域同时存在的另一匀强磁场的磁感应强度 $B_2$ 的可能值为 ( )




A. $\frac{1}{2}$ T　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ T　　C. 1 T　　D. $\sqrt{3}$ T

**答案**:BCD

**解析**:若 $B_2$ 与 $B_1$ 反向,则 $B_2 = B_1 = 1$ T. 若合磁场不为零,则合磁场方向应与电流 $I$ 平行,如图所示,由图可知 $B_2$ 的最小值为 $B_2 = B_1\sin 60$ 度 $= \frac{\sqrt{3}}{2}$T,选项B、C和D正确.



# 三十一　磁场对运动电荷的作用

## 一、洛伦兹力

1. 定义：磁场对运动电荷的作用力.

2. 大小：当 $v \perp B$ 时，$F = qvB$；当 $v \parallel B$ 时，$F = 0$.

3. 方向：用左手定则来判断.

4. 通电导体所受的安培力是导体内所有运动电荷所受的洛伦兹力的宏观表现.

## 二、带电粒子在匀强磁场中（不计重力）的运动

1. 若 $v \parallel B$，带电粒子以入射速度 $v$ 做匀速直线运动.

2. 若 $v \perp B$，带电粒子在垂直于磁感线的平面内，以入射速度 $v$ 做匀速圆周运动.

3. 基本公式

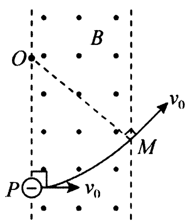
（1）轨迹半径公式：$r = \frac{mv}{Bq}$.

（2）周期公式：$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$；$f = \frac{1}{T} = \frac{Bq}{2\pi m}$；$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = \frac{Bq}{m}$.

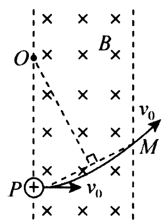
4. 圆心的确定

（1）已知入射点、出射点、入射方向和出射方向时，可通过入射点和出射点分别作垂直于入射方向和出射方向的直线，两条直线的交点就是圆弧轨道的圆心（如图甲所示，$P$ 为入射点，$M$ 为出射点）.

（2）已知入射方向、入射点和出射点的位置时，可以通过入射点作入射方向的垂线，连接入射点和出射点，作其中垂线，这两条垂线的交点就是圆弧轨迹的圆心（如图乙所示，$P$ 为入射点，$M$ 为出射点）.



甲

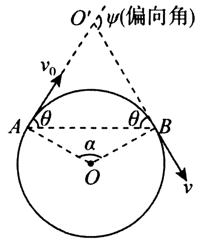


乙

5. 半径的确定

可利用物理学公式或几何知识（勾股定理、三角函数等）求出半径大小. 求解时注意以下几何特点：

粒子速度的偏向角（$\varphi$）等于圆心角（$\alpha$），并等于 $AB$ 弦与切线的夹角（弦切角 $\theta$）的 2 倍（如图所示），即 $\varphi = \alpha = 2\theta = \omega t$.




6. 运动时间的确定

粒子在磁场中运动一周的时间为 $T$，当粒子运动的圆弧所对应的圆心角为 $\theta$ 时，其运动时间表示为：$t = \frac{\theta}{2\pi}T$（或 $t = \frac{\theta R}{v}$）.

7. 重要推论

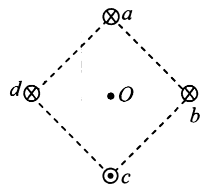
（1）当速率 $v$ 一定时，弧长（或弦长）越长，圆心角越大，则带电粒子在有界磁场中运动的时间越长.

（2）当速率 $v$ 变化时，圆心角大的运动时间长.

（3）从同一直线边界射入的粒子，从该同一直线边界射出时，速度与边界的夹角相等；在圆形磁场区域内，沿径向射入的粒子，必沿径向射出.

（4）刚好能穿出磁场边界的条件是粒子轨迹与边界相切.

**例 1**：图中 $a$、$b$、$c$、$d$ 为四根与纸面垂直的长直导线，其横截面位于正方形的四个顶点上，导线中通有大小相同的电流，方向如图所示．一带正电的粒子从正方形中心 $O$ 点沿垂直于纸面的方向向外运动，它所受洛伦兹力的方向是　（　　）

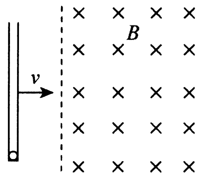



A. 向上　　B. 向下　　C. 向左　　D. 向右

**答案**：B

**解析**：根据安培定则及磁感应强度的矢量叠加，可得 $O$ 点处的磁场向左，再根据左手定则判断带电粒子受到的洛伦兹力向下．

**例 2**：如图所示，下端封闭、上端开口且内壁光滑的细玻璃管竖直放置，管底有一带电的小球，整个装置水平向右做匀速运动，进入方向垂直于纸面向里的匀强磁场，由于外力作用，玻璃管在磁场中的速度保持不变，最终小球从上端口飞出，若小球的电荷量始终保持不变，则从玻璃管进入磁场到小球飞出上端口的过程中　（　　）

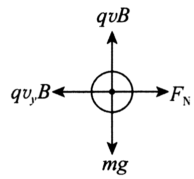



A. 洛伦兹力对小球做正功　　B. 小球在竖直方向上做匀加速直线运动

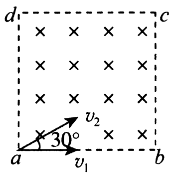
C. 小球的运动轨迹是抛物线　　D. 小球的机械能守恒

**答案**：BC

**解析**：运动过程中，洛伦兹力垂直小球的速度方向，对小球不做功，选项 A 错误；设小球竖直分速度为 $v_y$、水平分速度为 $v$，以小球为研究对象，受力如图所示．由于小球随玻璃管在水平方向做匀速直线运动，则竖直方向的洛伦兹力 $F_1=qvB$ 是恒力，在竖直方向上还受到竖直向下的重力，两个力都是恒力，所以小球在竖直方向上做匀加速直线运动，选项 B 正确；在竖直方向上做匀加速直线运动，在水平方向上做匀速直线运动，所以小球的运动轨迹为抛物线，C 正确；由于过程中内壁对小球的弹力做功，所以小球的机械能不守恒，选项 D 错误．




**例 3**：如图所示，在正方形 $abcd$ 内充满方向垂直纸面向里、磁感应强度为 $B$ 的匀强磁场．$a$ 处有比荷相等的甲、乙两种粒子，甲粒子以速度 $v_1$ 沿 $ab$ 方向垂直射入磁场，经时间 $t_1$ 从 $d$ 点射出磁场，乙粒子沿与 $ab$ 成 $30°$ 角的方向以速度 $v_2$ 垂直射入磁场，经时间 $t_2$ 垂直 $cd$ 射出磁场，不计粒子重力和粒子间的相互作用力，则下列说法中正确的是　（　　）

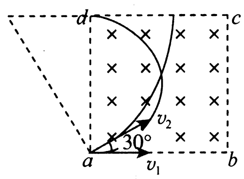



A. $v_1:v_2=1:2$　　B. $v_1:v_2=\sqrt{3}:4$

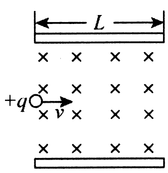
C. $t_1:t_2=2:1$　　D. $t_1:t_2=3:1$

**答案**：BD

**解析**：甲、乙两粒子的运动轨迹如图所示，粒子在磁场中的运行周期为 $T=\dfrac{2\pi m}{qB}$，因为甲、乙两种粒子的比荷相等，故 $T_甲=T_乙$．设正方形的边长为 $L$，则由图知甲粒子运行半径为 $r_1=\dfrac{1}{2}L$，运行时间为 $t_1=\dfrac{1}{2}T_甲$，乙粒子运行半径为 $r_2=\dfrac{L}{\cos 30°}$，运行时间为 $t_2=\dfrac{1}{6}T_乙$，而 $r=\dfrac{mv}{Bq}$，所以 $v_1:v_2=r_1:r_2=\sqrt{3}:4$，选项 A 错误，选项 B 正确；$t_1:t_2=3:1$，选项 C 错误，选项 D 正确．




**例 4**：长为 $L$ 的水平极板间有垂直纸面向里的匀强磁场，如图所示，磁感应强度为 $B$，板间距离也为 $L$，板不带电，现有质量为 $m$、电荷量为 $q$ 的带正电粒子（不计重力），从左边极板间中点处垂直磁感线以速度 $v$ 水平射入磁场，欲使粒子不打在极板上，可采用的办法是　（　　）

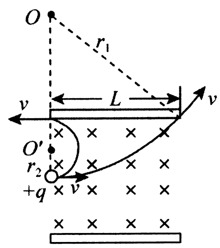



A. 使粒子的速度 $v<\dfrac{BqL}{4m}$　　B. 使粒子的速度 $v>\dfrac{5BqL}{4m}$

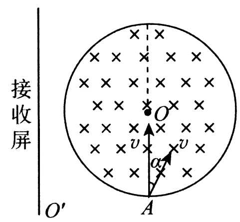
C. 使粒子的速度 $v>\dfrac{BqL}{m}$　　D. 使粒子的速度 $v$ 满足 $\dfrac{BqL}{4m}<v<\dfrac{5BqL}{4m}$

**答案**：AB

**解析**：带电粒子刚好打在极板右边缘时，有 $r_1^2=\left(r_1-\dfrac{L}{2}\right)^2+L^2$，又因 $r_1=\dfrac{mv_1}{Bq}$，解得 $v_1=\dfrac{5BqL}{4m}$；粒子刚好打在极板左边缘时，有 $r_2=\dfrac{1}{4}L=\dfrac{mv_2}{Bq}$，解得 $v_2=\dfrac{BqL}{4m}$，故选项 A、B 正确．



**例 5**：如图，在圆心为 $O$ 的圆形区域内存在磁感应强度大小为 $B$、方向垂直于纸面向里的匀强磁场．边界上的一粒子源 $A$，向磁场区域发射出质量为 $m$、带电荷量为 $q(q>0)$ 的粒子，其速度大小均为 $v$，方向垂直于磁场且分布在 $AO$ 右侧 $\alpha$ 角的范围内（$\alpha$ 为锐角）．磁场区域的半径为 $\frac{mv}{Bq}$，其左侧有与 $AO$ 平行的接收屏，不计带电粒子所受重力和相互作用力，求：



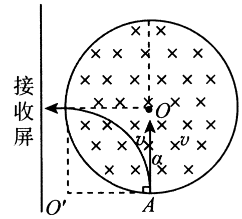

（1）沿 $AO$ 方向入射的粒子离开磁场时的方向与入射方向的夹角；

（2）接收屏上能接收到带电粒子区域的宽度．

**答案**：（1）$\frac{1}{2}\pi$　（2）$\frac{mv\sin\alpha}{qB}$

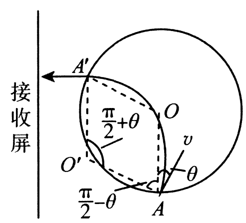
**解析**：（1）根据带电粒子在磁场中的运动规律，可知粒子在磁场中沿逆时针方向做圆周运动，设其半径为 $R$，有 $qBv=\frac{mv^2}{R}$，得 $R=\frac{mv}{qB}$

可知，带电粒子运动半径与磁场区域半径相等．沿 $AO$ 射入磁场的粒子离开磁场时的方向与入射方向之间的夹角为 $\frac{1}{2}\pi$，如图甲所示．




甲

（2）设粒子入射方向与 $AO$ 的夹角为 $\theta$，粒子离开磁场的位置为 $A'$，粒子做圆周运动的圆心为 $O'$．根据题意可知四边形 $AOA'O'$ 四条边长度均为 $\frac{mv}{Bq}$，是菱形，有 $O'A'$ 平行 $OA$，故粒子出射方向必然垂直于 $AO$，然后做匀速直线运动垂直击中接收屏，如图乙所示．




乙

设与 $AO$ 成 $\theta$ 角射入磁场的粒子离开磁场时与 $A$ 点竖直距离为 $d$，有 $d=R+R\cos\left(\frac{1}{2}\pi-\theta\right)=\frac{mv(1+\sin\theta)}{qB}$

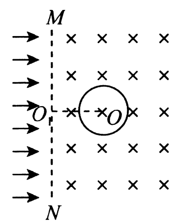
设 $d$ 的最大值和最小值分别为 $d_1$ 和 $d_2$，有

$d_1=mv\left(\frac{1+\sin\alpha}{qB}\right)$，$d_2=\frac{mv}{qB}$

故接收屏上能接收到带电粒子的宽度为 $\Delta d=d_1-d_2=\frac{mv\sin\alpha}{qB}$．

**小结**：当粒子的轨道半径（不计重力）和磁场区域圆的半径相等时，粒子从磁场区域圆上的 $A$ 点沿着各个方向进入磁场，粒子离开磁场时的速度方向都互相平行，且都和 $A$ 点对应的磁场区域圆的切线平行；当粒子的轨道半径（不计重力）和磁场区域圆的半径相等时，粒子以相同的速度方向进入磁场，粒子都从一个点 $C$ 点离开磁场，$C$ 点对应的磁场区域圆的切线和粒子刚进入磁场时的速度方向平行．

**例 6**：如图所示，有界匀强磁场的磁感应强度为 $B$，方向垂直纸面向里，$MN$ 为其左边界，磁场中放置一半径为 $R$ 的网柱形金属圆筒，网心 $O$ 到 $MN$ 的距离 $OO_1=2R$．圆筒轴线与磁场平行．现有范围足够大的平行电子束以速度 $v_0$ 从远处垂直于左边界 $MN$ 向右射入磁场区，已知电子的质量为 $m$、电荷量为 $e$，电子的初速度为 $v_0=\frac{3eBR}{m}$，假设电子打在金属网筒上马上能导走对其他电子不构成影响．关于能够打到网筒上的电子的范围说法正确的是（　　）



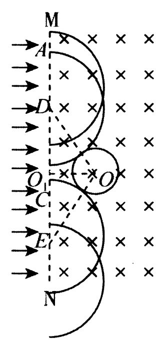

A. 在 $O_1$ 上方 $(2\sqrt{3}+3)R$ 内的电子能打在网筒上

B. 在 $O_1$ 上方 $(2\sqrt{3}+1)R$ 内的电子能打在网筒上

C. 在 $O_1$ 下方 $(2\sqrt{3}-3)R$ 内的电子能打在网筒上

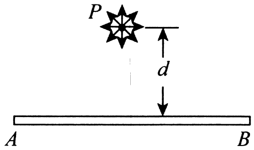
D. 在 $O_1$ 下方 $(2\sqrt{3}-1)R$ 内的电子能打在网筒上

**答案**：AC




**解析**：由 $qv_0B=\frac{mv_0^2}{r}$ 和 $v_0=\frac{3eBR}{m}$ 可得：$r=3R$，如图所示，在 $O_1$ 上方从 $A$ 点射入匀强磁场的粒子的轨迹恰好和网筒相切，由几何关系可得：$OD=4R$，$O_1D=\sqrt{OD^2-O_1O^2}=2\sqrt{3}R$，$O_1A=O_1D+DA=(2\sqrt{3}+3)R$，进一步可得：在 $O_1$ 上方 $(2\sqrt{3}+3)R$ 内的电子能打在网筒上，选项 A 正确，选项 B 错误；如图所示，在 $O_1$ 下方从 $C$ 点射入匀强磁场的粒子的轨迹恰好和网筒相切，由几何关系可得：$OE=4R$，$O_1E=\sqrt{OE^2-O_1O^2}=2\sqrt{3}R$，$O_1C=O_1E-CE=(2\sqrt{3}-3)R$，进一步可得：在 $O_1$ 下方 $(2\sqrt{3}-3)R$ 内的电子能打在网筒上，选项 C 正确，选项 D 错误．

**例 7**:如图所示,一粒子发射源 $P$ 位于足够长绝缘板 $AB$ 的上方 $d$ 处,能够在纸面内向各个方向发射速率为 $v$、比荷为 $k$ 的带正电的粒子,空间存在垂直纸面的匀强磁场,不考虑粒子间的相互作用和粒子重力. 已知粒子做圆周运动的半径大小恰好为 $d$,则　　(　　)



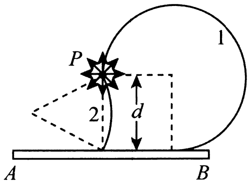

A. 磁感应强度的大小为 $\frac{d}{kv}$

B. 磁感应强度的大小为 $\frac{v}{kd}$

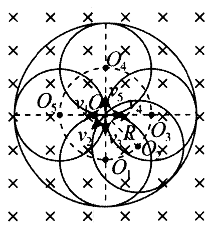
C. 同一时刻发射出的带电粒子打到板上的最大时间差为 $\frac{7\pi d}{6v}$

D. 同一时刻发射出的带电粒子打到板上的最大时间差为 $\frac{\pi kd}{6v}$

**答案**:BC

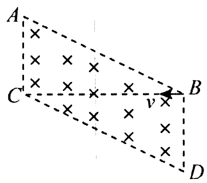



**解析**:根据 $qvB=\frac{mv^2}{R}$ 和 $R=d$、$\frac{q}{m}=k$ 得 $B=\frac{v}{kd}$,选项 A 错误,B 正确;能打到板上的粒子中,在磁场中运动时间最长和最短的运动轨迹示意图如图所示,由几何关系,最长时间 $t_1=\frac{3}{4}T$,最短时间 $t_2=\frac{1}{6}T$,$T=\frac{2\pi R}{v}$,所以最大时间差 $\Delta t=t_1-t_2=\frac{7}{12}T=\frac{7\pi d}{6v}$,选项 C 正确,D 错误.




**小结**:在垂直于纸面的无限大的磁感应强度为 $B$ 的匀强磁场中,在 $O$ 点有一粒子源在纸面内,朝各个方向发射速度大小为 $v$,质量为 $m$,电荷量为 $+q$ 的带电粒子(重力不计),这些带电粒子在匀强磁场中做同方向旋转匀速圆周运动. 其特点是:(1) 各动态圆圆心 $O_1$、$O_2$、$O_3$、$O_4$、$O_5$(取五个圆)的轨迹分布在以粒子源 $O$ 为圆心,$R=\frac{mv}{qB}$ 为半径的一个圆周上(如图虚线所示). (2) 带电粒子在磁场中能经过的区域是以粒子源 $O$ 为圆心,$2R$ 为半径的大圆(如图实线所示). (3) 各动态圆相交于 $O$ 点.

**例 8**:如图所示,匀强磁场的边界为平行四边形 $ABCD$,其中 $AC$ 边与对角线 $BC$ 垂直,一束电子以大小不同的速度沿 $BC$ 从 $B$ 点射入磁场,不计电子的重力和电子之间的相互作用,关于电子在磁场中运动的情况,下列说法中正确的是　　(　　)



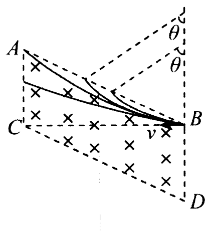

A. 入射速度越大的电子,其运动时间越长

B. 入射速度越大的电子,其运动轨迹越长

C. 从 $AB$ 边出射的电子的运动时间都相等

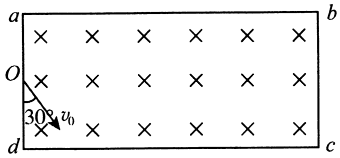
D. 从 $AC$ 边出射的电子的运动时间都相等

**答案**:C




**解析**:电子以不同的速度沿 $BC$ 从 $B$ 点射入磁场,若电子以 $AB$ 边射出,画出其运动轨迹如图所示,由几何关系可知在 $AB$ 边射出的电子轨迹所对的圆心角相等,在磁场中的运动时间相等,与速度无关,选项 C 正确,选项 A 错误;从 $AC$ 边射出的电子轨迹所对圆心角不相等,且入射速度越大,其运动轨迹越短,在磁场中的运动时间不相等,选项 B 和 D 错误.

**例 9**:如图所示,一足够长的矩形区域 $abcd$ 内充满磁感应强度为 $B$、方向垂直纸面向里的匀强磁场,现从矩形区域 $ad$ 边中点 $O$ 射出与 $Od$ 边夹角为 30°、大小为 $v_0$ 的带电粒子. 已知粒子质量为 $m$,电荷量为 $q$,$ad$ 边长为 $L$,$ab$ 边足够长,粒子重力忽略不计,求:

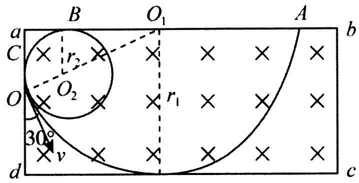



(1) 试求粒子能从 $ab$ 边上射出磁场的 $v_0$ 的大小范围;

(2) 粒子在磁场中运动的最长时间和在这种情况下粒子从磁场中射出所在边上位置的范围.

**答案**:(1) $\frac{qBL}{3m} < v_0 < \frac{qBL}{m}$ (2) $\frac{5\pi m}{3qB}$ $\frac{1}{3}L$

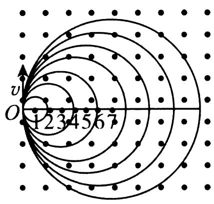
**解析**:(1) 画出从 $O$ 点射入磁场的粒子运动轨迹的动态圆,能够从 $ab$ 边射出的粒子的临界轨迹如图所示,轨迹与 $dc$ 边相切时,射到 $ab$ 边上的 $A$ 点,此时轨迹圆心为 $O_1$,则轨迹半径 $r_1 = L$,由 $qv_0B = \frac{mv_0^2}{r_1}$ 得最大速度 $v_0 = \frac{qBL}{m}$.




轨迹与 $ab$ 边相切时,射到 $ab$ 边上的 $B$ 点,此时轨迹圆心为 $O_2$,则轨道半径 $r_2 = \frac{1}{3}L$,由 $qv_0B = \frac{mv_0^2}{r_2}$ 得最小速度 $v = \frac{qBL}{3m}$.

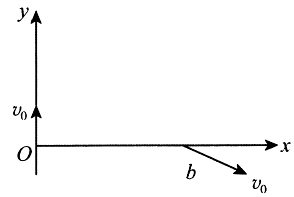
所以粒子能够从 $ab$ 边射出的速度范围为:$\frac{qBL}{3m} < v_0 < \frac{qBL}{m}$.

(2) 当粒子从 $ad$ 边射出时,时间均相等,且为最长时间,因转过的圆心角为 300°,所以最长时间为 $t_m = \frac{5}{6}T = \frac{5\pi m}{3qB}$,射出的范围为 $OC = r_2 = \frac{1}{3}L$.




**小结**:在垂直于纸面的无限大的磁感应强度为 $B$ 的匀强磁场中,在 $O$ 点有一粒子源在纸面内,沿同一方向发射速度为 $v$,质量为 $m$,电荷量为 $+q$ 的带电粒子(重力不计),这些带电粒子在匀强磁场中做同方向旋转匀速圆周运动. 其特点是:(1) 各动态圆的圆心(取七个圆)分布在与速度方垂直的同一条直线上,如图所示. (2) 各动态圆的半径 $R$ 各不相同. (3) 各动态圆相交于 $O$ 点.

**例 10**:一质量为 $m$、带电荷量为 $q$ 的粒子以速度 $v_0$ 从 $O$ 点沿 $y$ 轴正方向射入磁感应强度为 $B$ 的一圆形匀强磁场区域,磁场方向垂直于纸面,粒子飞出磁场区后,从 $b$ 处穿过 $x$ 轴,速度方向与 $x$ 轴正向夹角为 30°,如图所示(粒子重力忽略不计). 试求:



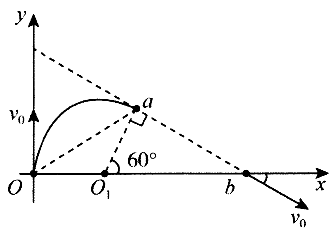

(1) 圆形磁场区的最小面积;

(2) 粒子从 $O$ 点进入磁场区到达 $b$ 点所经历的时间;

(3) $b$ 点的坐标.

**答案**:(1) $\frac{3\pi m^2 v_0^2}{4q^2 B^2}$ (2) $\frac{2\pi m}{3qB} + \frac{\sqrt{3}m}{qB}$ (3) $\left(\frac{3mv_0}{qB}, 0\right)$

**解析**:(1) 由题可知,粒子不可能直接由 $O$ 点经半个圆周偏转到 $b$ 点,其必在圆周运动不到半圈时离开磁场区域后沿直线运动到 $b$ 点. 可知,其离开磁场时的临界点与 $O$ 点都在圆周上,到圆心的距离必相等. 如图所示,过 $b$ 点逆着速度 $v_0$ 的方向作虚线,与 $y$ 轴相交,由于粒子在磁场中偏转的半径一定,且圆心位于 $x$ 轴上,距 $O$ 点距离和到虚线上 $a$ 点垂直距离相等的 $O_1$ 点即为圆周运动的圆心,圆的半径 $R = OO_1 = O_1a$.




由 $Bqv_0 = \frac{mv_0^2}{R}$,得 $R = \frac{mv_0}{qB}$. 弦长 $Oa$ 为 $L = \sqrt{3}R$

要使圆形磁场区域面积最小,则圆形磁场区域的半径应为 $L$ 的一半,即:$r = \frac{1}{2}L = \frac{\sqrt{3}R}{2}$

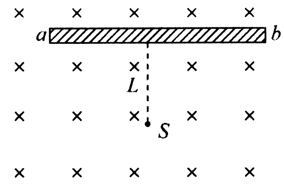
面积 $S_{min} = \pi r^2 = \frac{3\pi m^2 v_0^2}{4q^2 B^2}$.

(2) 粒子运动的圆心角为 120°,时间

$t_1 = \frac{1}{3}T = \frac{2\pi R}{3v_0} = \frac{2\pi m}{3qB}$,离开磁场运动时间 $t_2 = \frac{ab}{v_0} = \frac{\sqrt{3}m}{qB}$,$t_总 = \frac{2\pi m}{3qB} + \frac{\sqrt{3}m}{qB}$.

(3) $Ob$ 距离 $d = 3R = \frac{3mv_0}{qB}$,故 $b$ 点的坐标为 $\left(\frac{3mv_0}{qB}, 0\right)$.

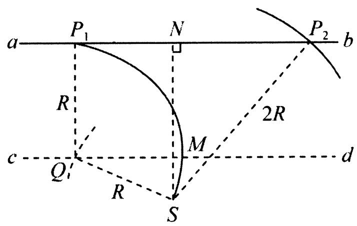
**小结**:在粒子运动过程分析(正确画出运动轨迹示意图)的基础上,借助几何关系先确定最小区域示意图,再利用几何关系求有界磁场区域的最小面积. 注意对于圆形磁场区域:① 粒子射入、射出磁场边界时的速度的垂线的交点即轨迹圆圆心;② 所求最小圆形磁场区域的直径等于粒子运动轨迹的弦长.




**例 11**:如图所示,真空室内存在匀强磁场,磁场方向垂直于纸面向里,磁感应强度的大小 $B = 0.6\ \text{T}$. 磁场内有一块平面感光板 $ab$,板面与磁场方向平行. 在距 $ab$ 为 $L = 16\ \text{cm}$ 处,有一个点状的 α 粒子放射源 $S$,它向各个方向发射 α 粒子,α 粒子的速率都是 $v = 3.0 \times 10^6\ \text{m/s}$. 已知 α 粒子的电荷量与质量之比 $\frac{q}{m} = 5.0 \times 10^7\ \text{C/kg}$. 现只考虑在纸面内运动的 α 粒子,求 $ab$ 板上被 α 粒子打中区域的长度.

**答案**:20 cm

**解析**:α 粒子带正电,故在磁场中沿逆时针方向做匀速圆周运动. 用 $R$ 表示轨迹半径,有 $qvB = \frac{mv^2}{R}$,由此得 $R = \frac{mv}{qB}$,代入数值得 $R = 10\ \text{cm}$,可见 $2R > L > R$.




因朝不同方向发射的 α 粒子的圆轨迹都过 $S$,由此可知,某一圆轨迹在如图中 $N$ 左侧与 $ab$ 相切,则此切点 $P_1$ 就是 α 粒子能打中的左侧最远点. 为确定 $P_1$ 点的位置,可作平行于 $ab$ 的直线 $cd$,$cd$ 到 $ab$ 的距离为 $R$,以 $S$ 为圆心,$R$ 为半径,作圆弧交 $cd$ 于 $Q$ 点,过 $Q$ 作 $ab$ 的垂线,它与 $ab$ 的交点即为 $P_1$.

即:$NP_1 = \sqrt{R^2 - (L-R)^2}$.

再考虑 $N$ 的右侧. 任何 α 粒子在运动中离 $S$ 的距离不可能超过 $2R$,以 $2R$ 为半径、$S$ 为圆心作圆弧,交 $ab$ 于 $N$ 右侧的 $P_2$ 点,此即右侧能打到的最远点.

由图中几何关系得 $NP_2 = \sqrt{(2R)^2 - L^2}$,

所求长度为 $P_1P_2 = NP_1 + NP_2$,

代入数值得 $P_1P_2 = 20\ \text{cm}$.

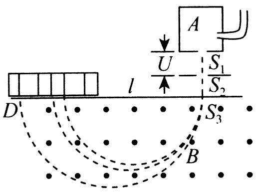
**小结**:此题中带电粒子源处于磁场中,在磁场内向各个方向发射速率相同的粒子,一般有两个临界:(1) 最值相切:当带电粒子的运动轨迹小于 $\frac{1}{2}$ 圆周且与边界相切时,切点为带电粒子不能射出磁场的最值点(或恰能射出磁场的临界点);(2) 最值相交:当粒子的运动轨迹大于或等于 $\frac{1}{2}$ 圆周且与边界相交时,若轨迹圆的直径与边界相交,则交点为带电粒子射出边界的最远点.

# 三十二　带电粒子在组合场中的运动

## 一、“组合场”实例模型

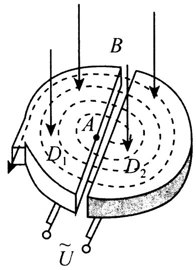
### 1. 质谱仪

质谱仪是测量带电粒子的质量和分析同位素的重要仪器．构造如图所示，粒子源 $A$、加速电场 $U$、偏转磁场 $B$、照相底片 $D$．由粒子源发出的速度几乎为零的粒子经过加速电场 $U$ 加速后，据 $qU=\frac{1}{2}mv^2$ 得：进入磁场的速度 $v=\sqrt{\frac{2qU}{m}}$，在偏转磁场中做匀速圆周运动的半径 $r=\frac{mv}{qB}=\frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU}{q}}$，通过粒子打在 $D$ 上的位置测出粒子做圆周运动的半径 $r$，进而可以求出粒子的比荷 $\frac{q}{m}$ 或粒子的质量．

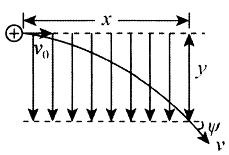
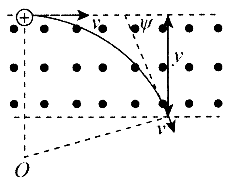



### 2. 回旋加速器

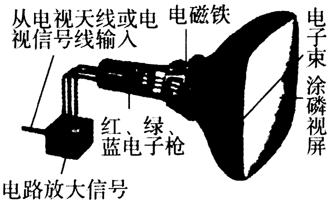
回旋加速器用来加速带电粒子．如图所示，$D_1$、$D_2$ 是两个中空的半圆金属盒，$D$ 形盒的缝隙处接交流电源，$D$ 形盒处于匀强磁场中．交流电的周期和粒子做圆周运动的周期相同，粒子在做圆周运动的过程中一次一次地经过 $D$ 形盒的缝隙，两盒间的电势差一次一次地反向，粒子就会一次一次地加速，每经过磁场一次，粒子加速一次，带电粒子在磁场中偏转、半径不断增大，周期 $T=\frac{2\pi m}{qB}$ 不变，由 $qvB=\frac{mv^2}{R}$ 和 $E_k=\frac{1}{2}mv^2$ 得：$E_k=\frac{q^2B^2R^2}{2m}$，可见粒子获得的最大动能由 $q$、$m$、$B$ 和 $D$ 形盒半径 $R$ 决定，与加速电压无关．



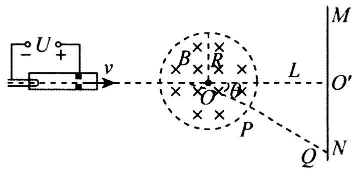

## 二、“电偏转”与“磁偏转”的比较

| | 垂直电场线进入匀强电场（不计重力） | 垂直磁感线进入匀强磁场（不计重力） |
|---|---|---|
| 受力情况 | 电场力 $F_{电}=qE$，其大小、方向不变，与速度 $v$ 无关，$F_{电}$ 是恒力 | 洛伦兹力 $F_{洛}=qvB$，其大小不变，方向随 $v$ 而改变，$F_{洛}$ 是变力 |
| 轨迹 | 抛物线 | 圆或圆的一部分 |
| 运动轨迹 |  |  |
| 求解方法 | 利用类似平抛运动的规律求解：<br>$v_x=v_0$，$x=v_0t$，$v_y=at=\frac{qEt}{m}$<br>偏转角 $\varphi$：$\tan\varphi=\frac{v_y}{v_0}=\frac{qEt}{mv_0}$ | 半径：$r=\frac{mv}{qB}$　周期：$T=\frac{2\pi m}{qB}$<br>偏移距离 $y$ 和偏转角 $\varphi$ 要结合圆的几何关系利用圆周运动规律讨论求解 |
| 运动时间 | $t=\frac{x}{v_0}$ | $t=\frac{\varphi}{2\pi}T=\frac{\varphi m}{Bq}$ |
| 动能 | 变化 | 不变 |

**例 1**：如图甲所示为显像管示意图，其原理可简化为如图乙所示．圆形区域半径为 $R$，圆心在 $O$ 点，区域中有方向垂直纸面向里的匀强磁场，磁感应强度大小为 $B$. 电子在电子枪中经电场加速后正对磁场圆心 $O$ 垂直进入磁场，偏转 $\theta$ 角后从磁场边界 $P$ 点射出并打在荧光屏 $MN$ 上的 $Q$ 点，磁场右边界与荧光屏的距离 $L$，$OO'$ 垂直于荧光屏．电子电荷量为 $e$，质量为 $m$，忽略电子加速前的初动能及电子间的相互作用．求：



甲



乙

(1) 电子打到荧光屏上的位置 $Q$ 与 $O'$ 的距离 $y$；

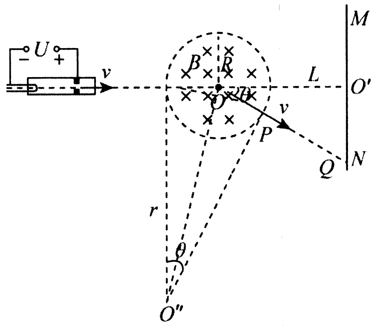
(2) 电子枪的加速电压 $U$.

**答案**：(1) $(R+L)\tan\theta$　(2) $\dfrac{eB^2R^2}{2m\tan^2\dfrac{\theta}{2}}$

**解析**：(1) 由图中几何关系，得：$\tan\theta=\dfrac{y}{R+L}$.

所以 $y=(R+L)\tan\theta$.

(2) 电子在磁场中，洛伦兹力提供做圆周运动的向心力 $evB=\dfrac{mv^2}{r}$



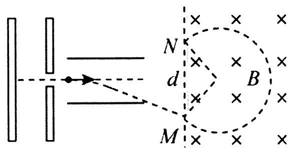

由图中几何关系得：$\tan\dfrac{\theta}{2}=\dfrac{R}{r}$

联立解得：$v=\dfrac{eBR}{m\tan\dfrac{\theta}{2}}$

电子在电子枪中加速，由动能定理得：$eU=\dfrac{1}{2}mv^2$

联立解得：$U=\dfrac{eB^2R^2}{2m\tan^2\dfrac{\theta}{2}}$.

**例 2**：如图所示，某种带电粒子由静止开始经电压为 $U_1$ 的电场加速后，射入水平放置、电势差为 $U_2$ 的两导体板间的匀强电场中，带电粒子沿平行于两板的方向从两板正中间射入，穿过两板后又垂直于磁场方向射入边界线竖直的匀强磁场中，则粒子入磁场和射出磁场的 $M$、$N$ 两点间的距离 $d$ 随着 $U_1$ 和 $U_2$ 的变化情况为(不计重力，不考虑边缘效应)　(　　)




A. $d$ 随 $U_1$ 变化，$d$ 与 $U_2$ 无关

B. $d$ 与 $U_1$ 无关，$d$ 随 $U_2$ 变化

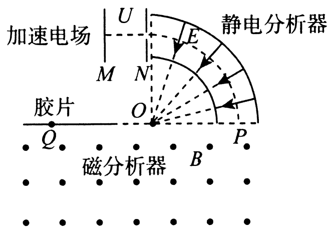
C. $d$ 随 $U_1$ 变化，$d$ 随 $U_2$ 变化

D. $d$ 与 $U_1$ 无关，$d$ 与 $U_2$ 无关

**答案**：A

**解析**：带电粒子在电场中做类平抛运动，可将射出电场的粒子速度 $v$ 分解成初速度方向与加速度方向，设出射速度与水平夹角为 $\theta$，则有 $\dfrac{v_0}{v}=\cos\theta$，而在磁场中做匀速圆周运动，设运动轨迹对应的半径为 $R$，由几何关系得，半径与直线 $MN$ 夹角正好等于 $\theta$，则有 $\dfrac{d}{2R}=\cos\theta$，所以 $d=\dfrac{2Rv_0}{v}$，又因为半径公式 $R=\dfrac{mv}{qB}$，则有 $d=\dfrac{2mv_0}{qB}=\dfrac{2}{B}\sqrt{\dfrac{2mU_1}{q}}$. 故 $d$ 随 $U_1$ 变化，$d$ 与 $U_2$ 无关，故选项 A 正确，选项 B、C、D 错误.

**例 3**:如图所示为一种质谱仪示意图,由加速电场、静电分析器和磁分析器组成.若静电分析器通道中心线的半径为 $R$,通道内均匀辐射电场在中心线处的电场强度大小为 $E$,磁分析器有范围足够大的有界匀强磁场,磁感应强度大小为 $B$、方向垂直纸面向外.一质量为 $m$、带电荷量为 $q$ 的粒子从静止开始经加速电场加速后沿中心线通过静电分析器,由 $P$ 点垂直边界进入磁分析器,最终打到胶片上的 $Q$ 点.不计粒子重力,下列说法正确的是（　　）




A. 粒子一定带正电

B. 加速电场的电压 $U=\frac{1}{2}ER$

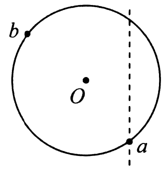
C. 直径 $PQ=\frac{2}{B}\sqrt{qmER}$

D. 若一群粒子从静止开始经过上述过程都落在胶片上同一点,则该群粒子具有相同的比荷

**答案**:ABD

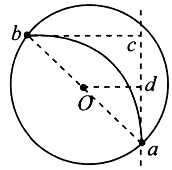
**解析**:粒子在磁场中由 $P$ 点运动到 $Q$ 点,由左手定则可判断粒子带正电,选项 A 正确;由 $qE=\frac{mv^2}{R}$ 和 $qU=\frac{1}{2}mv^2$,可得 $U=\frac{1}{2}ER$,选项 B 正确;由 $qE=\frac{mv^2}{R}$ 和 $qvB=\frac{mv^2}{r}$,可得:$PQ=2r=\frac{2}{B}\sqrt{\frac{mER}{q}}$,选项 C 错误;若一群粒子从静止开始落在胶片上的同一点,即 $E$、$U$、$B$、$R$ 及 $PQ$ 间的距离都相同,由以上式子可得 $\frac{m}{q}$ 相同,即比荷相同,选项 D 正确.

**例 4**:如图所示,一半径为 $R$ 的圆表示一柱形区域的横截面(纸面).在柱形区域内加一方向垂直于纸面的匀强磁场,一质量为 $m$、带电荷量为 $q$ 的粒子沿图中虚线在圆上的 $a$ 点射入柱形区域,从圆上的 $b$ 点离开该区域,离开时速度方向与直线垂直.圆心 $O$ 到直线的距离为 $\frac{3}{5}R$.现将磁场换为平行于纸面且垂直于虚线的匀强电场,同一粒子以同样速度沿虚线在 $a$ 点射入柱形区域,也在 $b$ 点离开该区域.若磁感应强度大小为 $B$,不计重力,求电场强度的大小.




**答案**:$\frac{14qRB^2}{5m}$

**解析**:粒子在磁场中做圆周运动.设圆周的半径为 $r$,由牛顿第二定律和洛伦兹力公式得 $qvB=\frac{mv^2}{r}$①,式中 $v$ 为粒子在 $a$ 点的速度.




过 $b$ 点和 $O$ 点作虚线的垂线,分别与虚线交于 $c$ 和 $d$ 点.由几何关系知,线段 $ac$、$bc$ 和过 $a$、$b$ 两点的轨迹圆弧的两条半径(未画出)围成一正方形,因此 $ac=bc=r$②

设 $cd=x$,由几何关系得

$ac=\frac{4}{5}R+x$③

$bc=\frac{3}{5}R+\sqrt{R^2-x^2}$④

联立②③④式得:$r=\frac{7}{5}R$⑤

再考虑粒子在电场中的运动.设电场强度的大小为 $E$,粒子在电场中做类平抛运动.设其加速度大小为 $a$,由牛顿第二定律和带电粒子在电场中的受力公式得:$qE=ma$⑥

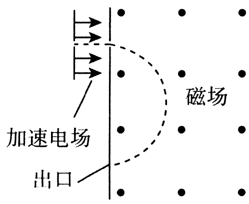
粒子在沿电场方向和垂直电场方向所经过的距离均为 $r$,由运动学公式得:

$r=\frac{1}{2}at^2$⑦　$r=vt$⑧

式中 $t$ 是粒子在电场中运动的时间

联立①⑤⑥⑦⑧式得:$E=\frac{14qRB^2}{5m}$.

**例 5**：现代质谱仪可用来分析比质子重很多倍的离子，其示意图如图所示，其中加速电压恒定．质子在入口处从静止开始被加速电场加速，经匀强磁场偏转后从出口离开磁场．若某种一价正离子在入口处从静止开始被同一加速电场加速，为使它经匀强磁场偏转后仍从同一出口离开磁场，需将磁感应强度增加到原来的 12 倍．此离子和质子的质量比约为（　　）

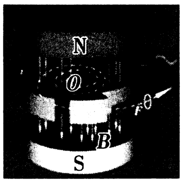



A. 11　　B. 12　　C. 121　　D. 144

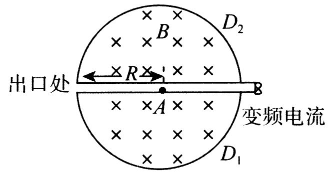
**答案**：D

**解析**：带电粒子在加速电场中运动时，有 $qU=\frac{1}{2}mv^2-0$，在磁场中偏转时，其半径 $r=\frac{mv}{qB}$，由以上两式整理得 $r=\frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU}{q}}$．由于质子与一价正离子的电荷量相同，$B_1:B_2=1:12$，当半径相等时，解得 $\frac{m_2}{m_1}=144$，选项 D 正确．

**例 6**：某型号的回旋加速器的工作原理图如图甲所示，图乙为俯视图．回旋加速器的核心部分为 $D$ 形盒，$D$ 形盒置于真空容器中，整个装置放在电磁铁两极之间的磁场中，磁场可以认为是匀强磁场，且与 $D$ 形盒盒面垂直．两盒间狭缝很小，带电粒子穿过的时间可以忽略不计．质子从粒子源 $A$ 处进入加速电场的初速度不计，从静止开始加速到出口处所需的时间为 $t$，已知磁场的磁感应强度大小为 $B$，质子质量为 $m$、电荷量为 $+q$，加速器接一高频交流电源，其电压为 $U$，可以使质子每次经过狭缝都能被加速，不考虑相对论效应和重力作用，则下列说法正确的是（　　）



甲



乙

A. 质子第一次经过狭缝被加速后，进入 $D$ 形盒运动轨道的半径 $r=\frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU}{q}}$

B. $D$ 形盒半径 $R=\sqrt{\frac{2Ut}{\pi B}}$

C. 质子能够获得的最大动能为 $\frac{2q^2BUt}{\pi m}$

D. 加速质子时的交流电源频率与加速 α 粒子的交流电源频率之比为 1∶1

**答案**：AB

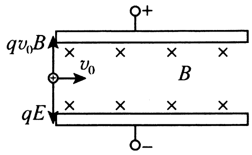
**解析**：由 $qU=\frac{1}{2}mv^2-0$ 和 $r=\frac{mv}{qB}$，解得 $r=\frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU}{q}}$，选项 A 正确；设带电粒子在磁场中转的圈数为 $n$，则 $n=\frac{t}{\frac{2\pi m}{qB}}=\frac{tqB}{2\pi m}$，带电粒子在电场中加速的次数为 $2n$，获得的最大速度为 $v_m$，则 $2nqU=\frac{1}{2}mv_m^2-0$，得 $v_m=\sqrt{\frac{4nUq}{m}}$，$D$ 形盒的半径为 $R=\frac{mv_m}{qB}$，三式联立解得 $R=\sqrt{\frac{2Ut}{\pi B}}$，选项 B 正确；质子能够获得的最大动能为 $E_{km}=2nUq=\frac{q^2BUt}{\pi m}$，选项 C 错误；交流电源频率 $f=\frac{qB}{2\pi m}$，加速质子时的交流电源频率与加速 α 粒子的交流电源频率之比为 2∶1，选项 D 错误．

# 三十三 带电粒子在叠加场中的运动

## 一、“叠加场”实例模型(速度选择器等)

1. 速度选择器

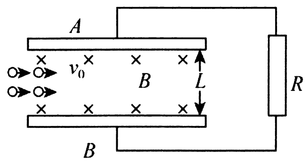
(1) 原理:如图所示,由于粒子所受重力可忽略不计、运动方向相同而速率不同的正粒子组成的微粒束垂直射入相互正交的匀强电场和匀强磁场所组成的场区中,已知电场强度为 $E$,磁感应强度为 $B$,若粒子的运动轨迹不发生偏折,必须满足平衡条件:$qv_0B = qE$,故 $v_0 = \frac{E}{B}$,这样就把满足 $v_0 = \frac{E}{B}$ 的粒子从速度选择器中选择出来了.




(2) 特点:速度选择器只选择速度(大小、方向)而不选择粒子的质量和电荷量,如图中若某粒子从右侧入射,则不能穿出场区;速度选择器 $B$、$E$、$v$ 三个物理量的大小、方向互相约束,以保证粒子受到的电场力和洛伦兹力等大、反向.若图中只改变磁场 $B$ 的方向,粒子在竖直方向上将向下偏转;当 $v > v_0 = \frac{E}{B}$ 时,即 $qvB > qE$,粒子向上偏转;当 $v < v_0 = \frac{E}{B}$ 时,即 $qvB < qE$,粒子向下偏转.

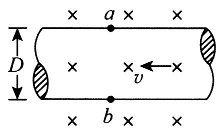
2. 磁流体发电机

如图所示是磁流体发电机示意图,其原理是:等离子气体喷入磁场,正、负粒子在洛伦兹力作用下发生上下偏转而聚集到 $A$、$B$ 板上,产生电势差,设 $A$、$B$ 平行金属板的面积为 $S$,相距为 $L$,等离子气体的电阻率为 $\rho$,喷入气体速度为 $v$,板间磁场的磁感应强度为 $B$,板外电阻为 $R$. 当等离子气体匀速通过 $A$、$B$ 板间时,$A$、$B$ 板上聚集的电荷最多,板间电势差最大,即为电源电动势,此时离子受力平衡:$qvB = qE$,$E = vB$,电动势 $U = EL = BLv$,电源内阻 $r = \rho\frac{L}{S}$,$R$ 中电流 $I = \frac{E}{R+r} = \frac{BLv}{R+\frac{\rho L}{S}} = \frac{BLSv}{RS+\rho L}$.



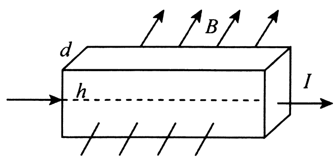

3. 电磁流量计

电磁流量计是用来测定导电液体在导管中流动时流量的仪器.如图所示,一圆形导管直径为 $D$,用非磁性材料制成,其中有可以导电的液体向左流动,导电液体中的自由电荷(正、负离子)在洛仑兹力作用下纵向偏转,$a$、$b$ 间出现电势差,当自由电荷所受静电力和洛伦兹力平衡时,$a$、$b$ 间的电势差就保持稳定.由 $Bqv = \frac{qU}{D}$,可得:$v = \frac{U}{BD}$,流量 $Q = Sv = \frac{\pi D^2}{4} \times \frac{U}{BD} = \frac{\pi DU}{4B}$.




4. 霍尔效应

如图所示,厚度为 $h$,宽度为 $d$ 的导体板放在垂直于磁感应强度为 $B$ 的匀强磁场中,当电流通过导体板时,在导体板上下侧面间会产生电势差,这种现象叫霍尔效应,产生的电压称为霍尔电压,$U = k\frac{IB}{d}$,$k$ 为霍尔系数,$k = \frac{1}{ne}$($n$ 为单位体积内的自由电子数,$e$ 是电子的电荷量)

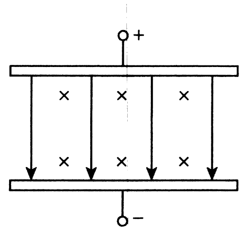



## 二、重要结论

(1) 物体在重力、电场力和洛伦兹力三个力的作用下做直线运动,一定是匀速直线运动.

(2) 物体在重力、电场力和洛伦兹力三个力的作用下做匀速圆周运动,一定是电场力和重力等大,反向.

**例 1**：如图所示的平行板之间，电场强度 $E$ 和磁感应强度 $B$ 相互垂直，具有不同水平速度的带电粒子(不计重力) 射入后发生偏转的情况不同．这种器件能把具有特定速度的粒子选择出来，所以叫速度选择器．下列关于速度选择器的说法正确的是　(　　)




A. 这个特定速度与粒子的质量有关

B. 这个特定速度与粒子的比荷有关

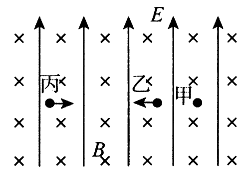
C. 从右向左以特定速度射入的粒子有可能沿直线穿出速度选择器

D. 从左向右以特定速度射入的粒子才能沿直线穿出速度选择器

**答案**：D

**解析**：当带电粒子能从左向右匀速直线穿过时，电场力和洛伦兹力反向，且 $qvB = qE$，解得 $v = \frac{E}{B}$，该速度与粒子的质量和带电荷量无关，选项 A、B 错误；当粒子从右向左运动时，电场力和洛伦兹力的方向相同，粒子不可能沿直线穿过，选项 C 错误，选项 D 正确.

**例 2**：如图所示，在真空空间中，有沿水平方向的、垂直于纸面向里的匀强磁场 $B$，还有方向竖直向上的匀强电场 $E$，三个带电液滴(可视为质点) 甲、乙、丙带有等量同种电荷. 已知甲静止，乙水平向左匀速运动，丙水平向右匀速运动，则下列说法正确的是　(　　)




A. 三个液滴都带负电

B. 丙质量最大，甲质量次之，乙质量最小

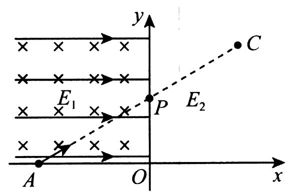
C. 若仅撤去磁场，甲可能做匀加速直线运动

D. 若仅撤去电场，乙和丙可能做匀速圆周运动

**答案**：B

**解析**：甲静止，不受洛伦兹力，由受力平衡，有 $m_{甲}g = qE$，重力和电场力等值、反向、共线，故电场力向上，由于电场 $E$ 的方向竖直向上，故甲带正电，由于甲、乙、丙带同种电荷，故三个液滴都带正电，选项 A 错误；乙受力平衡，有 $m_{乙}g + qv_{乙}B = qE$，故 $m_{甲} > m_{乙}$，丙受力平衡，有 $m_{丙}g = qv_{丙}B + qE$，故 $m_{丙} > m_{甲}$，选项 B 正确；甲静止，不受洛伦兹力，电场力和重力相平衡，所以仅撤去磁场甲仍然静止，选项 C 错误；仅撤去电场，乙和丙除受洛伦兹力外，还受竖直向下的重力作用，速度将增大，洛伦兹力的大小和方向随速度的大小和方向变化而变化，乙和丙不可能做匀速圆周运动，选项 D 错误.

**例 3**：如图所示，在一竖直平面内，$y$ 轴左侧有一水平向右的匀强电场 $E_1$ 和一垂直纸面向里的匀强磁场 $B$，$y$ 轴右侧有一竖直方向的匀强电场 $E_2$. 一电荷量为 $q$(电性未知)、质量为 $m$ 的微粒从 $x$ 轴上 $A$ 点以一定初速度与水平方向成 $\theta = 37°$ 角沿直线经 $P$ 点运动到图中 $C$ 点，其中 $m$、$q$、$B$ 均已知，重力加速度为 $g$，则　(　　)




A. 微粒一定带负电

B. 电场强度 $E_2$ 一定竖直向下

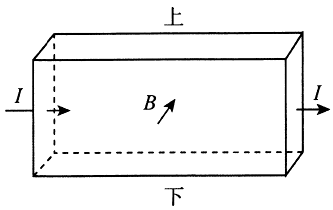
C. 两电场强度之比 $\frac{E_1}{E_2} = \frac{4}{3}$

D. 微粒的初速度为 $v = \frac{5mg}{4Bq}$

**答案**：D

**解析**：微粒从 $A$ 到 $P$ 受重力、电场力和洛伦兹力作用做直线运动，则微粒做匀速直线运动，由左手定则及电场力的性质可确定微粒一定带正电，此时有 $qE_1 = mg\tan 37°$，选项 A 错误；微粒从 $P$ 到 $C$ 在电场力、重力作用下做直线运动，必有 $mg = qE_2$，所以 $E_2$ 的方向竖直向上，选项 B 错误；由以上分析可知 $\frac{E_1}{E_2} = \frac{3}{4}$，选项 C 错误；$AP$ 段有 $mg = Bqv\cos 37°$，即 $v = \frac{5mg}{4Bq}$，选项 D 正确.

**例 4**:物理学家霍尔于 1879 年在实验中发现,当电流垂直于导体或半导体材料左右两个端面时,在材料的上下两个端面之间产生电势差.这一现象被称做霍尔效应,产生这种效应的元件叫霍尔元件,在现代技术中被广泛应用.如图霍尔元件的原理示意图,其霍尔电压$U$与电流$I$和磁感应强度$B$的关系可用公式$U_H = k_H \frac{IB}{d}$表示,其中$k_H$叫该元件的霍尔系数.根据所学的物理知识,判断下列说法正确的是 ( )




A. 霍尔元件上表面电势一定高于下表面电势

B. 公式中的$d$指元件上下表面间的距离

C. 霍尔系数$k_H$是一个没有单位的常数

D. 霍尔系数$k_H$的单位是$m^3 \cdot s^{-1} \cdot A^{-1}$

**答案**:D

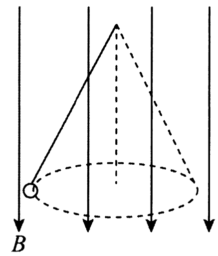
**解析**:霍尔元件的电流方向向右,霍尔元件的自由电子的定向移动的方向向左,用左手定则判断:四指指向电子运动的反方向,磁感线穿过手心,大拇指所指的方向为自由电子所受到的洛伦兹力的方向,自由电子受洛伦兹力的方向向上,所以自由电子聚集在上表面.随着自由电子在上表面的聚集,在上、下表面之间形成"下正上负"的电场,这个电场对自由电子产生作用力,作用力与自由电子刚进入磁场时所受的洛仑兹力方向相反.当电场强度增加到使电场力与洛伦兹力平衡时,自由电子不再向上表面移动.在霍尔元件的上、下表面形成一个稳定的电势差$U_H$,研究电流中的某一个自由电子,其带电荷量为$e$,根据物体的平衡可得:$eBv = eE = \frac{eU}{L}$

由电流的微观表达式 $I = neSv$

由几何关系可得:$S = dL$

结合$U_H = k_H \frac{IB}{d}$可得:$k_H = \frac{1}{ne}$($n$为单位体积内的自由电子数),霍尔系数$k_H$的单位是$m^3 \cdot s^{-1} \cdot A^{-1}$,选项D正确.

**例 5**:如图所示,现有一质量为$m$,电荷量为$q$的带负电的小球(可视为质点)用不可伸长的绝缘细线拴住,细线的另一端系于$O$点,现加一竖直向下的匀强磁场(磁感应强度大小为$B$)和匀强电场,使小球在水平面内以某一角速度做匀速圆周运动,这是细线与竖直方向夹角为$\theta = 30°$,且细线张力恰好为零,不计空气阻力,则下列判断正确的是 ( )




A. 球运动的角速度$\omega = \frac{qB}{m}$

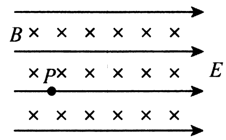
B. 从上往下看,小球沿逆时针方向旋转

C. 若某时刻撤去磁场,小球做圆周运动的角速度$\omega' = \frac{qB}{2m}$

D. 若某时刻撤去磁场,小球做圆周运动的线速度减小

**答案**:AC

**解析**:由于细线张力为零且小球做匀速圆周运动,则小球受到的重力和电场力等大反向,小球受到的洛伦兹力提供向心力,则:$qE = mg$,$qvB = \frac{mv^2}{r_1} = mv\omega$,可得:球运动的角速度$\omega = \frac{qB}{m}$,选项A正确;结合左手定则可得:从上往下看,小球沿顺时针方向旋转;若某时刻撤去磁场,重力和电场力平衡,细线的拉力不做功,即合力不做功,小球的动能不变,小球做圆周运动的线速度大小不变,选项D错误;开始小球的轨道半径为$r_1 = L\sin 30° = \frac{1}{2}L$,小球的角速度$\omega = \frac{v}{r_1} = \frac{2v}{L} = \frac{qB}{m}$;若某时刻撤去磁场,重力和电场力平衡,细线的拉力提供向心力,此时小球的轨道半径$r_2 = L$,小球做圆周运动的角速度$\omega' = \frac{v}{L} = \frac{qB}{2m}$,选项C正确.



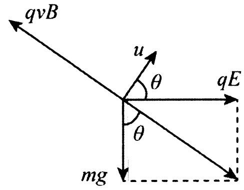

**例 6**:如图所示,空间中存在着水平向右的匀强电场,电场强度大小 $E = 5\sqrt{3}$ N/C,同时存在着水平方向的匀强磁场,其方向与电场方向垂直,磁感应强度大小 $B = 0.5$ T. 有一带正电的小球,质量 $m = 1.0\times10^{-6}$ kg,电荷量 $q = 2\times10^{-6}$ C,正以速度 $v$ 在图示的竖直面内做匀速直线运动,当经过 $P$ 点时撤掉磁场(不考虑磁场消失引起的电磁感应现象),取 $g = 10$ m/s². 求:

(1) 小球做匀速直线运动的速度 $v$ 的大小和方向;

(2) 从撤掉磁场到小球再次穿过 $P$ 点所在的这条电场线经历的时间 $t$.

**答案**:(1)20 m/s,与电场 $E$ 的方向之间的夹角为 60° 斜向上　(2)3.5 s

**解析**:(1) 小球匀速直线运动时受力如图,其所受的三个力在同一平面内,合力为零,有:




$qvB = \sqrt{(qE)^2 + m^2g^2}$ ①

代入数据解得:$v = 20$ m/s②

速度 $v$ 的方向与电场 $E$ 的方向之间的夹角满足

$\tan\theta = \dfrac{qE}{mg}$ ③

代入数据解得:$\tan\theta = \sqrt{3}$

则 $\theta = 60°$ ④

(2) 撤去磁场,小球在重力与电场力的合力作用下做类平抛运动,设其加速度为 $a$,有

$a = \dfrac{\sqrt{q^2E^2 + m^2g^2}}{m}$ ⑤

设撤去磁场后小球在初速度方向上的分位移为 $x$,有

$x = vt$ ⑥

设小球在重力与电场力的合力方向上分位移为 $y$,有

$y = \dfrac{1}{2}at^2$ ⑦

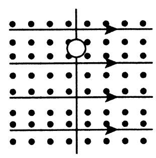
$a$ 与 $mg$ 的夹角和 $v$ 与 $E$ 的夹角相同,均为 $\theta$,又

$\tan\theta = \dfrac{y}{x}$ ⑧

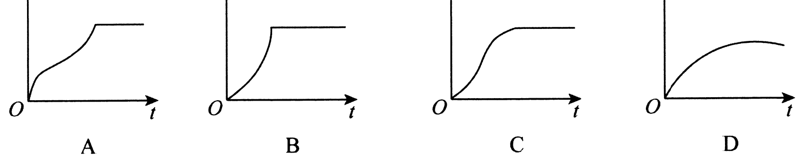
联立 ④⑤⑥⑦⑧ 式,代入数据解得:$t = 2\sqrt{3}$ s $\approx 3.5$ s⑨

另解:撤去磁场后,由于电场力垂直于竖直方向,它对竖直方向的分运动没有影响,以 $P$ 点为坐标原点,竖直向上为正方向,小球在竖直方向上做匀减速运动,其初速度为:$v_y = v\sin\theta$,若使小球再次经过 $P$ 点所在的电场线,仅需小球的竖直方向上分位移为零,则有:$v_yt - \dfrac{1}{2}gt^2 = 0$

联立以上各式,代入数据解得 $t = 2\sqrt{3}$ s $\approx 3.5$ s.



**例 7**:如图所示,粗糙的足够长的竖直木杆上套有一个带电的小球,整个装置处在由水平匀强电场和垂直纸面向外的匀强磁场组成的足够大的复合场中,小球由静止开始下滑,在整个运动过程中小球的 $v-t$ 图象如图所示,其中正确的是　(　　)




**答案**:C

**解析**:小球下滑过程中,$qE$ 与 $qvB$ 反向,开始下落时 $qE > qvB$,所以 $a = \dfrac{mg - \mu(qE - qvB)}{m}$,随下落速度 $v$ 的增大 $a$ 逐渐增大;当 $qE < qvB$ 之后,其 $a = \dfrac{mg - \mu(qvB - qE)}{m}$,随下落速度 $v$ 的增大 $a$ 逐渐减小;最后 $a = 0$,小球匀速下落,故选项 C 正确,选项 A、B、D 错误.

# 三十四　电磁感应现象、楞次定律

## 一、电磁感应现象

1. 磁通量

(1) 定义：在磁感应强度为 $B$ 的匀强磁场中，与磁场方向垂直的面积 $S$ 和 $B$ 的乘积.

(2) 公式：$\Phi = B \cdot S$.

(3) 单位：$1\ \mathrm{Wb} = 1\ \mathrm{T} \cdot \mathrm{m}^2$.

(4) 标矢性：磁通量是标量，但有正、负.

(5) 物理意义：磁通量可以理解为穿过某一面积的磁感线的条数.

2. 电磁感应

(1) 电磁感应现象：当穿过闭合电路的磁通量发生变化时，电路中有电流产生，这种现象称为电磁感应现象.

(2) 产生感应电流的条件

① 电路闭合；② 磁通量变化.

(3) 电磁感应现象的实质：电路中产生感应电动势，如果电路闭合则有感应电流产生.

(4) 能量转化：发生电磁感应现象时，机械能或其他形式的能转化为电能.

## 二、感应电流方向的判断

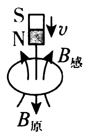
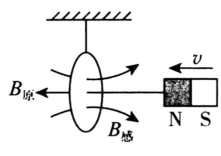
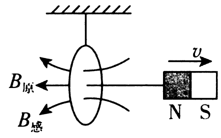
1. 楞次定律

(1) 内容：感应电流的磁场总要阻碍引起感应电流的磁通量的变化.

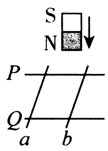
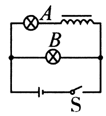
(2) 适用情况：所有的电磁感应现象.

(3) 楞次定律推论的应用

楞次定律中“阻碍”的含义可以推广为：感应电流的效果总是阻碍引起感应电流的原因，列表说明如下：

| 内容 | 例证 |
| --- | --- |
| 阻碍原磁通量变化——“增反减同” |   磁铁靠近线圈，$B_{感}$ 与 $B_{原}$ 反向 |
| 阻碍相对运动——“来拒去留” |   磁铁靠近，是斥力<br>  磁铁远离，是引力 |

续表

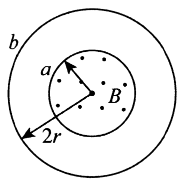
| 内容 | 例证 |
| --- | --- |
| 使回路面积有扩大或缩小的趋势——“增缩减扩” |   $P$、$Q$是光滑固定导轨，$a$、$b$是可动金属棒，磁铁下移，面积应减小，$a$、$b$靠近 |
| |   $B$减小，线圈扩张 |
| 阻碍原电流的变化——“增反减同” |   合上S，$B$立即亮 |

2. 右手定则

(1) 内容：伸开右手，使拇指与其余四个手指垂直，并且都与手掌在同一个平面内，让磁感线从掌心进入，并使拇指指向导体运动的方向，这时四指所指的方向就是感应电流的方向.

(2) 适用情况：导体切割磁感线产生感应电流.

**例1**：如图所示，两个单匝线圈$a$、$b$的半径分别为$r$和$2r$. 圆形匀强磁场$B$的边缘恰好与$a$线圈重合，则穿过$a$、$b$两线圈的磁通量之比为（　　）

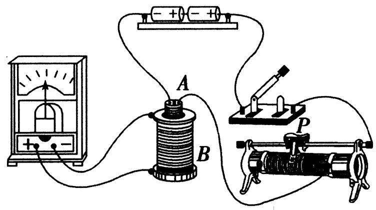



A. 1∶1　　B. 1∶2　　C. 1∶4　　D. 4∶1

**答案**：A

**解析**：磁通量$\Phi=B\cdot S$，其中$B$为磁感应强度，$S$为与$B$垂直的有效面积. 因为是同一磁场，$B$相同，且有效面积相同，$S_a=S_b$，故$\Phi_a=\Phi_b$. 选项A正确.

**例2**：现将电池组、滑动变阻器、带铁芯的线圈$A$、线圈$B$、电流计及开关按如图所示连接. 下列说法中正确的是（　　）




A. 开关闭合后，线圈$A$插入或拔出都会引起电流计指针偏转

B. 线圈$A$插入线圈$B$中后，开关闭合和断开的瞬间，电流计指针均不会偏转

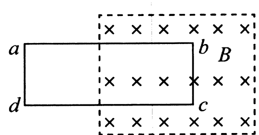
C. 开关闭合后，滑动变阻器的滑片$P$匀速滑动，会使电流计指针静止在中央零刻度

D. 开关闭合后，只有滑动变阻器的滑片$P$加速滑动，电流计指针才能偏转

**答案**：A

**解析**：线圈$A$插入或拔出，都将造成线圈$B$处磁场的变化，因此穿过线圈$B$的磁通量变化，产生感应电流，故A正确；开关闭合和断开均能引起线圈$B$中磁通量的变化而产生感应电流，故B错误；开关闭合后，只要移动滑片$P$，线圈$B$中磁通量就变化而产生感应电流，故C、D错误.

**例3**：如图所示，矩形线框$abcd$由静止开始运动，若使线框中产生感应电流，则线框的运动情况应该是（　　）




A. 向右平动（$ad$边还没有进入磁场）　　B. 向上平动（$ab$边还没有离开磁场）

C. 以$bc$边为轴转动（$ad$边还没有转入磁场）　　D. 以$ab$边为轴转动（转角不超过90°）

**答案**：AD

**解析**：选项A和D所描述的情况中，线框在磁场中的有效面积$S$均发生变化（A情况下$S$增大，D情况下$S$减小），穿过线框的磁通量均改变，由产生感应电流的条件知线框中会产生感应电流. 而选项B、C所描述的情况中，线框中的磁通量均不改变，不会产生感应电流.

**点拨**：电磁感应现象能否发生的判断流程

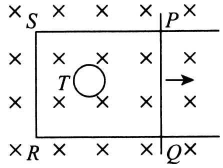
(1) 确定研究的闭合回路.

(2) 弄清楚回路内的磁场分布，并确定其磁通量$\Phi$.

(3) $\Phi$不变 ⟶ 无感应电流

　　$\Phi$变化 ⟶ 回路闭合，有感应电流；不闭合，无感应电流，但有感应电动势

**例4**:如图,在方向垂直于纸面向里的匀强磁场中有一U形金属导轨,导轨平面与磁场垂直,金属杆$PQ$置于导轨上并与导轨形成闭合回路$PQRS$,一圆环形金属线框$T$位于回路围成的区域内,线框与导轨共面.现让金属杆$PQ$突然向右运动,在运动开始的瞬间,关于感应电流的方向,下列说法正确的是 ( )




A. $PQRS$中沿顺时针方向,$T$中沿逆时针方向

B. $PQRS$中沿顺时针方向,$T$中沿顺时针方向

C. $PQRS$中沿逆时针方向,$T$中沿逆时针方向

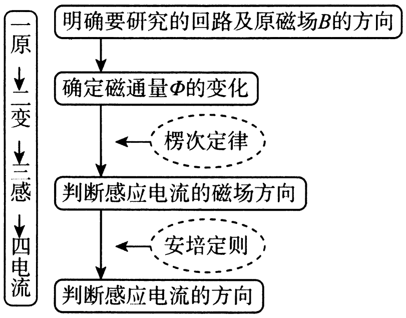
D. $PQRS$中沿逆时针方向,$T$中沿顺时针方向

**答案**:D

**解析**:金属杆$PQ$突然向右运动,由右手定则可知,$PQRS$中有沿逆时针方向的感应电流,由于感应电流产生的磁场与原磁场方向相反,则穿过圆环形金属线框$T$中的磁通量减小,由楞次定律可知,$T$中有沿顺时针方向的感应电流,故选项D正确,A、B、C错误.

**点拨**:判断感应电流方向的两种方法

方法一　用楞次定律判断("四步法")




方法二　用右手定则判断

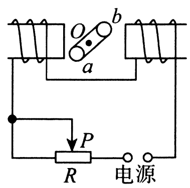
该方法适用于闭合电路的部分导体切割磁感线产生的感应电流.判断时注意掌心、拇指、四指的方向:

(1)掌心——磁感线垂直穿入;

(2)拇指——指向导体运动的方向;

(3)四指——指向感应电流的方向.

**例5**:如图所示,$ab$是一个可以绕垂直于纸面的轴$O$转动的闭合矩形导体线圈,当滑动变阻器$R$的滑片$P$自左向右滑动的过程中,线圈$ab$将 ( )



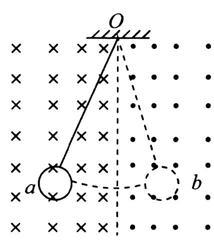

A. 静止不动　　B. 顺时针转动

C. 逆时针转动　　D. 发生转动,但电源的极性不明,无法确定转动方向

**答案**:B

**解析**:题图中的两个通电的电磁铁之间的磁场方向总是水平的,当滑动变阻器$R$的滑片$P$自左向右滑动的过程中,电路的电流是增大的,两个电磁铁之间的磁场的磁感应强度也是增大的,穿过闭合导体线圈的磁通量是增大的,线圈在原磁场中所受的磁场力肯定使线圈向磁通量减小的方向运动,显然只有顺时针方向的运动才能使线圈中的磁通量减小.

**例6**:如图所示,磁场垂直于纸面,磁感应强度在竖直方向均匀分布,水平方向非均匀分布.一铜制圆环用丝线悬挂于$O$点,将圆环拉至位置$a$后无初速释放,在圆环从$a$摆向$b$的过程中 ( )




A. 感应电流方向先逆时针后顺时针再逆时针

B. 感应电流方向一直是逆时针

C. 安培力方向始终与速度方向相反

D. 安培力方向始终沿水平方向

**答案**:AD

**解析**:从磁场分布可看出:左侧向里的磁场从左向右越来越强,右侧向外的磁场从左向右越来越弱.所以,圆环从位置$a$运动到磁场分界线前,磁通量向里增大,由楞次定律("增反减同")知,感应电流的磁场与原磁场方向相反即向外,由安培定则知,感应电流沿逆时针方向;同理,跨越分界线过程中,磁通量由向里最大变为向外最大,感应电流沿顺时针方向;继续摆到$b$的过程中,磁通量向外减小,感应电流沿逆时针方向,A正确,B错误;由于圆环所在处的磁场上下对称,圆环等效水平部分所受安培力使圆环在竖直方向平衡,所以总的安培力沿水平方向,故D正确,C错误.

**例 7**：很多相同的绝缘铜圆环沿竖直方向叠放，形成一很长的竖直圆筒．一条形磁铁沿圆筒的中心轴竖直放置，其下端与圆筒上端开口平齐，让条形磁铁从静止开始下落.条形磁铁在圆筒中的运动速率　　(　　)

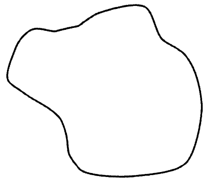
A. 均匀增大　　B. 先增大，后减小

C. 逐渐增大，趋于不变　　D. 先增大，再减小，最后不变

**答案**：C

**解析**：开始时，条形磁铁以加速度 $g$ 竖直下落，则穿过铜环的磁通量发生变化，铜环中产生感应电流，感应电流的磁场阻碍条形磁铁的下落（“来拒去留”）．开始时的感应电流比较小，条形磁铁向下做加速运动，且随下落速度增大，其加速度变小．当条形磁铁的速度达到一定值后，相应铜环对条形磁铁的作用力趋近于条形磁铁的重力．故条形磁铁先加速运动，但加速度变小，最后的速度趋近于某个定值．选项 C 正确．

**例 8**：如图，匀强磁场垂直于软导线回路平面，由于磁场发生变化，回路变为圆形．则该磁场（　　）



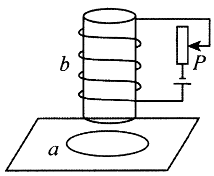
A. 逐渐增强，方向向外　　B. 逐渐增强，方向向里

C. 逐渐减弱，方向向外　　D. 逐渐减弱，方向向里

**答案**：CD

**解析**：回路变为圆形，面积增大，说明闭合回路的磁通量增大，所以磁场逐渐减弱，而磁场方向可能向外，也可能向里，故选项 C、D 正确．

**例 9**：如图所示，圆环形导体线圈 $a$ 平放在水平桌面上，在 $a$ 的正上方固定一竖直螺线管 $b$，二者轴线重合，螺线管 $b$ 与电源、滑动变阻器连接成如图所示的电路．若将滑动变阻器的滑片 $P$ 向下滑动，下列表述正确的是　　(　　)




A. 线圈 $a$ 中将产生沿顺时针方向（俯视）的感应电流

B. 穿过线圈 $a$ 的磁通量减小

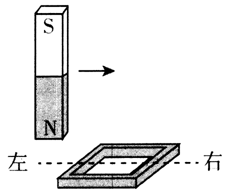
C. 线圈 $a$ 有扩张的趋势

D. 线圈 $a$ 对水平桌面的压力 $F_N$ 将增大

**答案**：D

**解析**：当滑动变阻器的滑片 $P$ 向下滑动时，螺线管中的电流将增大，使穿过线圈 $a$ 的磁通量变大，选项 B 错误；由楞次定律可知，线圈 $a$ 中将产生沿逆时针方向（俯视）的感应电流，并且线圈 $a$ 有缩小和远离螺线管的趋势，线圈 $a$ 对水平桌面的压力 $F_N$ 将增大，故选项 D 正确，A、C 错误．

**例 10**：如图所示，质量为 $m$ 的铜质小闭合线圈静置于粗糙水平桌面上．当一个竖直放置的条形磁铁贴近线圈，沿线圈中线由左至右从线圈正上方等高、匀速经过时，线圈始终保持不动．则关于线圈在此过程中受到的支持力 $F_N$ 和摩擦力 $F_f$ 的情况，以下判断正确的是　　(　　)



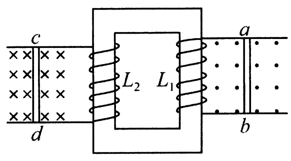

A. $F_N$ 先大于 $mg$，后小于 $mg$　　B. $F_N$ 一直大于 $mg$

C. $F_f$ 先向左，后向右　　D. 线圈中的电流方向始终不变

**答案**：A

**解析**：当磁铁靠近线圈时，穿过线圈的磁通量增加，线圈中产生感应电流，线圈受到磁铁的安培力作用，根据楞次定律可知，线圈受到的安培力斜向右下方，则线圈对桌面的压力增大，即 $F_N$ 大于 $mg$，线圈相对桌面有向右运动趋势，受到桌面向左的静摩擦力．当磁铁远离线圈时，穿过线圈的磁通量减小，同理，根据楞次定律可知，线圈受到的安培力斜向右上方，则线圈对桌面的压力减小，即 $F_N$ 小于 $mg$，线圈相对桌面有向右运动趋势，受到桌面向左的静摩擦力．综上可知，$F_N$ 先大于 $mg$，后小于 $mg$，$F_f$ 始终向左，故选项 B、C 错误，A 正确；当磁铁靠近线圈时，穿过线圈向下的磁通量增加，线圈中产生感应电流从上向下看是逆时针方向；当磁铁远离线圈时，穿过线圈向下的磁通量减小，线圈中产生感应电流从上向下看是顺时针方向，故选项 D 错误．

**例 11**：如图所示装置中，$cd$ 杆原来静止．当 $ab$ 杆做如下哪些运动时，$cd$ 杆将向右移动　　(　　)



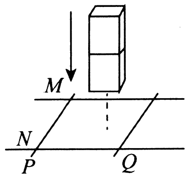

A. 向右匀速运动　　B. 向右加速运动

C. 向左加速运动　　D. 向左减速运动

**答案**：BD

**解析**：$ab$ 匀速运动时，$ab$ 中感应电流恒定，$L_1$ 中磁通量不变，穿过 $L_2$ 的磁通量不变，$L_2$ 中无感应电流产生，$cd$ 保持静止，A 错误；$ab$ 向右加速运动时，$L_2$ 中的磁通量向下增大，通过 $cd$ 的电流方向向下，$cd$ 向右移动，B 正确；同理可得 C 错误，D 正确．

**例 12**：如图所示，光滑固定的金属导轨 $M$、$N$ 水平放置，两根导体棒 $P$、$Q$ 平行放置在导轨上，形成一个闭合回路，一条形磁铁从高处下落接近回路时（　）




A. $P$、$Q$ 将相互靠拢

B. $P$、$Q$ 将相互远离

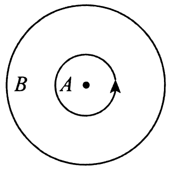
C. 磁铁的加速度仍为 $g$

D. 磁铁的加速度小于 $g$

**答案**：AD

**解析**：根据楞次定律的另一种表述——感应电流的效果总要反抗产生感应电流的原因.本题中“原因”是回路中磁通量的增加，归根结底是磁铁靠近回路，“效果”便是阻碍磁通量的增加和磁铁的靠近.所以，$P$、$Q$ 将互相靠近且磁铁的加速度小于 $g$，应选 A、D.

**例 13**：如图所示，线圈 $A$、$B$ 同心置于光滑水平桌面上，线圈 $A$ 中通有逐渐增大的逆时针方向的电流，则（　）




A. 线圈 $B$ 将顺时针转动起来

B. 线圈 $B$ 中有顺时针方向的电流

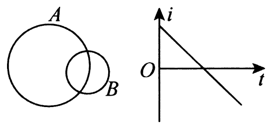
C. 线圈 $B$ 将有沿半径方向扩张的趋势

D. 线圈 $B$ 对桌面的压力将增大

**答案**：BC

**解析**：当线圈 $A$ 中通有逐渐增大的逆时针方向的电流时，穿过线圈 $B$ 的磁通量竖直向上且增大，根据楞次定律，线圈 $B$ 产生顺时针方向的电流；线圈 $A$、$B$ 中的电流方向相反，互相排斥，线圈 $B$ 有扩张的趋势，故 B、C 正确，A 错误.线圈 $B$ 受到的安培力在水平方向上，线圈 $B$ 对桌面的压力将不变，故 D 错误.

**例 14**：如图甲所示，在同一平面内有两个圆环 $A$、$B$，圆环 $A$ 将圆环 $B$ 分为面积相等的两部分，以图甲中 $A$ 环电流沿顺时针方向为正，当圆环 $A$ 中的电流如图乙所示变化时，下列说法正确的是（　）




甲　　乙

A. $B$ 中始终没有感应电流

B. $B$ 中有顺时针方向的感应电流

C. $B$ 中有逆时针方向的感应电流

D. $B$ 中的感应电流先沿顺时针方向，后沿逆时针方向

**答案**：B

**解析**：由于圆环 $A$ 中的电流发生了变化，故圆环 $B$ 中一定有感应电流产生，由楞次定律判定 $B$ 中有顺时针方向的感应电流，故选项 B 正确.

# 三十五　法拉第电磁感应定律、自感和涡流

## 一、法拉第电磁感应定律

1. 感应电动势

(1) 概念：在电磁感应现象中产生的电动势.

(2) 产生条件：穿过回路的磁通量发生改变，与电路是否闭合无关.

(3) 方向判断：感应电动势的方向用楞次定律或右手定则判断.

2. 法拉第电磁感应定律

(1) 内容：感应电动势的大小跟穿过这一电路的磁通量的变化率成正比.

(2) 公式：$E=\frac{n\Delta\Phi}{\Delta t}$，其中 $n$ 为线圈匝数.

(3) 对法拉第电磁感应定律的理解：感应电动势的大小由线圈的匝数和穿过线圈的磁通量的变化率$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$共同决定，而与磁通量 $\Phi$ 的大小、变化量 $\Delta\Phi$ 的大小没有必然联系；磁通量的变化率$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$对应 $\Phi-t$ 图线上某点切线的斜率.

(4) 应用法拉第电磁感应定律的情况

磁通量的变化是由面积变化引起时，$\Delta\Phi=B\Delta S$，则 $E=n\frac{B\Delta S}{\Delta t}$；

磁通量的变化是由磁场变化引起时，$\Delta\Phi=\Delta BS$，则 $E=n\frac{\Delta BS}{\Delta t}$；

磁通量的变化是由于面积和磁场变化共同引起的，则根据定义求，$\Delta\Phi=|\Phi_{末}-\Phi_{初}|$，$E=n\frac{|B_2S_2-B_1S_1|}{\Delta t}\neq n\frac{\Delta B\Delta S}{\Delta t}$.

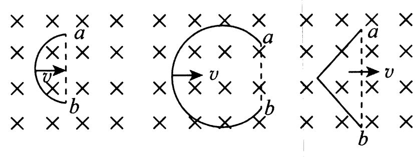
3. 导体切割磁感线的情形

(1) 垂直切割：$E=BLv$.

$E=BLv$ 的特性

① 正交性：本公式要求磁场为匀强磁场，而且 $B$、$L$、$v$ 三者互相垂直.

② 有效性：公式中的 $L$ 为导体切割磁感线的有效长度．如图中，导体棒的有效长度为 $ab$ 间的距离.




③ 相对性：$E=BLv$ 中的速度 $v$ 是导体相对磁场的速度，若磁场也在运动，应注意速度间的相对关系.

(2) 倾斜切割：$E=BLv\sin\theta$，其中 $\theta$ 为 $v$ 与 $B$ 间的夹角.

(3) 导体转动切割磁感线产生感应电动势的情况

若长为 $L$ 的导体棒在磁感应强度为 $B$ 的匀强磁场中以角速度 $\omega$ 匀速转动，则

① 以中点为轴时，$E=0$(不同两段的代数和).

② 以端点为轴时，$E=\frac{1}{2}BL^2\omega$(平均速度取中点位置的线速度$\frac{1}{2}\omega L$).

③ 以任意点为轴时，$E=\frac{1}{2}B\omega(L_1^2-L_2^2)$(不同两段的代数和).

## 二、自感和涡流

1. 自感现象：由于通过导体自身的电流发生变化而产生的电磁感应现象.

2. 自感电动势

(1) 定义：在自感现象中产生的感应电动势.

(2) 表达式：$E = L\dfrac{\Delta I}{\Delta t}$.

(3) 自感系数 $L$：① 相关因素：与线圈的大小、形状、圈数以及是否有铁芯等因素有关.

② 单位：亨利(H)，$1\ \text{mH} = 10^{-3}\ \text{H}$，$1\ \mu\text{H} = 10^{-6}\ \text{H}$.

3. 自感现象的四大特点

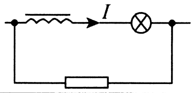
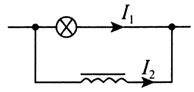
(1) 自感电动势总是阻碍导体中原电流的变化.

(2) 通过线圈中的电流不能发生突变，只能缓慢变化.

(3) 电流稳定时，自感线圈就相当于普通导体.

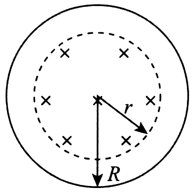
(4) 线圈的自感系数越大，自感现象越明显，自感电动势只是延缓了过程的进行，但它不能使过程停止，更不能使过程反向.

4. 自感中“闪亮”与“不闪亮”问题

| | 与线圈串联的灯泡 | 与线圈并联的灯泡 |
|---|---|---|
| 电路图 |  |  |
| 通电时 | 电流逐渐增大，灯泡逐渐变亮 | 电流 $I_1$ 突然增大，然后逐渐减小达到稳定 |
| 断电时 | 电流逐渐减小，灯泡逐渐变暗，电流方向不变 | 电路中稳态电流分别为 $I_1$、$I_2$：<br>① 若 $I_2 \leqslant I_1$，灯泡逐渐变暗；<br>② 若 $I_2 > I_1$，灯泡闪亮后逐渐变暗；<br>③$I_2 < I_1$，灯泡突然暗一下再逐渐熄灭.<br>三种情况灯泡中电流方向均改变 |

5. 涡流：当线圈中的电流发生变化时，在它附近的导体中产生的像水的旋涡一样的感应电流.

**例 1**：半径为 $R$ 的圆形线圈共有 $n$ 匝，总阻值为 $R_0$，其中心位置处半径为 $r$ 的虚线范围内有匀强磁场，磁场方向垂直线圈平面，如图所示，若初始的磁感应强度为 $B$，在时间 $t$ 内均匀减小为 0，则通过圆形线圈的电流为 (　　)

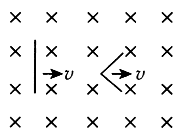



A. $nB\pi R^2$　　B. $nB\pi r^2$　　C. $\dfrac{\pi Br^2}{tR_0}$　　D. $\dfrac{n\pi Br^2}{tR_0}$

**答案**：D

**解析**：由于线圈平面与磁场方向垂直，故穿过该面的磁通量为：$\Phi = BS$，半径为 $r$ 的虚线范围内有匀强磁场，所以磁场的区域面积为：$S = \pi r^2$ 即 $\Phi = \pi Br^2$，由 $E = \dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ 及 $I = \dfrac{E}{R_0}$ 可得 $I = \dfrac{n\pi Br^2}{tR_0}$，故选项 D 正确.

**例 2**：如图所示，空间有一匀强磁场，一直金属棒与磁感应强度方向垂直，当它以速度 $v$ 沿与棒和磁感应强度都垂直的方向运动时，棒两端的感应电动势大小为 $E$；将此棒弯成两段长度相等且相互垂直的折线，置于与磁感应强度相垂直的平面内，当它沿两段折线夹角平分线的方向以速度 $v$ 运动时，棒两端的感应电动势大小为 $E'$，则 $\dfrac{E'}{E}$ 等于 (　　)

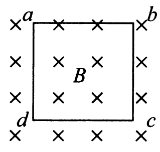



A. $\dfrac{1}{2}$　　B. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　C. 1　　D. $\sqrt{2}$

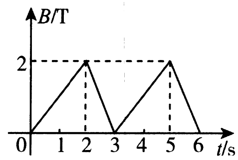
**答案**：B

**解析**：设金属棒长度为 $l$，匀强磁场的磁感应强度为 $B$，根据电磁感应定律得 $E = Blv$. 金属棒弯折后，切割磁感线运动的有效长度变为 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}l$，故 $E' = \dfrac{\sqrt{2}}{2}Blv$. 因此 $\dfrac{E'}{E} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$，B 正确.

**例 3**:如图甲所示,$abcd$ 是匝数为 100 匝、边长为 10 cm、总电阻为 0.1 Ω 的正方形闭合导线圈,放在与线圈平面垂直的图示匀强磁场中,磁感应强度 $B$ 随时间 $t$ 的变化关系如图乙所示,则以下说法正确的是 (　　)



甲



乙

A. 导线圈中产生的是交变电流

B. 在 $t=2.5$ s时导线圈产生的感应电动势为 1 V

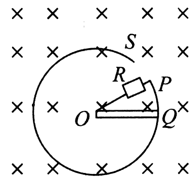
C. 在 0 ～ 2 s内通过导线横截面的电荷量为 20 C

D. 在 $t=1$ s时,导线圈内电流的瞬时功率为 10 W

**答案**:ACD

**解析**:在 0 ～ 2 s 内,磁感应强度变化率为$\frac{B_1}{t_1}=1$ T/s,根据法拉第电磁感应定律,产生的感应电动势为 $E_1=nS\frac{B_1}{t_1}=100\times0.1^2\times1$ V $=1$ V;在 2s ～ 3 s 内,磁感应强度变化率为$\frac{B_2}{t_2}=2$ T/s,根据法拉第电磁感应定律,产生的感应电动势为 $E_2=nS\frac{B_2}{t_2}=100\times0.1^2\times2$ V $=2$ V. 导线圈中产生的感应电流为方波交变电流,选项 A 正确;在 $t=2.5$ s 时,产生的感应电动势为 $E_2=2$ V,选项 B 错误;在 0 ～ 2 s 内,感应电流 $I=\frac{E_1}{R}=10$ A,通过导体横截面的电荷量为 $q=I\Delta t=20$ C,选项 C 正确;在 $t=1$ s 时,导线圈内感应电流的瞬时功率 $P=UI=I^2R=10^2\times0.1$ W $=10$ W,选项 D 正确.

**例 4**:如图所示,$S$ 和 $P$ 是半径为 $a$ 的环形导线的两端点,$OP$ 间电阻为 $R$,其余电阻不计,匀强磁场的磁感应强度为 $B$,方向垂直于环面,金属棒 $OQ$ 与环形导线接触,以角速度 $\omega$ 绕 $O$ 点无摩擦匀速转动时,则 (　　)




A. 电阻 $R$ 两端的电压为$\frac{B\omega a^2}{2}$

B. 电阻 $R$ 消耗的功率为$\frac{B^2\omega^2a^4}{4R}$

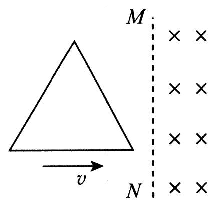
C. 金属棒受的安培力为$\frac{B^2\omega a^2}{2R}$

D. 外力对 $OQ$ 做功的功率为$\frac{B^2\omega^2a^4}{2R}$

**答案**:AB

**解析**:$OQ$ 产生的电动势 $E=Ba\bar{v}=\frac{Ba^2\omega}{2}$,因为只有 $OP$ 间有电阻,所以电阻 $R$ 两端的电压为$\frac{B\omega a^2}{2}$,A 正确;电阻 $R$ 消耗的功率为 $P=\frac{E^2}{R}=\frac{B^2\omega^2a^4}{4R}$,B 正确;电路中电流 $I=\frac{E}{R}=\frac{Ba^2\omega}{2R}$,金属棒受的安培力 $F=BIa=\frac{B^2a^3\omega}{2R}$,C 错误;外力对 $OQ$ 做功的功率为 $P'=P=\frac{B^2\omega^2a^4}{4R}$,D 错误.

**例 5**:如图所示,一电阻为 $R$ 的导线弯成边长为 $L$ 的等边三角形闭合回路. 虚线 $MN$ 右侧有磁感应强度大小为 $B$ 的匀强磁场,方向垂直于闭合回路所在的平面向里. 下列对三角形导线以速度 $v$ 向右匀速进入磁场过程中的说法正确的是 (　　)




A. 回路中感应电流方向为顺时针方向　　B. 回路中感应电动势的最大值 $E=\frac{\sqrt{3}}{2}BLv$

C. 回路中感应电流的最大值 $I=\frac{\sqrt{3}}{2}RBLv$　　D. 导线所受安培力的大小可能不变

**答案**:B

**解析**:在进入磁场的过程中,闭合回路中磁通量增加,根据楞次定律,闭合回路中产生的感应电流方向为逆时针方向,A 错误;等效切割磁感线的导线最大长度为 $L\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}L$,感应电动势的最大值 $E=\frac{\sqrt{3}}{2}BLv$,B 正确;感应电流的最大值 $I=\frac{E}{R}=\frac{\sqrt{3}}{2R}BLv$,C 错误;在进入磁场的过程中,等效切割磁感线的导线长度变化,产生的感应电动势和感应电流大小变化,根据安培力公式可知,导线所受安培力大小一定变化,D 错误.

**例 6**:图 1 和图 2 是教材中演示自感现象的两个电路图,$L_1$ 和 $L_2$ 为电感线圈.实验时,断开开关 $S_1$ 瞬间,灯 $A_1$ 突然闪亮,随后逐渐变暗;闭合开关 $S_2$,灯 $A_2$ 逐渐变亮,而另一个相同的灯 $A_3$ 立即变亮,最终 $A_2$ 与 $A_3$ 的亮度相同.下列说法正确的是 (　　)

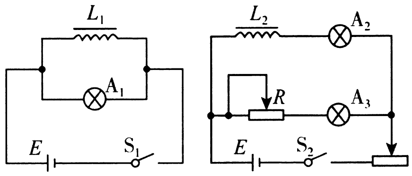


图1　　图2

A. 图 1 中,$A_1$ 与 $L_1$ 的电阻值相同

B. 图 1 中,闭合 $S_1$,电路稳定后,$A_1$ 中电流大于 $L_1$ 中电流

C. 图 2 中,变阻器 $R$ 与 $L_2$ 的电阻值相同

D. 图 2 中,闭合 $S_2$ 瞬间,$L_2$ 中电流与变阻器 $R$ 中电流相等

**答案**:C

**解析**:在图 1 中断开 $S_1$ 瞬间,灯 $A_1$ 突然闪亮,说明断开 $S_1$ 前,$L_1$ 中的电流大于 $A_1$ 中的电流,故 $L_1$ 的阻值小于 $A_1$ 的阻值,A、B 选项均错误;在图 2 中,闭合 $S_2$ 瞬间,由于 $L_2$ 的自感作用,通过 $L_2$ 的电流很小,D 错误;闭合 $S_2$ 后,最终 $A_2$ 与 $A_3$ 亮度相同,说明两支路电流相等,故 $R$ 与 $L_2$ 的阻值相同,C 项正确.

**点拨**:分析自感现象的两点注意

(1) 通过自感线圈中的电流不能发生突变,即通电过程中,电流逐渐变大;断电过程中,电流逐渐变小,此时线圈可等效为"电源",该"电源"与其他电路元件形成回路.

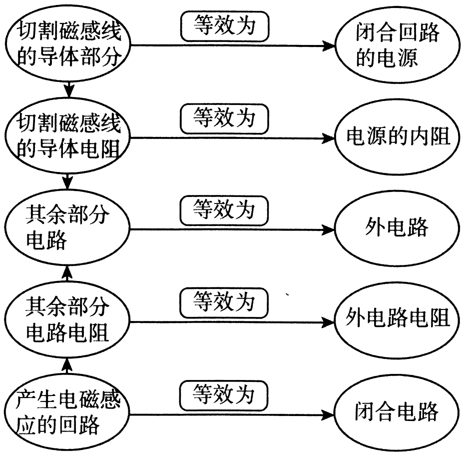
(2) 断电自感现象中灯泡是否"闪亮"问题的判断,在于对电流大小的分析,若断电后通过灯泡的电流比原来强,则灯泡先闪亮后再慢慢熄灭.

# 三十六　电磁感应中的电路和图象问题

## 一、电磁感应中的电路问题

(1) 明确切割磁感线的导体相当于电源,其电阻是电源的内阻,其他部分为外电路,电源的正、负极由右手定则来判定.

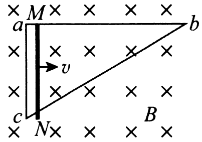
(2) 画出等效电路图,并结合闭合电路欧姆定律等有关知识解决相关问题.




## 二、电磁感应中常见的图象问题

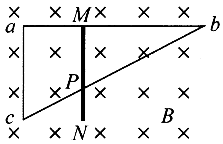
| | | |
|---|---|---|
| 图象类型 | | 随时间变化的图象,如 $B-t$ 图象、$\Phi-t$ 图象、$E-t$ 图象、$I-t$ 图象<br>随位移变化的图象,如 $E-x$ 图象、$I-x$ 图象<br>(所以要先看坐标轴:哪个物理量随哪个物理量变化要弄清) |
| 问题类型 | | (1) 由给定的电磁感应过程选出或画出正确的图象(画图象)<br>(2) 由给定的有关图象分析电磁感应过程,求解相应的物理量(用图象) |
| 应用知识 | 四个规律 | 左手定则、安培定则、右手定则、楞次定律 |
| | 六类公式 | (1) 平均电动势 $E=n\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$<br>(2) 平动切割电动势 $E=Blv$<br>(3) 转动切割电动势 $E=\dfrac{1}{2}Bl^2\omega$<br>(4) 闭合电路欧姆定律 $I=\dfrac{E}{R+r}$<br>(5) 安培力 $F=BIl$<br>(6) 牛顿运动定律的相关公式等 |

**例 1**：如图所示，直角三角形导线框 $abc$ 固定在匀强磁场中，$ab$ 是一段长为 $L$、电阻为 $R$ 的均匀导线，$ac$ 和 $bc$ 的电阻可不计，$ac$ 长度为 $\frac{L}{2}$. 磁场的磁感应强度为 $B$，方向垂直纸面向里. 现有一段长度为 $\frac{L}{2}$，电阻为 $\frac{R}{2}$ 的均匀导体棒 $MN$ 架在导线框上，开始时紧靠 $ac$，然后沿 $ab$ 方向以恒定速度 $v$ 向 $b$ 端滑动，滑动中始终与 $ac$ 平行并与导线框保持良好接触，当 $MN$ 滑过的距离为 $\frac{L}{3}$ 时，导线 $ac$ 中的电流为多大？方向如何？

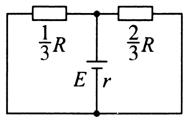



**答案**：$\frac{2BLv}{5R}$　方向由 $a$ 流向 $c$

**解析**：$MN$ 滑过的距离为 $\frac{L}{3}$ 时，如图甲所示，它与 $bc$ 的接触点为 $P$，等效电路图如图乙所示.




甲




乙

由几何关系可知 $MP$ 长度为 $\frac{L}{3}$，$MP$ 中的感应电动势 $E=\frac{1}{3}BLv$

$MP$ 段的电阻 $r=\frac{1}{3}R$

$MacP$ 和 $MbP$ 两电路的并联电阻为

$$r_{并}=\frac{\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}+\frac{2}{3}}R=\frac{2}{9}R$$

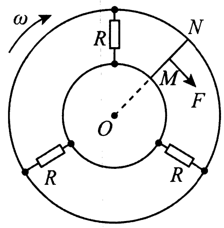
由欧姆定律得，$PM$ 中的电流 $I=\frac{E}{r+r_{并}}$

$ac$ 中的电流 $I_{ac}=\frac{2}{3}I$

解得 $I_{ac}=\frac{2BLv}{5R}$

根据右手定则可知，$MP$ 中的感应电流的方向由 $P$ 流向 $M$，所以电流 $I_{ac}$ 的方向由 $a$ 流向 $c$.

**例 2**：半径分别为 $r$ 和 $2r$ 的同心圆形导轨固定在同一水平面内，一长为 $r$、质量分布均匀的直导体棒 $MN$ 置于圆导轨上，$NM$ 的延长线过圆导轨中心 $O$，装置的俯视图如图所示．整个装置位于一磁感应强度大小为 $B$ 的匀强磁场中，方向竖直向下．在内、外圆导轨间对称地接有三个阻值均为 $R$ 的电阻．直导体棒在垂直作用于导体棒 $MN$ 中点的水平外力 $F$ 作用下，以角速度 $\omega$ 绕 $O$ 点顺时针匀速转动，在转动过程中始终与导轨保持良好接触，导体棒和导轨电阻均可忽略．求：




(1) 导体棒产生的感应电动势；

(2) 流过导体棒的感应电流；

(3) 外力的大小．

**答案**：(1) $\frac{3}{2}B\omega r^2$　(2) $\frac{9B\omega r^2}{2R}$　(3) $\frac{9B\omega r^3}{2R}$

**解析**：(1) 根据 $E=\frac{1}{2}B\omega L^2$

得 $E_{感}=\frac{1}{2}B\omega(2r)^2-\frac{1}{2}B\omega r^2=\frac{3}{2}B\omega r^2$．

(2) 三个电阻为并联关系：$R_{总}=\frac{R}{3}$，

$$I_{总}=\frac{E}{R_{总}}=\frac{\frac{3}{2}B\omega r^2}{\frac{R}{3}}=\frac{9\omega Br^2}{2R}.$$

(3) 外力 $F=BI_{总}L=B\cdot\frac{9B\omega r^2}{2R}\cdot r=\frac{9\omega Br^3}{2R}$．

**点拨**：电磁感应中确定电源的方法

(1) 判断产生电磁感应现象的那一部分导体(电源)．

(2) 动生问题(棒切割磁感线)产生的电动势 $E=Blv$，方向由右手定则判断．

(3) 感生问题(磁感应强度的变化)的电动势 $E=n\frac{\Delta B\cdot S}{\Delta t}$，方向由楞次定律判断．而电流方向都是等效电源内部负极流向正极的方向．

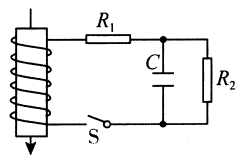
**例 3**：在如图甲所示的电路中，螺线管匝数 $n=1\ 500$ 匝，横截面积 $S=20\ \text{cm}^2$．螺线管导线电阻 $r=1\ \Omega$，$R_1=4\ \Omega$，$R_2=5\ \Omega$，$C=30\ \mu\text{F}$．在一段时间内，穿过螺线管的磁场的磁感应强度 $B$ 按如图乙所示的规律变化，则下列说法中正确的是　　（　　）

A. 螺线管中产生的感应电动势为 1.2 V

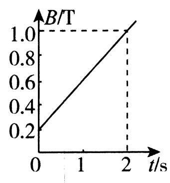
B. 闭合 S，电路中的电流稳定后电容器上极板带正电

C. 电路中的电流稳定后，电阻 $R_1$ 的电功率为 $5\times10^{-2}$ W

D. S 断开后，通过 $R_2$ 的电荷量为 $1.8\times10^{-5}$ C



甲

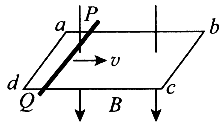


乙

**答案**：AD

**解析**：由法拉第电磁感应定律可知，螺线管内产生的电动势为 $E=n\frac{\Delta B}{\Delta t}S=1\ 500\times\frac{0.8}{2}\times20\times10^{-4}\ \text{V}=1.2\ \text{V}$，故 A 正确；根据楞次定律，当穿过螺线管的磁通量增加时，螺线管下部可以看成电源的正极，则电容器下极板带正电，故 B 错误；电流稳定后，电流为 $I=\frac{E}{R_1+R_2+r}=\frac{1.2}{4+5+1}\ \text{A}=0.12\ \text{A}$，电阻 $R_1$ 上消耗的功率为 $P=I^2R_1=0.12^2\times4\ \text{W}=5.76\times10^{-2}\ \text{W}$，故 C 错误；开关断开后通过电阻 $R_2$ 的电荷量为 $Q=CU=CIR_2=30\times10^{-6}\times0.12\times5\ \text{C}=1.8\times10^{-5}\ \text{C}$，故 D 正确．

**例 4**:如图所示,由某种粗细均匀的总电阻为$3R$的金属条制成的矩形线框$abcd$,固定在水平面内且处于方向竖直向下的匀强磁场$B$中.一接入电路电阻为$R$的导体棒$PQ$,在水平拉力作用下沿$ab$、$dc$以速度$v$匀速滑动,滑动过程$PQ$始终与$ab$垂直,且与线框接触良好,不计摩擦.在$PQ$从靠近$ad$处向$bc$滑动的过程中 ( )




A. $PQ$ 中电流先增大后减小

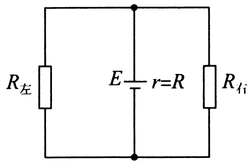
B. $PQ$ 两端电压先减小后增大

C. $PQ$ 上拉力的功率先减小后增大

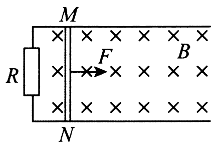
D. 线框消耗的电功率先减小后增大

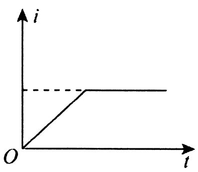
**答案**:C

**解析**:由题意知,题目情形可等效为如图所示的电路问题,其中$R_{左}+R_{右}=3R$,$E=BLv$,$r=R$,当$PQ$向右运动时,$R_{左}$增大,$R_{右}$减小,两者并联的总电阻$R_{外}$先增大后减小,当$PQ$运动到线框正中央位置时,$R_{外}$最大,故流过$PQ$的电流先减小后增大,A项错误;$PQ$两端电压$U=E-Ir$,故$U$的变化为先增大后减小,B项错误;拉力的功率$P=P_{总}=EI$,故拉力的功率先减小后增大,C项正确;线框消耗的电功率为电源的输出功率$P_{出}=P_{总}-P_{内}=EI-I^2r$,电流的最小值$I_{\min}=\dfrac{E}{1.75R}$,故由数学知识可知$P_{出}$先增大后减小,D项错误.

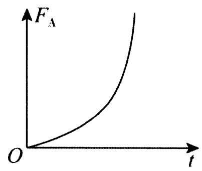



**例 5**:如图所示,电阻不计、间距为$l$的光滑平行金属导轨水平放置于磁感应强度为$B$、方向竖直向下的匀强磁场中,导轨左端接一定值电阻$R$.质量为$m$、电阻为$r$的金属棒$MN$置于导轨上,受到垂直于金属棒的水平外力$F$的作用由静止开始运动,外力$F$与金属棒速度$v$的关系是$F=F_0+kv$($F_0$、$k$是常量),金属棒与导轨始终垂直且接触良好.金属棒中感应电流为$i$,受到的安培力大小为$F_A$,电阻$R$两端的电压为$U_R$,感应电流的功率为$P$,它们随时间$t$变化图象可能正确的有 ( )

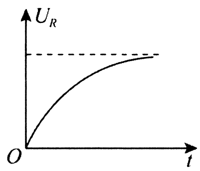


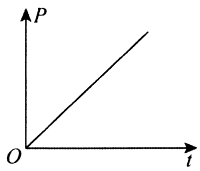

A




B




C




D

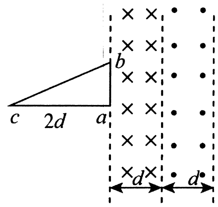
**答案**:BC

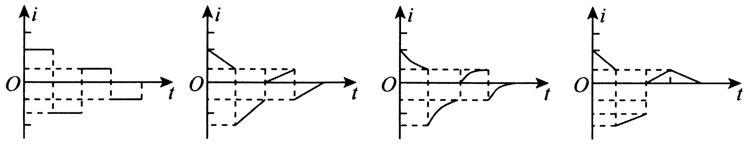
**解析**:当金属棒$MN$的速度为$v$时,$MN$受到的安培力$F_A=Bil=\dfrac{B^2l^2v}{R+r}$,根据牛顿第二定律得金属棒$MN$的加速度$a=\dfrac{F-F_A}{m}=\dfrac{F_0}{m}+\dfrac{k-\dfrac{B^2l^2}{R+r}}{m}v$,且$i=\dfrac{Blv}{R+r}$,$U_R=\dfrac{BlRv}{R+r}$,$P=\dfrac{B^2l^2v^2}{R+r}$.若$k=\dfrac{B^2l^2}{R+r}$,金属棒做匀加速直线运动,此时,$i-t$图象为直线,$F_A-t$图象为直线,$U_R-t$图象为直线,$P-t$图象为抛物线.

若$k>\dfrac{B^2l^2}{R+r}$,则金属棒做加速度增大的加速运动.则$i-t$图象、$F_A-t$图象、$U_R-t$图象、$P-t$图象为曲线,斜率越来越大,此时选项B正确.

若$k<\dfrac{B^2l^2}{R+r}$,则金属棒做加速度减小的加速运动,加速度减为零后做匀速运动,此时$i-t$图象、$F_A-t$图象、$U_R-t$图象为曲线,斜率越来越小,此时选项C正确.

**例 6**:如图所示,两磁感应强度大小相等、方向相反的有界磁场,磁场区域宽度均为 $d$,一底边长为 $2d$ 的三角形金属线框以一定的速度匀速通过两磁场的过程中,三角形线框中的感应电流 $i$ 随时间 $t$ 的变化图象正确的是(取逆时针方向为正)　　(　　)

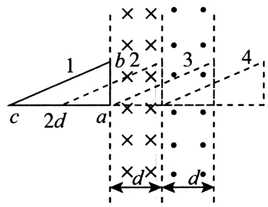


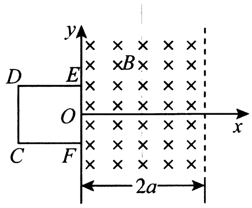
A　　B　　C　　D

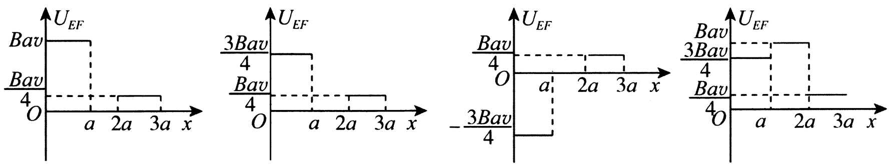
**答案**:D

**解析**:整个过程分为 4 个小过程,且由线框有效切割长度和几何关系可知,电流随时间线性变化:由 1 到 2 位置,产生逆时针方向的电流且均匀减小,设开始时电流大小为 $2I_0$,则由 $2I_0$ 减小到 $I_0$;由 2 到 3 位置,产生顺时针方向的电流,开始时电流大小为 $3I_0$,且均匀减小,一直减小到 $2I_0$;由 3 到 4 位置,产生逆时针方向的电流且由零均匀增大到 $I_0$;由 4 位置到最后全部出磁场,为逆时针方向的电流且由 $I_0$ 均匀减小到零;综上所述选项 D 正确.




**例 7**:如图所示,垂直于纸面向里的匀强磁场的区域宽度为 $2a$,磁感应强度的大小为 $B$. 一边长为 $a$、电阻为 $4R$ 的正方形均匀导线框 $CDEF$ 从图示位置开始沿 $x$ 轴正方向以速度 $v$ 匀速穿过磁场区域,关于线框 $EF$ 两端的电压 $U_{EF}$ 与线框移动距离 $x$ 的关系,下列图象正确的是　　(　　)

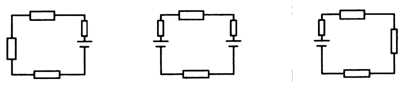


A　　B　　C　　D

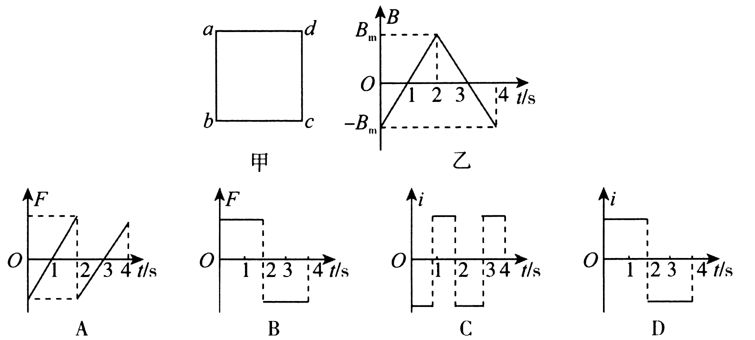
**答案**:D

**解析**:线框经过整个磁场区域时,做匀速运动,所以产生的感应电动势大小 $E=Bav$,刚进入磁场时,等效电路如图甲所示;完全在磁场中时,等效电路如图乙所示;一条边从磁场中离开时,等效电路如图丙所示. 选项 D 正确,选项 A、B、C 错误.



甲　　乙　　丙

**例 8**:如图甲所示,一个边长为 $L$ 的正方形线框固定在匀强磁场(图中未画出)中,磁场方向垂直于导线框所在平面,规定向里为磁感应强度的正方向,向右为导线框 $ab$ 边所受安培力 $F$ 的正方向,线框中电流 $i$ 沿 $abcd$ 方向时为正,已知在 0~4 s 时间内磁场的磁感应强度的变化规律如图乙所示,则下列图像所表示的关系正确的是　　(　　)




**答案**:AD

**解析**:由题意可知,规定向里为磁感应强度的正方向,线框中电流 $i$ 沿 $abcd$ 方向时为正;由法拉第电磁感应定律可知,感应电动势 $E=\frac{n\Delta\Phi}{\Delta t}=\frac{S\Delta B}{\Delta t}$,感应电流 $I=\frac{E}{R}=\frac{S\cdot\Delta B}{R\Delta t}$,由 $B-t$ 图像可知,在每一时间段内,$\frac{\Delta B}{\Delta t}$ 是定值,在各时间段内 $I$ 是定值,$ab$ 边受到的安培力 $F=BIL$,$I$、$L$ 不变,$B$ 均匀变化,则安培力 $F$ 均匀变化,不是定值,A 正确,B 错误;由图示 $B-t$ 图象可知,0~1 s 时间内,$B$ 减小,$\Phi$ 减小,由楞次定律可知,感应电流是逆时针方向,为正值;同理 1 s~2 s,磁场向里,且增大,磁通量增大,根据楞次定律,感应电流是逆时针,为正值;2 s~3 s,$B$ 的方向垂直纸面向里,$B$ 减小,$\Phi$ 减小,由楞次定律可知,感应电流沿顺时针方向,感应电流是负的;3 s~4 s 内,$B$ 的方向垂直纸面向外,$B$ 增大,$\Phi$ 增大,由楞次定律可知,感应电流沿顺时针方向,感应电流是负的,故 C 错误,D 正确.

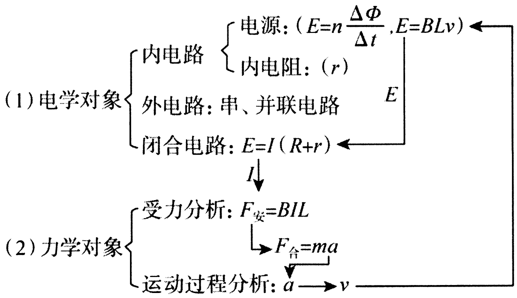
# 三十七　涉及电磁感应的力电综合问题

## 一、电磁感应中的动力学问题

1. 两种状态及处理方法

| 状态 | 特征 | 处理方法 |
| --- | --- | --- |
| 平衡态 | 加速度为零 | 根据平衡条件列式分析 |
| 非平衡态 | 加速度不为零 | 根据牛顿第二定律进行动态分析或结合功能关系进行分析 |

2. 力学对象和电学对象的相互关系

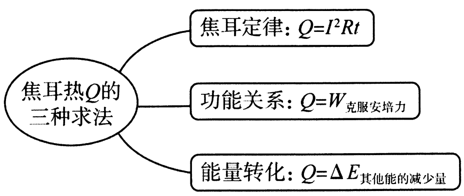



## 二、电磁感应中的能量问题

1. 电磁感应中的能量转化

安培力做功：
- 做正功：电能 $\xrightarrow{\text{转化}}$ 机械能，如电动机
- 做负功：机械能 $\xrightarrow{\text{转化}}$ 电能 $\xrightarrow[\text{做功}]{\text{电流}}$ 焦耳热或其他形式的能量，如发电机

2. 求解焦耳热 $Q$ 的三种方法



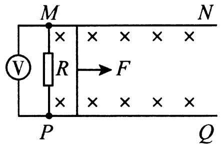

3. 解电磁感应现象中的能量问题的一般步骤

(1) 在电磁感应中，切割磁感线的导体或磁通量发生变化的回路将产生感应电动势，该导体或回路就相当于电源.

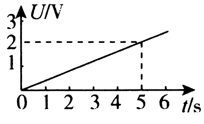
(2) 分析清楚有哪些力做功，就可以知道有哪些形式的能量发生了相互转化.

(3) 根据能量守恒列方程求解.

**例 1**：如图甲所示，足够长的光滑平行金属导轨 $MN$、$PQ$ 固定在同一水平面上，两导轨间距 $L=1$ m，电阻 $R=0.4\ \Omega$，导轨上停放一质量 $m=0.25$ kg、电阻 $r=0.1\ \Omega$ 的金属杆，导轨电阻可忽略不计，整个装置处于磁感应强度 $B=0.25$ T 的匀强磁场中，磁场方向竖直向下，现用一外力 $F$ 沿水平方向拉杆，使之由静止开始运动，若理想电压表的示数 $U$ 随时间 $t$ 变化的关系如图乙所示.



甲



乙

(1) 求金属杆运动的加速度；

(2) 求第 5 s 末外力 $F$ 的瞬时功率.

**答案**：(1)2 $\mathrm{m/s^2}$　(2)17.5 W

**解析**：(1) $U=E\cdot\dfrac{R}{R+r}=\dfrac{BLvR}{R+r}$，$U\propto v$，因 $U$ 随时间均匀变化，故 $v$ 也随时间均匀变化，金属杆做匀加速直线运动．设 $U-t$ 图线的斜率为 $k$

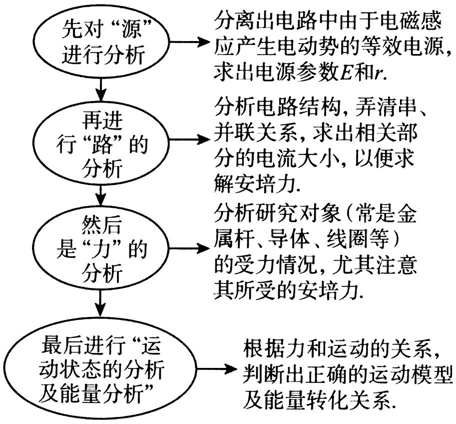
$$k=\frac{U}{t}=\frac{v}{t}\cdot\frac{BLR}{R+r}=a\cdot\frac{BLR}{R+r}$$

解得：$a=\dfrac{k(R+r)}{BLR}=\dfrac{0.4(0.4+0.1)}{0.25\times1\times0.4}\ \mathrm{m/s^2}=2\ \mathrm{m/s^2}$.

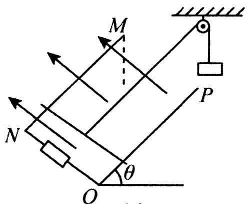
(2) $F=F_{安}+ma=BIL+ma=\dfrac{B^2L^2at}{R+r}+ma=0.25t+0.5$ N

$P=Fv=(0.25t+0.5)at=17.5$ W.

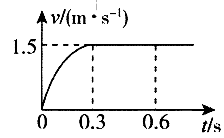
**点拨**：涉及电磁感应的力电综合问题的分析思路



**例 2**：如图甲所示，一足够长阻值不计的光滑平行金属导轨 $MN$、$PQ$ 之间的距离 $L = 0.5$ m，$NQ$ 两端连接阻值 $R = 2.0\ \Omega$ 的电阻，磁感应强度为 $B$ 的匀强磁场垂直于导轨所在平面向上，导轨平面与水平面间的夹角 $\theta = 30°$．一质量 $m = 0.40$ kg，阻值 $r = 1.0\ \Omega$ 的金属棒垂直于导轨放置并用绝缘细线通过光滑的定滑轮与质量 $M = 0.80$ kg 的重物相连．细线与金属导轨平行．金属棒沿导轨向上滑行的速度 $v$ 与时间 $t$ 之间的关系如图乙所示，已知金属棒在 $0 \sim 0.3$ s 内通过的电荷量是 $0.3$ s $\sim 0.6$ s 内通过电荷量的 $\dfrac{2}{3}$，$g = 10\ \text{m/s}^2$，求：



甲



乙

(1) $0 \sim 0.3$ s 内金属棒通过的位移；

(2) 金属棒在 $0 \sim 0.6$ s 内产生的热量.

**答案**：(1) 0.3 m　(2) 1.05 J

**解析**：(1) 金属棒在 0.3 s ～ 0.6 s 内通过的电荷量是 $q_1 = I_1 t_1 = \dfrac{BLvt_1}{R+r}$

金属棒在 $0 \sim 0.3$ s 内通过的电荷量 $q_2 = \dfrac{B\Delta S}{R+r} = \dfrac{BLx_2}{R+r}$

由题中的电荷量关系 $\dfrac{q_1}{q_2} = \dfrac{3}{2}$，代入解得：$x_2 = 0.3$ m.

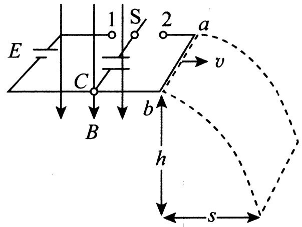
(2) 金属棒在 $0 \sim 0.6$ s 内通过的总位移为 $x = x_1 + x_2 = vt_1 + x_2$，代入解得 $x = 0.75$ m

根据能量守恒定律 $Mgx - mgx\sin\theta = \dfrac{1}{2}(M+m)v^2 + Q$

代入解得 $Q = 3.15$ J

由于金属棒与电阻 $R$ 串联，电流相等，根据焦耳定律 $Q = I^2Rt$，得到它们产生的热量与电阻成正比，所以金属棒在 $0 \sim 0.6$ s 内产生的热量 $Q_r = \dfrac{r}{R+r}Q = 1.05$ J.

**例 3**：如图所示，金属棒 $ab$ 的质量 $m = 5$ g，放置在宽 $L = 1$ m、光滑的金属导轨的边沿，两金属导轨处于水平面内，导轨之间有竖直向下、$B = 0.5$ T 的匀强磁场．电容器的电容 $C = 200\ \mu$F，电源的电动势 $E = 16$ V，导轨平面距地面高度 $h = 0.8$ m. 在开关 S 与"1"接通并稳定后，再使它与"2"接通，则金属棒 $ab$ 被抛到 $s = 0.064$ m 的地面上，$g$ 取 $10\ \text{m/s}^2$．试求这时电容器上的电压.




**答案**：8 V

**解析**：当 S 接"1"时，电源给电容器充电．当 S 扳向"2"时，充电后的电容器通过金属棒放电，产生放电电流．金属棒在磁场中受到安培力作用，向右运动．当 $ab$ 棒离开导轨时获得一定的速度 $v$，之后棒做平抛运动．只要求出通过 $ab$ 棒的电荷量，即可求出电容器两端的电压.

对 $ab$ 棒做平抛运动有 $h = \dfrac{1}{2}gt^2$，$s = vt$

解得 $v = \sqrt{\dfrac{s^2 g}{2h}} = 0.16$ m/s

$ab$ 棒在导轨上运动，其末速度即为平抛运动的初速度，设电流的平均值为 $I$，对金属棒抛出瞬间应用动量定理得 $BIL\Delta t = mv$，又电容器放电的电荷量 $Q_放 = I\Delta t$

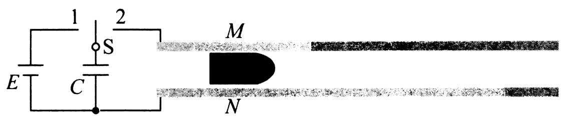
所以 $Q_放 = \dfrac{mv}{BL} = 1.6 \times 10^{-3}$ C

电容器充电电荷量 $Q = EC = 3.2 \times 10^{-3}$ C

放电后电容器剩下的电荷量 $Q' = Q - Q_放 = 1.6 \times 10^{-3}$ C

放电后电容器两端的电压 $U' = \dfrac{Q'}{C} = 8$ V.

**例 4**:电磁轨道炮利用电流和磁场的作用使炮弹获得超高速度,其原理可用来研制新武器和航天运载器.电磁轨道炮示意如图,图中直流电源电动势为 $E$,电容器的电容为 $C$. 两根固定于水平面内的光滑平行金属导轨间距为 $l$,电阻不计.炮弹可视为一质量为 $m$、电阻为 $R$ 的金属棒 $MN$,垂直放在两导轨间处于静止状态,并与导轨良好接触.首先开关 S 接 1,使电容器完全充电.然后将 S 接至 2,导轨间存在垂直于导轨平面、磁感应强度大小为 $B$ 的匀强磁场(图中未画出),$MN$ 开始向右加速运动.当 $MN$ 上的感应电动势与电容器两极板间的电压相等时,回路中电流为零,$MN$ 达到最大速度,之后离开导轨.求:




(1) 磁场的方向;

(2) $MN$ 刚开始运动时加速度 $a$ 的大小;

(3) $MN$ 离开导轨后电容器上剩余的电荷量 $Q$ 是多少.

**答案**:(1) 垂直导轨平面向下 (2) $\frac{BlE}{mR}$ (3) $\frac{B^2l^2C^2E}{m+B^2l^2C}$

**解析**:(1) 将 S 接 1 时,电容器充电,上极板带正电,下极板带负电,当将 S 接 2 时,电容器放电,流经 $MN$ 的电流由 $M$ 到 $N$,又知 $MN$ 向右运动,由左手定则可知磁场方向垂直于导轨平面向下.

(2) 电容器完全充电后,两极板间电压为 $E$,当开关 S 接 2 时,电容器放电,设刚放电时流经 $MN$ 的电流为 $I$,

有 $I=\frac{E}{R}$ ①

设 $MN$ 受到的安培力为 $F$,有 $F=IlB$ ②

由牛顿第二定律,有 $F=ma$ ③

联立 ①②③ 式得 $a=\frac{BlE}{mR}$ ④

(3) 当电容器充电完毕时,设电容器上电荷量为 $Q_0$,有 $Q_0=CE$ ⑤

开关 S 接 2 后,$MN$ 开始向右加速运动,速度达到最大值 $v_{max}$ 时,设 $MN$ 上的感应电动势为 $E'$,

有 $E'=Blv_{max}$ ⑥

依题意有 $E'=\frac{Q}{C}$ ⑦

设在此过程中 $MN$ 的平均电流为 $\overline{I}$,$MN$ 上受到的平均安培力为 $\overline{F}$,有

$\overline{F}=\overline{I}lB$ ⑧

由动量定理,有 $\overline{F}\Delta t=mv_{max}-0$ ⑨

又 $\overline{I}\Delta t=Q_0-Q$ ⑩

联立 ⑤⑥⑦⑧⑨⑩ 式得 $Q=\frac{B^2l^2C^2E}{m+B^2l^2C}$.

# 三十八　交变电流的产生及描述

## 考点一、正弦交变电流的产生及变化规律

**1. 正弦式交变电流的产生**

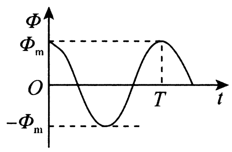
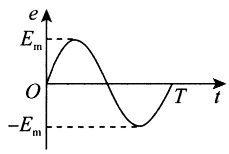
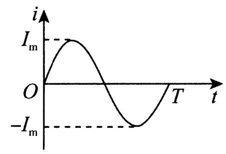
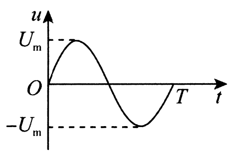
(1) 线圈绕垂直于磁场方向的轴匀速转动.

(2) 两个特殊位置的特点:① 线圈平面与中性面重合时,$S \perp B$,$\Phi$ 最大,$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=0$,$e=0$,$i=0$,电流方向将发生改变.② 线圈平面与中性面垂直时,$S /\!/ B$,$\Phi=0$,$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$最大,$e$ 最大,$i$ 最大,电流方向不改变.

(3) 电流方向的改变:线圈通过中性面时,电流方向发生改变,一个周期内线圈两次通过中性面,因此电流的方向改变两次.

(4) 交变电动势的最大值 $E_m = nBS\omega$,与转轴位置无关,与线圈形状无关.

**2. 正弦式交变电流的变化规律(线圈在中性面位置开始计时)**

| | 函数表达式 | 图象 |
|---|---|---|
| 磁通量 | $\Phi = \Phi_m \cos \omega t = BS \cos \omega t$ |  |
| 电动势 | $e = E_m \sin \omega t = nBS\omega \sin \omega t$ |  |
| 电流 | $i = I_m \sin \omega t = \frac{E_m}{R+r} \sin \omega t$ |  |
| 电压 | $u = U_m \sin \omega t = \frac{RE_m}{R+r} \sin \omega t$ |  |

## 二、有效值的理解与计算

**1. 公式法:利用 $E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}$、$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$、$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ 计算,只适用于正(余)弦式交变电流.**

**2. 利用有效值的定义计算(非正弦式电流):计算时"相同时间"至少取一个周期或为周期的整数倍.**

**3. 利用能量关系:当有电能和其他形式的能转化时,可利用能的转化和守恒定律来求有效值.**

**4. 有效值求解的三点注意**

(1) 计算有效值时要注意根据电流的热效应,抓住"三同":"相同时间"内"相同电阻"上产生"相同热量"列式求解.

(2) 利用两类公式 $Q = I^2Rt$ 和 $Q = \frac{U^2}{R}t$ 可分别求得电流有效值和电压有效值.

(3) 若图象部分是正弦(或余弦)交流电,其中的从零(或最大值)开始的 $\frac{1}{4}$ 周期整数倍的部分可直接应用正弦式交变电流有效值与最大值间的关系 $I_m = \sqrt{2}\,I$、$U_m = \sqrt{2}\,U$ 求解.

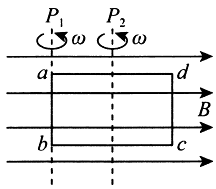
## 三、交变电流"四值"的理解和应用

| 物理量 | 表达式 | 适用情况及说明 |
|---|---|---|
| 瞬时值 | $e=E_m\sin\omega t$<br>$u=U_m\sin\omega t$<br>$i=I_m\sin\omega t$ | 计算线圈某时刻的受力情况 |
| 最大值(峰值) | $E_m=nBS\omega$ $I_m=\dfrac{E_m}{R+r}$ | 讨论电容器的击穿电压 |
| 有效值 | 对正(余)弦交流电有：<br>$E=\dfrac{E_m}{\sqrt{2}},U=\dfrac{U_m}{\sqrt{2}},I=\dfrac{I_m}{\sqrt{2}}$ | (1) 计算与电流的热效应有关的量(如电功、电功率、电热等)<br>(2) 电气设备"铭牌"上所标的一般是有效值<br>(3) 保险丝的熔断电流为有效值<br>(4) 电表的读数为有效值 |
| 平均值 | $\overline{E}=BL\overline{v}=n\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t},\overline{I}=\dfrac{\overline{E}}{R+r}$ | 计算通过电路截面的电荷量 |

**特别注意**：交变电流"四值"应用的几点提醒

1. 在解答有关交变电流的问题时，要注意电路结构.
2. 注意区分交变电流的最大值、瞬时值、有效值和平均值，最大值是瞬时值中的最大值，有效值是以电流的热效应来等效定义的.
3. 与电磁感应问题一样，求解与电能、电热相关的问题时，一定要用有效值；而求解通过导体某横截面的电荷量时，一定要用平均值.

**例1**：如图所示，矩形线圈 $abcd$ 在匀强磁场中可以分别绕垂直于磁场方向的轴 $P_1$ 和 $P_2$ 以相同的角速度匀速转动，当线圈平面转到与磁场方向平行时 ( )




A. 线圈绕 $P_1$ 转动时的电流等于绕 $P_2$ 转动时的电流

B. 线圈绕 $P_1$ 转动时的电动势小于绕 $P_2$ 转动时的电动势

C. 线圈绕 $P_1$ 和 $P_2$ 转动时电流的方向相同，都是 $a\to b\to c\to d\to a$

D. 线圈绕 $P_1$ 转动时 $dc$ 边受到的安培力大于绕 $P_2$ 转动时 $dc$ 边受到的安培力

**答案**：A

**解析**：线圈绕垂直于磁场方向的轴转动产生交变电流，产生的电流、电动势及线圈各边所受安培力大小与转轴所在位置无关，故 A 对，B、D 错；图示时刻产生电流的方向为 $a\to d\to c\to b\to a$，故 C 错.

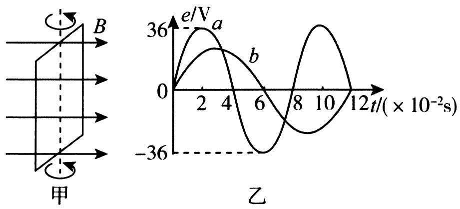
**例2**：如图甲所示，在匀强磁场中，一矩形金属线圈两次分别以不同的转速绕与磁感线垂直的轴匀速转动，产生的交变电动势如图乙中曲线 $a$、$b$ 所示，则下列说法正确的是 ( )

A. 曲线 $a$ 表示的交变电动势瞬时值 $e_a=36\sin 25\pi t$ V

B. 曲线 $b$ 表示的交变电动势最大值为 28.8 V

C. $t=5\times10^{-2}$ s时，曲线 $a$、$b$ 对应的感应电动势大小之比为 $3\sqrt{2}:2$

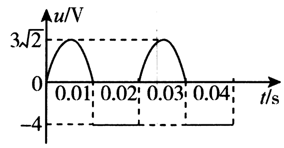
D. $t=6\times10^{-2}$ s时，曲线 $a$ 对应线框的磁通量最大，曲线 $b$ 对应线框的磁通量为 0




**答案**：AC

**解析**：由图乙可知，$E_{ma}=36$ V，$\omega_a=\dfrac{2\pi}{Ta}=\dfrac{2\pi}{8\times10^{-2}}$ rad/s $=25\pi$ rad/s，则曲线 $a$ 表示的交变电动势瞬时值 $e_a=E_{ma}\cdot\sin\omega_a t=36\sin 25\pi t$ V，故 A 正确；由图乙知曲线 $a$、$b$ 表示的交变电流的周期之比为 $T_a:T_b=(8\times10^{-2}):(12\times10^{-2})=2:3$，由 $\omega=\dfrac{2\pi}{T}$ 可知 $\omega_a:\omega_b=T_b:T_a=3:2$，所以曲线 $a$、$b$ 表示的交变电动势的最大值之比 $E_{ma}:E_{mb}=NBS\omega_a:NBS\omega_b=\omega_a:\omega_b=3:2$，又知 $E_{ma}=36$ V，则 $E_{mb}=24$ V，故 B 错误；曲线 $a$ 表示的交变电动势瞬时值 $e_a=36\sin 25\pi t$ V，曲线 $b$ 表示的交变电动势瞬时值 $e_b=24\sin\dfrac{2\pi}{12\times10^{-2}}t$ V，将 $t=5\times10^{-2}$ s代入，得 $e_a=-18\sqrt{2}$ V，$e_b=12$ V，$|e_a|:e_b=3\sqrt{2}:2$，故 C 正确；由图乙知 $t=6\times10^{-2}$ s时，$a$ 的电动势最大，对应线框的磁通量为 0，$b$ 的电动势为 0，对应线框的磁通量最大，故 D 错误.

**例 3**:如图所示为一交变电流的电压随时间变化的图象,正半轴是正弦曲线的一个部分,则此交变电流的电压的有效值是 (　　)



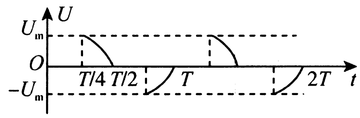

A. $\sqrt{34}$ V　　B. 5 V　　C. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ V　　D. 3 V

**答案**:C

**解析**:设其有效值为$U$,根据交变电流的有效值定义和题图中电流特点可得,在一个周期内有$\frac{U_1^2}{R}t_1+\frac{U_2^2}{R}t_2=\frac{U^2}{R}t$,

即$\left(\frac{3\sqrt{2}\text{V}}{\sqrt{2}}\right)^2\times\frac{1}{R}\times0.01\text{ s}+(4\text{ V})^2\times\frac{1}{R}\times0.01\text{ s}=U^2\times\frac{1}{R}\times0.02\text{ s}$,解得$U=\frac{5\sqrt{2}}{2}$ V,故 C 正确.

**例 4**:如图所示为一个经双向可控硅调节后加在电灯上的电压,正弦交流电的每一个二分之一周期中,前面四分之一周期被截去,则现在电灯上电压的有效值为 (　　)

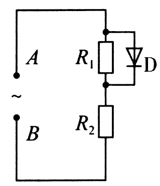



A. $U_m$　　B. $\frac{U_m}{\sqrt{2}}$　　C. $\frac{U_m}{3}$　　D. $\frac{U_m}{2}$

**答案**:D

**解析**:由题给图象可知,交流电压的变化规律具有周期性,用电流热效应的等效法求解.设电灯的阻值为$R$,正弦式交流电压的有效值与峰值的关系是$U=\frac{U_m}{\sqrt{2}}$,由于一个周期内半个周期有交流电压,一周期内交流电产生的热量为$Q=\frac{\left(\frac{U_m}{\sqrt{2}}\right)^2}{R}\cdot\frac{T}{2}=\frac{U_m^2}{2R}\cdot\frac{T}{2}$,设交流电压的有效值为$U$,由电流热效应得$Q=\frac{U_m^2}{2R}\cdot\frac{T}{2}=\frac{U^2}{R}\cdot T$,所以该交流电压的有效值$U=\frac{U_m}{2}$,D 正确.

**例 5**:如图所示电路,电阻$R_1$与电阻$R_2$阻值相同,都为$R$,和$R_1$并联的 D 为理想二极管(正向电阻可看作零,反向电阻可看作无穷大),在$A$、$B$间加一正弦交流电$u=20\sqrt{2}\sin 100\pi t$ V,则加在$R_2$上的电压有效值为 (　　)

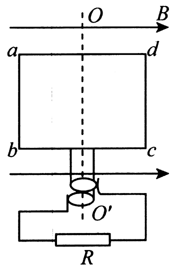



A. 10 V　　B. 20 V　　C. 15 V　　D. $5\sqrt{10}$ V

**答案**:D

**解析**:电压值取正值时,即在前半个周期内,二极管电阻为零,$R_2$上的电压等于输入电压值,电压值取负值时,即在后半周期内,二极管电阻无穷大可看作断路,$R_2$上的电压等于输入电压值的一半,据此可设加在$R_2$的电压有效值为$U$,根据电流的热效应,在一个周期内满足$\frac{U^2}{R}T=\frac{20^2}{R}\times\frac{T}{2}+\frac{10^2}{R}\times\frac{T}{2}$,可求出$U=5\sqrt{10}$ V. 故选项 D 正确.

**例 6**:如图所示,$N=50$匝的矩形线圈$abcd$,$ab$边长$l_1=20$ cm,$ad$边长$l_2=25$ cm,放在磁感应强度$B=0.4$ T 的匀强磁场中,外力使线圈绕垂直于磁感线且通过线圈中线的$OO'$轴以$n=3\ 000$ r/min 的转速匀速转动,线圈电阻$r=1\ \Omega$,外电路电阻$R=9\ \Omega$,$t=0$时,线圈平面与磁感线平行,$ab$边正转出纸外,$cd$边转入纸内.




(1) 写出感应电动势的瞬时表达式;

(2) 线圈转一圈外力做功多少?

(3) 从图示位置转过 90° 的过程中流过电阻$R$的电荷量是多少?

**答案**:(1)$e=100\pi\cos 100\pi t$(V)　(2)98.6 J　(3)0.1 C

**解析**:(1) 线圈以$n=3\ 000$ r/min 的转速匀速转动,所以线圈的角速度$\omega=100\pi$ rad/s

感应电动势的最大值为:$E_m=NBS\omega=100\pi$(V)

所以感应电动势的瞬时值表达式为$e=NBS\omega\cos\omega t=100\pi\cos 100\pi t$(V).

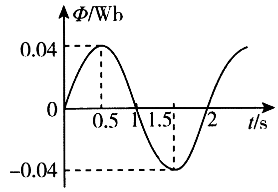
(2) 电动势有效值为$E=\frac{E_m}{\sqrt{2}}$,电流$I=\frac{E}{R+r}$,

线圈转一圈外力做功等于电功的大小,即$W=I^2(R+r)T\approx98.6$ J.

(3) 线圈由题图位置转过 90° 的过程中,$\Delta\Phi=BS\sin 90°$,

通过$R$的电荷量为$Q=N\frac{\Delta\Phi}{R+r}=0.1$ C.

**例 7**：在匀强磁场中，一个 100 匝的闭合矩形金属线圈，绕与磁感线垂直的固定轴匀速转动，穿过该线圈的磁通量随时间按图示正弦规律变化．设线圈总电阻为 2 Ω，则（　　）




A. $t=0$ 时，线圈平面平行于磁感线

B. $t=1$ s 时，线圈中的电流改变方向

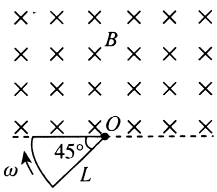
C. $t=1.5$ s 时，线圈中的感应电动势最大

D. 一个周期内，线圈产生的热量为 $8\pi^2$ J

**答案**：AD

**解析**：由图可知，$t=0$ 时，磁通量为 0，线圈平面平行于磁感线，A 正确；$t=1$ s 时，由法拉第电磁感应定律和图线的斜率可知，线圈中的电流方向不变，B 错误；$t=1.5$ s 时磁通量的变化率为 0，感应电动势为 0，C 错误；交变电流的电动势最大值 $E_m=n\Phi_m\omega$，所以电流的有效值 $I=\frac{E_m}{\sqrt{2}R}$，根据焦耳定律 $Q=I^2RT$，联立解得 $Q=8\pi^2$ J，D 正确．

**例 8**：如图所示的区域内有垂直于纸面的匀强磁场，磁感应强度为 $B$．电阻为 $R$、半径为 $L$、圆心角为 45° 的扇形闭合导线框绕垂直于纸面的 $O$ 轴以角速度 $\omega$ 匀速转动（$O$ 轴位于磁场边界）．则线框内产生的感应电流的有效值为（　　）

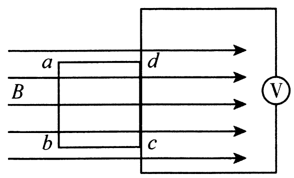



A. $\frac{BL^2\omega}{2R}$　　B. $\frac{\sqrt{2}BL^2\omega}{2R}$　　C. $\frac{\sqrt{2}BL^2\omega}{4R}$　　D. $\frac{BL^2\omega}{4R}$

**答案**：D

**解析**：线框的转动周期为 $T$，而线框转动一周只有 $\frac{T}{4}$ 的时间内有感应电流，此时感应电流的大小为：$I=\frac{\frac{1}{2}BL^2\omega}{R}=\frac{BL^2\omega}{2R}$，根据电流的热效应有：$\left(\frac{BL^2\omega}{2R}\right)^2R\cdot\frac{T}{4}=I_{有}^2RT$，解得 $I_{有}=\frac{BL^2\omega}{4R}$，故 D 正确．

**例 9**：如图所示，正方形单匝线框 $abcd$ 的边长为 $L$，每边电阻均为 $r$，线框在磁感应强度为 $B$ 的匀强磁场中以角速度 $\omega$ 绕 $cd$ 轴从图示位置开始匀速转动，转轴与磁感线垂直．一理想电压表用电刷接在线框的 $c$、$d$ 两点上，下列说法中正确的是（　　）




A. 电压表读数为 $\frac{\sqrt{2}}{2}B\omega L^2$

B. 电压表读数为 $\frac{\sqrt{2}}{8}B\omega L^2$

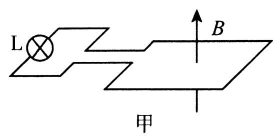
C. 从图示位置开始计时，流过线框电流的瞬时值表达式为 $i=\frac{B\omega L^2}{4r}\sin\omega t$

D. 线框从图示位置转过 $\frac{\pi}{2}$ 的过程中，流过 $cd$ 边的电荷量为 $q=\frac{B\omega L^2}{r}$

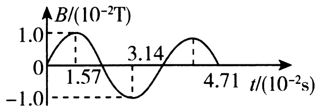
**答案**：B

**解析**：线框在匀强磁场中匀速转动，产生的感应电动势的最大值为 $E_m=BL^2\omega$，对应有效值为 $E=\frac{\sqrt{2}}{2}E_m=\frac{\sqrt{2}}{2}BL^2\omega$，电压表读数为 $\frac{E}{4}=\frac{\sqrt{2}}{8}BL^2\omega$，B 正确，A 错误；图示位置线框磁通量为零，产生的感应电动势为最大值，则感应电流瞬时表达式为 $i=\frac{BL^2}{4r}\cos\omega t$，C 错误；线框从题图所示位置处转过 $\frac{\pi}{2}$ 的过程中，流过 $cd$ 的电荷量为 $q=\frac{\Delta\Phi}{R}=\frac{BL^2}{4r}$，D 错误．

**例 10**：如图甲所示，一固定的矩形导体线圈水平放置，线圈的两端接一只小灯泡，在线圈所在空间内存在着与线圈平面垂直的均匀分布的磁场．已知线圈的匝数 $n=100$ 匝，总电阻 $r=1.0$ Ω，所围成矩形的面积 $S=0.040$ m²，小灯泡的电阻 $R=9.0$ Ω，磁感应强度随时间按如图乙所示的规律变化，线圈中产生的感应电动势瞬时值的表达式为 $e=nB_mS\frac{2\pi}{T}\cos\frac{2\pi}{T}t$，其中 $B_m$ 为磁感应强度的最大值，$T$ 为磁场变化的周期，不计灯丝电阻随温度的变化，求：




甲




乙

(1) 线圈中产生感应电动势的最大值；

(2) 小灯泡消耗的电功率．

**答案**：(1) 8.0 V　(2) 2.88 W

**解析**：(1) 由图象知，线圈中产生的交变电流的周期 $T=3.14\times10^{-2}$ s，所以 $E_m=nB_mS\omega=\frac{2\pi nB_mS}{T}=8.0$ V．

(2) 电流的最大值 $I_m=\frac{E_m}{R+r}=0.80$ A，有效值 $I=\frac{I_m}{\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{2}}{5}$ A，小灯泡消耗的电功率 $P=I^2R=2.88$ W．

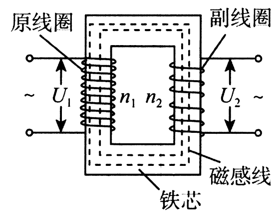
# 三十九　变压器　远距离输电

## 一、理想变压器

1. 构造和原理

(1) 构造：如图所示，变压器是由闭合铁芯和绕在铁芯上的两个线圈组成的.

(2) 原理：电磁感应的互感现象.




2. 基本关系式

(1) 功率关系：$P_{入}=P_{出}$.

(2) 电压关系：只有一个副线圈时 $\frac{U_1}{n_1}=\frac{U_2}{n_2}$，有多个副线圈时 $\frac{U_1}{n_1}=\frac{U_2}{n_2}=\frac{U_3}{n_3}=\cdots$

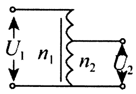
(3) 电流关系：只有一个副线圈时 $\frac{I_1}{I_2}=\frac{n_2}{n_1}$. 由 $P_{入}=P_{出}$ 及 $P=UI$ 推出有多个副线圈时，$U_1I_1=U_2I_2+U_3I_3+\cdots+U_nI_n$.

3. 几种常用的变压器

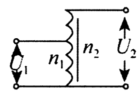
(1) 自耦变压器——调压变压器，如图甲、乙所示.

(2) 互感器

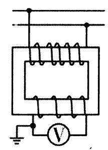
电压互感器：把高电压变成低电压，如图丙所示.
电流互感器：把大电流变成小电流，如图丁所示.

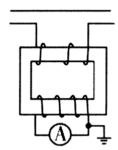


甲



乙


丙


丁

4. 理想变压器的基本关系

| | | |
|---|---|---|
| 基本关系 | 功率关系 | $P_{入}=P_{出}$ |
| | 电压关系 | 原、副线圈的电压比等于匝数比：$\frac{U_1}{U_2}=\frac{n_1}{n_2}$ |
| | 电流关系 | 只有一个副线圈时，电流和匝数成反比：$\frac{I_1}{I_2}=\frac{n_2}{n_1}$ |
| | 频率关系 | 原、副线圈中电流的频率相等 |
| 制约关系 | 电压 | 原线圈电压 $U_1$ 和匝数比决定副线圈电压 $U_2$ |
| | 功率 | 副线圈的输出功率 $P_{出}$ 决定原线圈的输入功率 $P_{入}$ |
| | 电流 | 副线圈电流 $I_2$ 和匝数比决定原线圈电流 $I_1$ |

## 二、理想变压器的动态分析

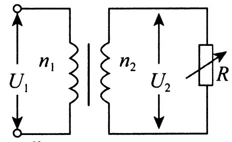
1. 理想变压器的动态分析常见的两种情况

(1) 匝数比不变，负载变. 如图所示：

①$U_1$ 不变，根据 $\frac{U_1}{U_2}=\frac{n_1}{n_2}$，不论负载电阻 $R$ 如何变化，$U_2$ 不变.

② 当负载电阻发生变化时，$I_2=\frac{U_2}{R}$ 变化，由于 $\frac{I_1}{I_2}=\frac{n_2}{n_1}$，故 $I_1$ 发生变化.

③$I_2$ 变化引起 $P_2=U_2I_2$ 变化，$P_1=P_2$，故 $P_1$ 发生变化.

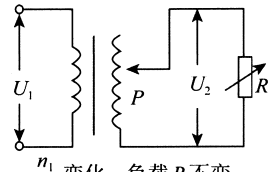


$\frac{n_1}{n_2}$不变，负载$R$变化

(2) 负载电阻不变，匝数比变. 如图所示：

①$U_1$ 不变，$\frac{n_1}{n_2}$ 发生变化，根据 $\frac{U_1}{U_2}=\frac{n_1}{n_2}$，$U_2$ 变化.

②$R$ 不变，$U_2$ 变化，故 $I_2=\frac{U_2}{R}$ 发生变化.



$\frac{n_1}{n_2}$变化，负载$R$不变

③ 根据 $P_2=\frac{U_2^2}{R}$，$P_2$ 发生变化，再根据 $P_1=P_2$，故 $P_1$ 变化.

④ 根据 $P_1=U_1I_1$，$U_1$ 不变，故 $I_1$ 发生变化.

2. 分析变压器的动态变化问题的注意事项

(1) 要明确变压器的各基本物理量之间的制约关系.

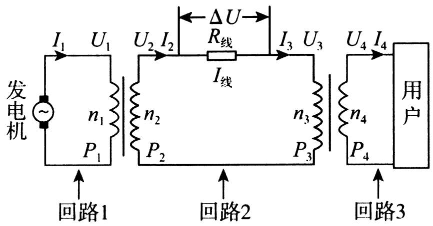
(2) 要明确“不变量”和“变化量”，从主动变化量开始，根据制约关系从前到后或从后到前逐一分析各物理量的变化情况.

## 三、远距离输电

1. 降低输电损耗的两个途径

(1) 减小输电线的电阻：由电阻定律 $R=\rho\frac{l}{S}$ 可知，在输电距离一定的情况下，为了减小电阻，应采用电阻率小的材料，也可以增加导线的横截面积.

(2) 减小输电导线中的输电电流：由 $P=UI$ 可知，当输送功率一定时，提高输电电压，可以减小输电电流.




2. 远距离输电问题的“三二一”

(1) 理清三个回路.

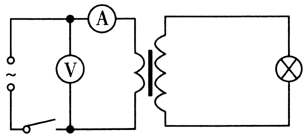
(2) 抓住两个联系.

① 理想的升压变压器联系了回路 1 和回路 2，由变压器原理可得：线圈 1(匝数为 $n_1$) 和线圈 2(匝数为 $n_2$) 中各个量间的关系是 $\frac{U_1}{U_2}=\frac{n_1}{n_2}$，$\frac{I_1}{I_2}=\frac{n_2}{n_1}$，$P_1=P_2$.

② 理想的降压变压器联系了回路 2 和回路 3，由变压器原理可得：线圈 3(匝数为 $n_3$) 和线圈 4(匝数为 $n_4$) 中各个量间的关系是 $\frac{U_3}{U_4}=\frac{n_3}{n_4}$，$\frac{I_3}{I_4}=\frac{n_4}{n_3}$，$P_3=P_4$.

(3) 掌握一个守恒：能量守恒关系式 $P_1=P_{损}+P_3$.

**例 1**：如图所示，一理想变压器原、副线圈的匝数比为 1∶2；副线圈电路中接有灯泡，灯泡的额定电压为 220 V，额定功率为 22 W；原线圈电路中接有电压表和电流表．现闭合开关，灯泡正常发光．若用 $U$ 和 $I$ 分别表示此时电压表和电流表的读数，则 (　　)



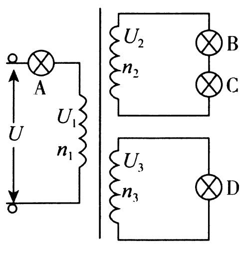

A. $U=110$ V，$I=0.2$ A　　B. $U=110$ V，$I=0.05$ A

C. $U=110\sqrt{2}$ V，$I=0.2$ A　　D. $U=110\sqrt{2}$ V，$I=0.2\sqrt{2}$ A

**答案**：A

**解析**：由变压原理 $\frac{n_1}{n_2}=\frac{U_1}{U_2}$ 可得 $U_1=110$ V，即电压表示数为 110 V．由 $P_入=P_出$ 和灯泡正常发光可得 $P_入=U_1I_1=P_出=22$ W，$I_1=\frac{22}{110}$ A $=0.2$ A，故 A 正确.

**例 2**：如图所示，接在理想变压器回路中的四个规格相同的灯泡都正常发光，那么，理想变压器的匝数比 $n_1:n_2:n_3$ 为 (　　)

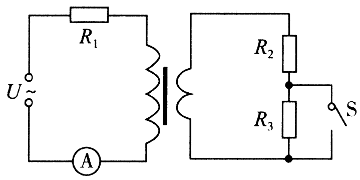



A. 1∶1∶1　　B. 3∶2∶1　　C. 6∶2∶1　　D. 2∶2∶1

**答案**：B

**解析**：灯泡正常发光，可得 $U_A=U_B=U_C=U_D$，所以 $U_2=2U_3$，由理想变压器的电压关系得 $\frac{n_2}{n_3}=\frac{U_2}{U_3}=\frac{2}{1}$，可得 $n_2=2n_3$．灯泡都正常发光，则功率相等，即 $P_A=P_B=P_C=P_D$．由 $P=I^2R$ 得 $I_A=I_B=I_C=I_D$，即 $I_1=I_2=I_3$ 由理想变压器的功率关系得 $U_1I_1=U_2I_2+U_3I_3$，即 $n_1I_1=n_2I_2+n_3I_3$，可得 $n_1=n_2+n_3=2n_3+n_3=3n_3$．所以 $n_1:n_2:n_3=3:2:1$.

**例 3**：一含有理想变压器的电路如图所示，图中电阻 $R_1$、$R_2$ 和 $R_3$ 的阻值分别为 3 Ω、1 Ω 和 4 Ω，A 为理想交流电流表，$U$ 为正弦交流电压源，输出电压的有效值恒定．当开关 S 断开时，电流表的示数为 $I$；当 S 闭合时，电流表的示数为 $4I$．该变压器原、副线圈匝数比为　　　　（　　）

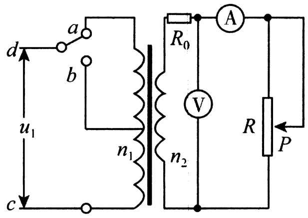



A. 2　　　　B. 3　　　　C. 4　　　　D. 5

**答案**：B

**解析**：理想变压器的输入功率和输出功率相等，当开关断开时，有 $(U-IR_1)I=(\frac{n_1}{n_2}I)^2(R_2+R_3)$，即 $(U-3\ \Omega\times I)I=(\frac{n_1}{n_2}I)^2\times 5\ \Omega$①；当开关闭合时，负载发生改变，$R_3$ 被短路，故有 $(U-4IR_1)\cdot 4I=(\frac{n_1}{n_2}\cdot 4I)^2\times R_2$，即 $(U-12\ \Omega\times I)\cdot 4I=(\frac{n_1}{n_2}\cdot 4I)^2\times 1\ \Omega$②．得 $U=48\ \Omega\times I$，代入①可解得 $\frac{n_1}{n_2}=3$，选项 B 正确．

**例 4**：如图所示，理想变压器原、副线圈的匝数比为 10∶1，$b$ 是原线圈的中心接头，电压表 V 和电流表 A 均为理想电表，除滑动变阻器电阻 $R$、定值电阻 $R_0$ 以外的其余电阻不计，从某时刻开始在原线圈 $c$、$d$ 两端加上交变电压，其瞬时值表达式为 $u_1=220\sqrt{2}\cdot\sin 100\pi t$ V．下列说法中正确的是　　　　（　　）




A. $t=\frac{1}{600}$ s 时刻，$c$、$d$ 两点间的电压瞬时值为 110 V

B. 当单刀双掷开关与 $a$ 连接时，电压表的示数为 $22\sqrt{2}$ V

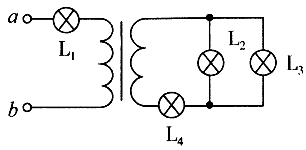
C. 单刀双掷开关与 $a$ 连接，在滑动变阻器滑片 $P$ 向上移动的过程中，电压表和电流表的示数均变小

D. 当单刀双掷开关由 $a$ 扳向 $b$ 时，电压表和电流表的示数均变大

**答案**：D

**解析**：由 $c$、$d$ 两点间的电压瞬时值表达式 $u_1=220\sqrt{2}\sin 100\pi t$ V，可知当 $t=\frac{1}{600}$ s 时，$u_1=220\sqrt{2}\sin\frac{\pi}{6}$ V $=110\sqrt{2}$ V，选项 A 错误．由 $\frac{U_1}{U_2}=\frac{n_1}{n_2}$ 得 $U_2=\frac{U_1n_2}{n_1}=220\times\frac{1}{10}$ V $=22$ V，故电压表示数小于 22 V，选项 B 错误．单刀双掷开关与 $a$ 连接，滑片 $P$ 向上移动时，电压表示数变大，选项 C 错误．当单刀双掷开关由 $a$ 扳向 $b$ 时，原、副线圈匝数比由 10∶1 变成 5∶1，且原线圈两端电压不变，可知输出电压增大，两电表示数均变大，选项 D 正确．

**例 5**：如图为含有理想变压器的电路，图中的三个灯泡 $L_1$、$L_2$、$L_3$ 都标有"5 V，5 W"字样，$L_4$ 标有"5 V，10 W"字样．若它们都能正常发光，则原、副线圈的匝数比为　（　　）

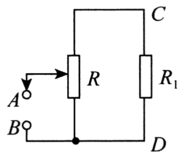



A. 1∶2　　　　B. 2∶1　　　　C. 1∶1　　　　D. 4∶1

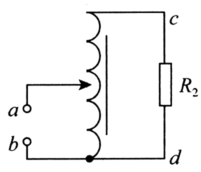
**答案**：B

**解析**：根据灯泡 $L_1$ 正常发光，由 $P=UI$ 可得流经理想变压器原线圈的电流 $I_1=1$ A；根据灯泡 $L_4$ 正常发光，由 $P=UI$ 可得流经理想变压器副线圈的电流 $I_2=2$ A，由理想变压器的交变电流比与匝数比之间的关系可得 $\frac{n_1}{n_2}=\frac{I_2}{I_1}=\frac{2}{1}$，故选项 B 正确，A、C、D 错误．

**例 6**：由闭合电路欧姆定律及串并联关系可知，图甲中，$A$、$B$ 两点间接直流稳压电源，$U_{AB}=100$ V，$R_1=40\ \Omega$，滑动变阻器总电阻 $R=20\ \Omega$，滑片处于变阻器正中位置；图乙中，自耦变压器输入端 $a$、$b$ 接交流稳压电源，其电压有效值 $U_{ab}=100$ V，滑片处于线圈正中位置，$R_2=40\ \Omega$．若 $R_1$ 和 $R_2$ 的发热功率分别为 $P_1$ 和 $P_2$，则 $P_1$ 和 $P_2$ 的关系为　（　　）



甲



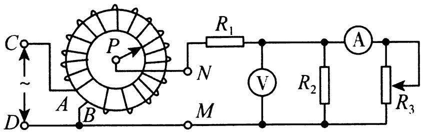
乙

A. $P_1=P_2$　　　　B. $\frac{P_1}{P_2}=\frac{2}{5}$　　　　C. $\frac{P_1}{P_2}=\frac{4}{25}$　　　　D. $\frac{P_1}{P_2}=\frac{1}{4}$

**答案**：C

**解析**：由闭合电路欧姆定律及串并联关系可知，图甲中，$R_1$ 两端的电压为 $U_1=80$ V，图乙中，$R_2$ 两端的电压为 $U_2=200$ V，所以 $\frac{P_1}{P_2}=\frac{\frac{U_1^2}{R_1}}{\frac{U_2^2}{R_2}}=\frac{4}{25}$，选项 C 正确．

**例 7**:有一种调压变压器的构造如图所示.线圈 $AB$ 绕在一个圆环形的铁芯上,$C$、$D$ 之间加上输入电压,转动滑动触头 $P$ 就可以调节输出电压.图中 A 为交流电流表,V 为交流电压表,$R_1$、$R_2$ 为定值电阻,$R_3$ 为滑动变阻器,$C$、$D$ 两端接正弦交流电源,变压器可视为理想变压器,则下列说法正确的是 (　　)




A. 当 $R_3$ 不变,滑动触头 $P$ 顺时针转动时,电流表读数变小,电压表读数变小

B. 当 $R_3$ 不变,滑动触头 $P$ 逆时针转动时,电流表读数变小,电压表读数变小

C. 当 $P$ 不动,滑动变阻器滑动触头向上滑动时,电流表读数变小,电压表读数变小

D. 当 $P$ 不动,滑动变阻器滑动触头向下滑动时,电流表读数变大,电压表读数变大

**答案**:A

**解析**:当 $R_3$ 不变,$P$ 顺时针转动时,$n_{MN}$ 减小,由 $\frac{U_{CD}}{U_{MN}}=\frac{n_{CD}}{n_{MN}}$,知 $U_{MN}$ 减小,则电压表、电流表读数均减小,A 项正确,同理知 B 项错误;当 $P$ 不动时,匝数 $n_{MN}$ 不变,输出电压 $U_{MN}$ 不变,滑片向上滑动,根据"串反并同",得电压表示数变大,电流表示数变小,C 项错误,同理知 D 项也错误.

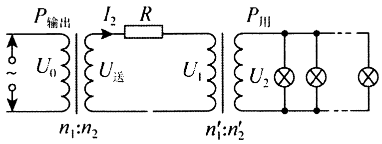
**例 8**:某村在距村庄较远的地方修建了一座小型水电站,发电机输出功率为 9 kW,输出电压为 500 V,输电线的总电阻为 10 Ω,允许线路损耗的功率为输出功率的 4%.求:

(1) 村民和村办小企业需要 220 V 电压时,所用升压变压器和降压变压器的原、副线圈的匝数比各为多少?(不计变压器的损耗)

(2) 若不用变压器而由发电机直接输送,村民和村办小企业得到的电压和功率是多少?

**答案**:(1)1∶3　72∶11　(2)320 V　5 760 W

**解析**:(1) 输电电路图如图所示,




由 $\Delta P=4\%P_{输出}$ 和 $\Delta P=I_2^2R$

得 $I_2=\sqrt{\frac{4\%P_{输出}}{R}}=6\ \text{A}$

则 $U_{送}=\frac{P_{输出}}{I_2}=1\ 500\ \text{V}$

升压变压器原、副线圈匝数比

$\frac{n_1}{n_2}=\frac{U_0}{U}=\frac{500}{1500}=\frac{1}{3}$

输电线上电压损失 $\Delta U=I_2R=60\ \text{V}$

故降压变压器输入电压

$U_1=U_{送}-\Delta U=1\ 440\ \text{V}$

故降压变压器原、副线圈匝数比

$\frac{n_1}{n_2}=\frac{U_1}{U_2}=\frac{1440}{220}=\frac{72}{11}$.

(2) 若不用变压器,则输电电流

$I=\frac{P_{输出}}{U_0}=18\ \text{A}$

$U=U_0-IR=320\ \text{V}$

$P=P_{输出}-I^2R=5\ 760\ \text{W}$.

# 四十　近代物理初步

## 一、波粒二象性

1. 对光的波动性和粒子性的进一步理解

| | 光的波动性 | 光的粒子性 |
|---|---|---|
| 实验基础 | 干涉和衍射 | 光电效应、康普顿效应 |
| 表现 | ① 光是一种概率波，即光子在空间各点出现的可能性大小(概率)可用波动规律来描述<br>② 大量的光子在传播时，表现出光的波动性 | ① 当光同物质发生作用时，这种作用是“一份一份”进行的，表现出粒子的性质<br>② 少量或个别光子容易显示出光的粒子性 |
| 说明 | ① 光的波动性是光子本身的一种属性，不是光子之间相互作用产生的<br>② 光的波动性不同于宏观观念的波 | ① 粒子的含义是“不连续”“一份一份”的<br>② 光子不同于宏观观念的粒子 |

2. 波动性和粒子性的对立与统一

(1) 大量光子易显示出波动性，而少量光子易显示出粒子性.

(2) 波长长(频率低)的光波动性强，而波长短(频率高)的光粒子性强.

(3) 光子说并未否定波动说，$E=h\nu=\dfrac{hc}{\lambda}$中，$\nu$ 和 $\lambda$ 就是波的概念.

(4) 波和粒子在宏观世界是不能统一的，而在微观世界却是统一的.

3. 物质波

(1) 定义：任何运动着的物体都有一种波与之对应，这种波叫做物质波，也叫德布罗意波.

(2) 物质波的波长：$\lambda=\dfrac{h}{p}=\dfrac{h}{mv}$，$h$ 是普朗克常量.

## 二、光电效应的理解

1. 与光电效应有关的五组概念对比

(1) 光子与光电子：光子指光在空间传播时的每一份能量，光子不带电；光电子是金属表面受到光照射时发射出来的电子，其本质是电子．光子是光电效应的因，光电子是果.

(2) 光电子的动能与光电子的最大初动能：光照射到金属表面时，电子吸收光子的全部能量，可能向各个方向运动，需克服原子核和其他原子的阻碍而损失一部分能量，剩余部分为光电子的初动能；只有金属表面的电子直接向外飞出时，只需克服原子核的引力做功的情况，才具有最大初动能. 光电子的初动能小于或等于光电子的最大初动能.

(3) 光电流与饱和光电流：金属板飞出的光电子到达阳极，回路中便产生光电流，随着所加正向电压的增大，光电流趋于一个饱和值，这个饱和值是饱和光电流，在一定的光照条件下，饱和光电流与所加电压大小无关.

(4) 入射光强度与光子能量：入射光强度指单位时间内照射到金属表面单位面积上的总能量.

(5) 光的强度与饱和光电流：饱和光电流与入射光强度成正比的规律是对频率相同的光照射金属产生光电效应而言的，对于不同频率的光，由于每个光子的能量不同，饱和光电流与入射光强度之间没有简单的正比关系.

2. 光电效应的研究思路

（1）两条线索

照射光：
- 频率 → 决定着每个光子的能量 $\varepsilon = h\nu$
- 强度 → 决定着每秒钟光源发射的光子数

光电子：
- 每秒钟逸出的光电子数 → 决定着光电流的大小
- 光电子逸出后的最大初动能 $\frac{1}{2}mv^2$

（2）两条对应关系

光强大 → 光子数目多 → 发射光电子多 → 光电流大

光子频率高 → 光子能量大 → 光电子的最大初动能大

（3）三点提醒：① 能否发生光电效应，不取决于光的强度而取决于光的频率．② 光电效应中的“光”不是特指可见光，也包括不可见光．③ 逸出功的大小由金属本身决定，与入射光无关.

## 三、爱因斯坦的光电效应方程及应用

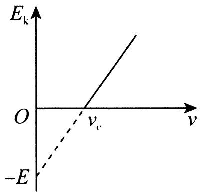
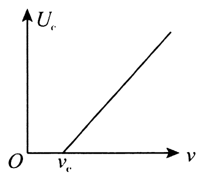
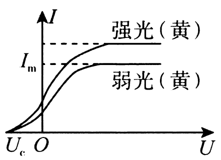
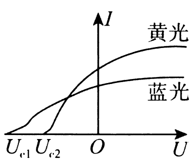
1. 三个关系

（1）爱因斯坦光电效应方程 $E_k = h\nu - W_0$.

（2）光电子的最大初动能 $E_k$ 可以利用光电管实验的方法测得，即 $E_k = eU_c$，其中 $U_c$ 是遏止电压.

（3）光电效应方程中的 $W_0$ 为逸出功，它与极限频率 $\nu_c$ 的关系是 $W_0 = h\nu_c$.

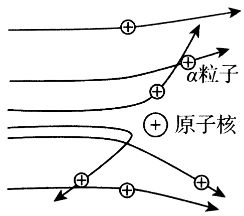
2. 四类图象

| 图象名称 | 图线形状 | 读取信息 |
|---|---|---|
| 最大初动能 $E_k$ 与入射光频率 $\nu$ 的关系图线 |  | ① 截止频率(极限频率)：横轴截距<br>② 逸出功：纵轴截距的绝对值 $W_0 = \|-E\| = E$<br>③ 普朗克常量：图线的斜率 $k = h$ |
| 遏止电压 $U_c$ 与入射光频率 $\nu$ 的关系图线 |  | ① 截止频率 $\nu_c$：横轴截距<br>② 遏止电压 $U_c$：随入射光频率的增大而增大<br>③ 普朗克常量 $h$：等于图线的斜率与电子电荷量的乘积，即 $h = ke$ |
| 颜色相同、强度不同的光，光电流与电压的关系 |  | ① 遏止电压 $U_c$：横轴截距<br>② 饱和光电流 $I_m$：电流的最大值<br>③ 最大初动能：$E_{km} = eU_c$ |
| 颜色不同时，光电流与电压的关系 |  | ① 遏止电压 $U_{c1}$、$U_{c2}$<br>② 饱和光电流<br>③ 最大初动能 $E_{k1} = eU_{c1}$，$E_{k2} = eU_{c2}$ |

## 四、原子的核式结构

1. 电子的发现：英国物理学家汤姆孙发现了电子.

2. $\alpha$ 粒子散射实验：英国物理学家卢瑟福和他的助手进行了用 $\alpha$ 粒子轰击金箔的实验，实验发现绝大多数 $\alpha$ 粒子穿过金箔后基本上仍沿原来方向前进，但有少数 $\alpha$ 粒子发生了大角度偏转，偏转的角度甚至大于 $90^\circ$，也就是说它们几乎被“撞”了回来.




3. 原子的核式结构模型：在原子中心有一个很小的核，原子全部的正电荷和几乎全部质量都集中在核里，带负电的电子在核外空间绕核旋转.

## 五、玻尔理论的理解与计算

1. 定态间的跃迁 —— 满足能级差

(1) 从低能级($n_{小}$) $\xrightarrow{跃迁}$ 高能级($n_{大}$) $\longrightarrow$ 吸收能量，$h\nu = E_{n大} - E_{n小}$.

(2) 从高能级($n_{大}$) $\xrightarrow{跃迁}$ 低能级($n_{小}$) $\longrightarrow$ 放出能量，$h\nu = E_{n大} - E_{n小}$.

2. 两类能级跃迁

(1) 自发跃迁：高能级 $\longrightarrow$ 低能级，释放能量，发出光子.

光子的频率 $\nu = \dfrac{\Delta E}{h} = \dfrac{E_{高} - E_{低}}{h}$.

(2) 受激跃迁：低能级 $\longrightarrow$ 高能级，吸收能量.

① 光照(吸收光子)：光子的能量必须恰等于能级差，$h\nu = \Delta E$.

② 碰撞、加热等：只要入射粒子能量大于或等于能级差即可，$E_{外} \geqslant \Delta E$.

③ 大于电离能的光子被吸收，将原子电离.

3. 谱线条数的确定方法

(1) 一个氢原子跃迁发出可能的光谱线条数最多为 $(n-1)$.

(2) 一群氢原子跃迁发出可能的光谱线条数的两种求解方法

① 用数学中的组合知识求解：$N = C_n^2 = \dfrac{n(n-1)}{2}$.

② 利用能级图求解：在氢原子能级图中将氢原子跃迁的各种可能情况一一画出，然后相加.

## 六、原子核的衰变规律

1. 放射性元素：具有放射性的元素称为放射性元素，原子序数大于或等于 83 的元素，都能自发地放出射线，原子序数小于 83 的元素，有的也能放出射线，它们放射出来的射线共有 α 射线、β 射线、γ 射线三种.

2. 三种射线的比较

| 种类 | α 射线 | β 射线 | γ 射线 |
|---|---|---|---|
| 组成 | 高速氦核流 | 高速电子流 | 光子流(高频电磁波) |
| 带电荷量 | $2e$ | $-e$ | 0 |
| 质量 | $4m_p$，$m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ kg | $\dfrac{m_p}{1\,836}$ | 静止质量为零 |
| 速度 | $0.1c$ | $0.99c$ | $c$(光速) |
| 在电磁场中 | 偏转 | 与 α 射线反向偏转 | 不偏转 |
| 贯穿本领 | 最弱，用纸能挡住 | 较强，能穿透几毫米厚的铝板 | 最强，能穿透几厘米厚的铅板 |
| 对空气的电离作用 | 很强 | 较弱 | 很弱 |

3. α衰变、β衰变的比较

| 衰变类型 | α衰变 | β衰变 |
| --- | --- | --- |
| 衰变方程 | ${}^{A}_{Z}X \to {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He$ | ${}^{A}_{Z}X \to {}^{A}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}e$ |
| 衰变实质 | 2个质子和2个中子结合成一个整体射出 | 1个中子转化为1个质子和1个电子 |
| | $2{}^{1}_{1}H + 2{}^{1}_{0}n \to {}^{4}_{2}He$ | ${}^{1}_{0}n \to {}^{1}_{1}H + {}^{0}_{-1}e$ |
| 衰变规律 | 电荷数守恒、质量数守恒、动量守恒 | |

4. 衰变次数的确定方法

方法一：确定衰变次数的方法是依据两个守恒规律，设放射性元素${}^{A}_{Z}X$经过$n$次α衰变和$m$次β衰变后，变成稳定的新元素${}^{A'}_{Z'}Y$，则表示该核反应的方程为${}^{A}_{Z}X \to {}^{A'}_{Z'}Y + n{}^{4}_{2}He + m{}^{0}_{-1}e$. 根据质量数守恒和电荷数守恒可列方程$A = A' + 4n$、$Z = Z' + 2n - m$，由以上两式联立解得$n = \frac{A - A'}{4}$，$m = \frac{A - A'}{2} + Z' - Z$，由此可见确定衰变次数可归结为求解一个二元一次方程组.

方法二：因为β衰变对质量数无影响，可先由质量数的改变确定α衰变的次数，然后根据衰变规律确定β衰变的次数.

5. 对半衰期的理解

(1) 半衰期公式：$N_{余} = N_{原}\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{\tau}}$、$m_{余} = m_{原}\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{\tau}}$.

(2) 半衰期的物理意义：半衰期是表示放射性元素衰变快慢的物理量，同一放射性元素的衰变速率一定，不同的放射性元素半衰期不同，有的差别很大.

(3) 半衰期的适用条件：半衰期是一个统计规律，是对大量的原子核衰变规律的总结，对于一个特定的原子核，无法确定何时发生衰变.

## 七、核反应方程与核能计算

1. 核反应的四种类型

| 类型 | | 可控性 | 核反应方程典例 | |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 衰变 | α衰变 | 自发 | ${}^{238}_{92}U \to {}^{234}_{90}Th + {}^{4}_{2}He$ | |
| | β衰变 | 自发 | ${}^{234}_{90}Th \to {}^{234}_{91}Pa + {}^{0}_{-1}e$ | |
| 人工转变 | | 人工控制 | ${}^{14}_{7}N + {}^{4}_{2}He \to {}^{17}_{8}O + {}^{1}_{1}H$(卢瑟福发现质子)<br>${}^{4}_{2}He + {}^{9}_{4}Be \to {}^{12}_{6}C + {}^{1}_{0}n$(查德威克发现中子) | |
| | | | ${}^{27}_{13}Al + {}^{4}_{2}He \to {}^{30}_{15}P + {}^{1}_{0}n$ | (约里奥·居里夫妇发现人工放射性) |
| | | | ${}^{30}_{15}P \to {}^{30}_{14}Si + {}^{0}_{1}e$ | |
| 重核裂变 | | 比较容易进行人工控制 | ${}^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \to {}^{144}_{56}Ba + {}^{89}_{36}Kr + 3{}^{1}_{0}n$ | |
| | | | ${}^{235}_{92}2U + {}^{1}_{0}n \to {}^{136}_{54}Xe + {}^{90}_{38}Sr + 10{}^{1}_{0}n$ | |
| 轻核聚变 | | 很难控制 | ${}^{2}_{1}H + {}^{3}_{1}H \to {}^{4}_{2}He + {}^{1}_{0}n$ | |

2. 核反应方程式的书写

(1) 熟记常见基本粒子的符号，是正确书写核反应方程的基础. 如质子(${}^{1}_{1}H$)、中子(${}^{1}_{0}n$)、α粒子(${}^{4}_{2}He$)、β粒子(${}^{0}_{1}e$)、正电子(${}^{0}_{1}e$)、氘核(${}^{2}_{1}H$)、氚核(${}^{3}_{1}H$) 等.

(2) 掌握核反应方程遵守的规律，是正确书写核反应方程或判断某个核反应方程是否正确的依据，由于核反应不可逆，所以书写核反应方程式时只能用"→"表示反应方向.

(3) 核反应过程中质量数守恒，电荷数守恒.

3. 对质能方程的理解

(1) 一定的能量和一定的质量相联系，物体的总能量和它的质量成正比，即 $E = mc^2$.

方程的含义：物体具有的能量与它的质量之间存在简单的正比关系，物体的能量增大，质量也增大；物体的能量减少，质量也减少.

(2) 核子在结合成原子核时出现质量亏损 $\Delta m$，其能量也要相应减少，即 $\Delta E = \Delta mc^2$.

(3) 原子核分解成核子时要吸收一定的能量，相应的质量增加 $\Delta m$，吸收的能量为 $\Delta E = \Delta mc^2$.

4. 核能的计算方法

(1) 根据 $\Delta E = \Delta mc^2$ 计算时，$\Delta m$ 的单位是"kg"，$c$ 的单位是"m/s"，$\Delta E$ 的单位是"J".

(2) 根据 $\Delta E = \Delta m \times 931.5$ MeV 计算时，$\Delta m$ 的单位是"u"，$\Delta E$ 的单位是"MeV".

(3) 根据原子核比结合能来计算核能：原子核的结合能 = 原子核比结合能 × 核子数.

**例 1**：关于光电效应和康普顿效应的规律，下列说法正确的是　　(　　)

A. 光电效应中，金属板向外发射的光电子又可以叫做光子

B. 用光照射金属不能发生光电效应是因为该入射光的频率小于金属的截止频率

C. 对于同种金属而言，遏止电压与入射光的频率无关

D. 石墨对 X 射线散射时，部分 X 射线的散射光波长会变长，这个现象称为康普顿效应

**答案**：BD

**解析**：光电效应中，金属板向外发射的电子叫光电子，光子是光量子的简称，A 错误；用光照射金属不能发生光电效应是因为该入射光的频率小于金属的截止频率，B 正确；根据光电效应方程 $h\nu = W_0 + eU_c$ 可知，对于同种金属而言(逸出功一样)，入射光的频率越大，遏止电压也越大，即遏止电压与入射光的频率有关，C 错误；在石墨对 X 射线散射时，部分 X 射线的散射光波长会变长的现象称为康普顿效应，D 正确.

**例 2**：实物粒子和光都具有波粒二象性．下列事实中突出体现波动性的是　　(　　)

A. 电子束通过双缝实验装置后可以形成干涉图样

B. β 射线在云室中穿过会留下清晰的径迹

C. 人们利用慢中子衍射来研究晶体的结构

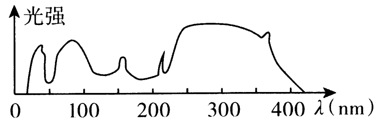
D. 人们利用电子显微镜观测物质的微观结构

E. 光电效应实验中，光电子的最大初动能与入射光的频率有关，与入射光的强度无关

**答案**：ACD

**解析**：电子束具有波动性，通过双缝实验装置后可以形成干涉图样，选项 A 正确．β 射线在云室中高速运动时，径迹又细又直，表现出粒子性，选项 B 错误．人们利用慢中子衍射来研究晶体的结构，体现出波动性，选项 C 正确．电子显微镜是利用电子束工作的，体现了波动性，选项 D 正确．光电效应实验，体现的是粒子性，选项 E 错误.

**例 3**：某光源发出的光由不同波长的光组成，不同波长的光的强度如图所示，表中给出了一些材料的极限波长，用该光源发出的光照射表中材料　　(　　)




| 材料 | 钠 | 铜 | 铂 |
|---|---|---|---|
| 极限波长(nm) | 541 | 268 | 196 |

A. 仅钠能产生光电子

B. 仅钠、铜能产生光电子

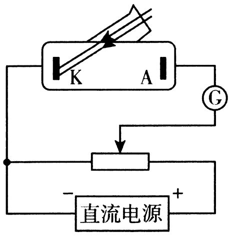
C. 仅铜、铂能产生光电子

D. 都能产生光电子

**答案**：D

**解析**：根据爱因斯坦光电效应方程可知，只要光源的波长小于某金属的极限波长，就有光电子逸出，该光源发出的光的波长有的小于 100 nm，小于钠、铜、铂三个的极限波长，都能产生光电子，故 D 正确，A、B、C 错误.

**例 4**:如图所示是光电管的原理图,已知当有波长为 $\lambda_0$ 的光照到阴极 K 上时,电路中有光电流,则 ( )




A. 若增加电路中电源电压,电路中光电流一定增大

B. 若将电源极性反接,电路中一定没有光电流产生

C. 若换用波长为 $\lambda_1(\lambda_1>\lambda_0)$ 的光照射阴极 K 时,电路中一定没有光电流

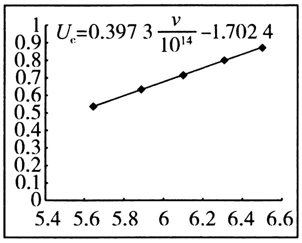
D. 若换用波长为 $\lambda_2(\lambda_2<\lambda_0)$ 的光照射阴极 K 时,电路中一定有光电流

**答案**:D

**解析**:光电流的强度与入射光的强度有关,当光越强时,光电子数目会增多,增加电路中电源电压,光电流可能会增加,当达到饱和光电流后,再增大电压,则光电流不会增大,故 A 错误;将电路中电源的极性反接,电子受到电场阻力,到达 A 极的数目会减少,则电路中电流会减小,甚至没有电流,故 B 错误;若换用波长为 $\lambda_1(\lambda_1>\lambda_0)$ 的光,其频率有可能大于极限频率,电路中可能有光电流,故 C 错误;若换用波长为 $\lambda_2(\lambda_2<\lambda_0)$ 的光,其频率一定大于极限频率,电路中一定有光电流,故 D 正确.

**例 5**:下表是按照密立根的方法进行光电效应实验时得到的某金属的遏止电压 $U_c$ 和入射光的频率 $\nu$ 的几组数据.由以上数据应用 Excel 描点连线,可得直线方程,如图所示.

| $U_c$/V | 0.541 | 0.637 | 0.714 | 0.809 | 0.878 |
|---|---|---|---|---|---|
| $\nu/10^{14}$ Hz | 5.644 | 5.888 | 6.098 | 6.303 | 6.501 |




则这种金属的截止频率约为 ( )

A. $3.5\times10^{14}$ Hz

B. $4.3\times10^{14}$ Hz

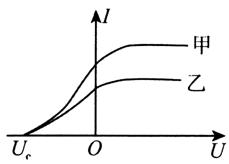
C. $5.5\times10^{14}$ Hz

D. $6.0\times10^{14}$ Hz

**答案**:B

**解析**:遏止电压为零时,入射光的频率等于截止频率,根据方程 $U_c=0.397\ 3\frac{\nu}{10^{14}}-1.702\ 4$,当 $U_c=0$ 解得 $\nu\approx4.3\times10^{14}$ Hz,B 正确.

**例 6**:用甲、乙两种单色光照射同一金属做光电效应实验,发现光电流与电压的关系如图所示.已知普朗克常量为 $h$,被照射金属的逸出功为 $W_0$,遏止电压为 $U_c$,电子的电荷量为 $e$,则下列说法正确的是 ( )




A. 甲光的强度大于乙光的强度

B. 甲光的频率大于乙光的频率

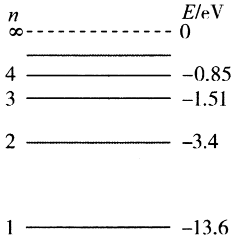
C. 甲光照射时产生的光电子初动能均为 $eU_c$

D. 乙光的频率为 $\frac{W_0+eU_c}{h}$

**答案**:AD

**解析**:根据光的强度越强,则光电子数目越多,对应的光电流越大,即可判定甲光的强度较大,选项 A 正确;由光电效应方程 $\frac{1}{2}mv^2=h\nu-W_0$,又 $\frac{1}{2}mv^2=U_ce$,由题图可知,甲、乙的截止电压相同,故甲、乙的频率相同,选项 B 错误;甲光照射时产生的光电子的最大初动能均为 $eU_c$,选项 C 错误;根据 $\frac{1}{2}mv^2=h\nu-W_0=U_ce$,可得 $\nu=\frac{U_ce+W_0}{h}$,选项 D 正确.

**例 7**:如图是氢原子的能级图,一群氢原子处于 $n=3$ 能级,下列说法中正确的是 (　　)




A. 这群氢原子跃迁时能够发出 3 种不同频率的光子

B. 这群氢原子发出的光子中,能量最大为 10.2 eV

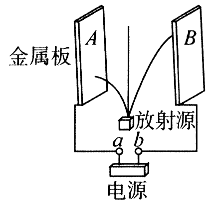
C. 从 $n=3$ 能级跃迁到 $n=2$ 能级时发出的光波长最长

D. 这群氢原子能够吸收任意光子的能量而向更高能级跃迁

**答案**:AC

**解析**:根据 $C_3^2=3$ 知,这群氢原子能够发出 3 种不同频率的光子,故 A 正确;由 $n=3$ 跃迁到 $n=1$,辐射的光子能量最大,$\Delta E=(13.6-1.51)\text{eV}=12.09\text{ eV}$,故 B 错误;从 $n=3$ 跃迁到 $n=2$ 辐射的光子能量最小,频率最小,则波长最长,故 C 正确;一群处于 $n=3$ 能级的氢原子吸收光子能量发生跃迁,吸收的能量必须等于两能级的能级差,故 D 错误.

**例 8**:研究放射性元素射线性质的实验装置如图所示.两块平行放置的金属板 $A$、$B$ 分别与电源的两极 $a$、$b$ 连接,放射源发出的射线从其上方小孔向外射出.则 (　　)




A. $a$ 为电源正极,到达 $A$ 板的为 α 射线

B. $a$ 为电源正极,到达 $A$ 板的为 β 射线

C. $a$ 为电源负极,到达 $A$ 板的为 α 射线

D. $a$ 为电源负极,到达 $A$ 板的为 β 射线

**答案**:B

**解析**:从题图可以看出,到达两极板的粒子做类平抛运动,到达 $A$ 极板的粒子在初速度方向的位移小于到达 $B$ 板的粒子在初速度方向的位移,粒子在初速度方向做匀速直线运动,则根据公式 $x=v_0t=v_0\sqrt{\frac{md^2}{qU}}$,两个粒子初速度 $v_0$ 相差不大,两极板间电压 $U$ 相同,放射源与两极板的距离 $\frac{d}{2}$ 也相同,而电子的 $\frac{m}{q}$ 小得多,所以电子在初速度方向的位移小,故达到 $A$ 极板的是 β 射线,$A$ 极板带正电,$a$ 为电源的正极,故选项 B 正确.

**例 9**:大科学工程"人造太阳"主要是将氘核聚变反应释放的能量用来发电.氘核聚变反应方程是:${}_1^2\text{H}+{}_1^2\text{H}\rightarrow{}_2^3\text{He}+{}_0^1\text{n}$.已知 ${}_1^2\text{H}$ 的质量为 2.013 6 u,${}_2^3\text{He}$ 的质量为 3.015 0 u,${}_0^1\text{n}$ 的质量为 1.008 7 u,1 u = 931 MeV/$c^2$.氘核聚变反应中释放的核能约为 (　　)

A. 3.7 MeV

B. 3.3 MeV

C. 2.7 MeV

D. 0.93 MeV

**答案**:B

**解析**:氘核聚变反应的质量亏损为 $\Delta m=2\times2.013\,6\text{ u}-(3.015\,0\text{ u}+1.008\,7\text{ u})=0.003\,5\text{ u}$,释放的核能为 $\Delta E=\Delta mc^2=0.003\,5\times931\text{ MeV}/c^2\times c^2\approx3.3\text{ MeV}$,选项 B 正确.

**例 10**:一静止的铀核放出一个 α 粒子衰变成钍核,衰变方程为 ${}_{92}^{238}\text{U}\rightarrow{}_{90}^{234}\text{Th}+{}_2^4\text{He}$.下列说法正确的是 (　　)

A. 衰变后钍核的动能等于 α 粒子的动能

B. 衰变后钍核的动量大小等于 α 粒子的动量大小

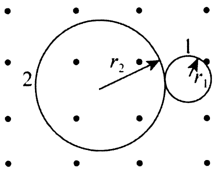
C. 铀核的半衰期等于其放出一个 α 粒子所经历的时间

D. 衰变后 α 粒子与钍核的质量之和等于衰变前铀核的质量

**答案**:B

**解析**:静止的铀核在衰变过程中遵循动量守恒,由于系统的总动量为零,因此衰变后产生的钍核和 α 粒子的动量等大反向,即 $p_{\text{Th}}=p_\alpha$,B 项正确;因此有 $\sqrt{2m_{\text{Th}}E_{\text{kTh}}}=\sqrt{2m_\alpha E_{\text{k}\alpha}}$,由于钍核和 α 粒子的质量不等,因此衰变后钍核和 α 粒子的动能不等,A 项错误;根据半衰期的定义可知,C 项错误;由于衰变过程释放能量,根据爱因斯坦质能方程可知,衰变过程有质量亏损,因此 D 项错误.

**例 11**：在匀强磁场中，一个原来静止的原子核，由于放出一个 α 粒子，结果得到一张两个相切圆的径迹照片（如图所示），今测得两个相切圆半径之比 $r_1 : r_2 = 1 : 44$. 则：




(1) 图中哪一个圆是 α 粒子的径迹?（说明理由）

(2) 这个原子核原来所含的质子数是多少?

**答案**：(1) 圆轨道 2 是 α 粒子的径迹，理由见解析　(2)90

**解析**：(1) 因为动量守恒，所以轨道半径与粒子的电荷量成反比，所以圆轨道 2 是 α 粒子的径迹，圆轨道 1 是新生核的径迹，两者电性相同，运动方向相反.

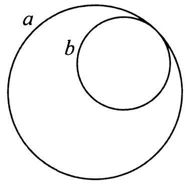
(2) 设衰变后新生核的电荷量为 $q_1$，α 粒子的电荷量为 $q_2 = 2e$，它们的质量分别为 $m_1$ 和 $m_2$，衰变后的速度分别为 $v_1$ 和 $v_2$，所以原来原子核的电荷量 $q = q_1 + q_2$

根据轨道半径公式有 $\frac{r_1}{r_2} = \frac{\frac{m_1 v_1}{Bq_1}}{\frac{m_2 v_2}{Bq_2}} = \frac{m_1 v_1 q_2}{m_2 v_2 q_1}$

又由于衰变过程中遵循动量守恒定律，则 $m_1 v_1 = m_2 v_2$，

以上三式联立解得 $q = 90e$. 即这个原子核原来所含的质子数为 90.

**例 12**：在垂直于纸面的匀强磁场中，有一原来静止的原子核，该核衰变后，放出的带电粒子和反冲核的运动轨迹分别如图中 $a$、$b$ 所示，由图可以判定　（　）




A. 该核发生的是 α 衰变

B. 该核发生的是 β 衰变

C. 磁场方向一定垂直纸面向里

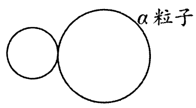
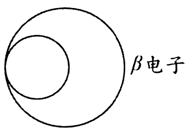
D. 磁场方向一定垂直纸面向外

**答案**：B

**解析**：本题考查对 α 粒子及电子的性质的了解，对动量守恒定律以及左手定则的应用能力. 原来静止的核，放出粒子后，总动量守恒，所以粒子和反冲核的速度方向一定相反. 根据图示，它们在同一磁场中是向同一侧偏转的，由左手定则可知它们必带异种电荷，故应为 β 衰变；由于不知它们的旋转方向，因而无法判定磁场是向里还是向外，即都有可能.

**点拨**：两类核衰变在磁场中的径迹

静止核在磁场中自发衰变，其轨迹为两相切圆，α 衰变时两圆外切，β 衰变时两圆内切，根据动量守恒 $m_1 v_1 = m_2 v_2$ 和 $r = \frac{mv}{qB}$ 知，半径小的为新核，半径大的为 α 粒子或电子，其特点对比如下表：

| | | | |
|---|---|---|---|
| α 衰变 | ${}^{A}_{Z}X \to {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He$ | 匀强磁场中轨迹   | 两圆外切，α 粒子半径大 |
| β 衰变 | ${}^{A}_{Z}X \to {}^{A}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}e$ | 匀强磁场中轨迹   | 两圆内切，电子半径大 |

当静止的原子核在匀强磁场中发生衰变时，大圆轨道一定是释放出的带电粒子（α 粒子或电子）的，小圆轨道一定是反冲核的. α 衰变时两圆外切，β 衰变时两圆内切. 如果已知磁场方向，还可根据左手定则判断绕行方向是顺时针还是逆时针.

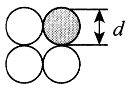
# 四十一　分子动理论　内能　用油膜法估测分子的大小

## 考点一：微观量的估算

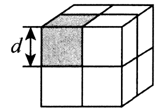
1. 两种分子模型

物质有固态、液态和气态三种情况，不同物态下应将分子看成不同的模型.

(1) 固体、液体分子一个一个紧密排列，可将分子看成球形或立方体形，如图所示，分子间距等于小球的直径或立方体的棱长，所以 $d=\sqrt[3]{\frac{6V}{\pi}}$（球体模型）或 $d=\sqrt[3]{V}$（立方体模型）.

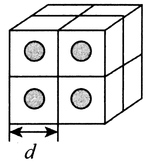


球体分子模型



立方体分子模型

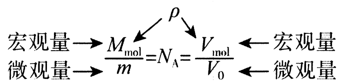
(2) 气体分子不是一个一个紧密排列的，它们之间的距离很大，所以气体分子的大小不等于分子所占有的平均空间. 如图所示，此时每个分子占有的空间视为棱长为 $d$ 的立方体，所以 $d=\sqrt[3]{V}$.



气体分子模型

2. 宏观量与微观量的转换桥梁

作为宏观量的摩尔质量 $M_{mol}$、摩尔体积 $V_{mol}$、密度 $\rho$ 与作为微观量的分子质量 $m$、单个分子的体积 $V_0$、分子直径 $d$ 都可通过阿伏加德罗常数联系起来.




(1) 一个分子的质量：$m=\frac{M_{mol}}{N_A}$.

(2) 一个分子所占的体积：$V_0=\frac{V_{mol}}{N_A}$（估算固体、液体分子的体积或气体分子平均占有的空间）.

(3) 1 mol 物质的体积：$V_{mol}=\frac{M_{mol}}{\rho}$.

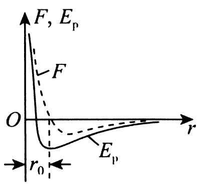
(4) 质量为 $M$ 的物体中所含的分子数：$n=\frac{M}{M_{mol}}N_A$.

(5) 体积为 $V$ 的物体中所含的分子数：$n=\frac{V}{V_{mol}}N_A$.

## 考点二：扩散现象、布朗运动与分子热运动

| | 扩散现象 | 布朗运动 | 分子热运动 |
|---|---|---|---|
| 活动主体 | 分子 | 固体微小颗粒 | 分子 |
| 区别 | 分子的运动，发生在固体、液体、气体等任何两种物质之间 | 微小颗粒的运动，是比分子大得多的分子团的运动，较大的颗粒不做布朗运动，但它本身及周围的分子仍在做热运动 | 分子的运动，分子无论大小都做热运动，热运动不能通过光学显微镜直接观察到 |
| 观察 | 裸眼可见 | 光学显微镜 | 电子显微镜或扫描隧道显微镜 |
| 共同点 | 都是永不停息的无规则运动，都随温度的升高而变得更加激烈 | | |
| 联系 | 布朗运动是由于微小颗粒受到周围分子做热运动的撞击力不平衡而引起的，它是分子做无规则运动的反映 | | |

## 考点三：分子力、分子势能与分子间距离的关系

| | |
|---|---|
|  | 分子力 $F$、分子势能 $E_p$ 与分子间距离 $r$ 的关系图线如图所示(取无穷远处分子势能 $E_p=0$).<br>(1) 当 $r>r_0$ 时,分子力为引力,当 $r$ 增大时,分子力做负功,分子势能增加.<br>(2) 当 $r<r_0$ 时,分子力为斥力,当 $r$ 减小时,分子力做负功,分子势能增加.<br>(3) 当 $r=r_0$ 时,分子势能最小. |

## 考点四、物体的内能

1. 物体的内能与机械能的比较

| | 内能 | 机械能 |
|---|---|---|
| 定义 | 物体中所有分子热运动动能与分子势能的总和 | 物体的动能、重力势能和弹性势能的统称 |
| 决定因素 | 与物体的温度、体积、物态和分子数有关 | 跟宏观运动状态、参考系和零势能点的选取有关 |
| 量值 | 任何物体都有内能 | 可以为零 |
| 测量 | 无法测量 | 可测量 |
| 本质 | 微观分子的运动和相互作用的结果 | 宏观物体的运动和相互作用的结果 |
| 运动形式 | 热运动 | 机械运动 |
| 联系 | 在一定条件下可以相互转化,能的总量守恒 | |

2. 内能和热量的比较

| | 内能 | 热量 |
|---|---|---|
| 区别 | 是状态量,状态确定系统的内能随之确定.一个物体在不同的状态下有不同的内能 | 是过程量,它表示由于热传递而引起的内能变化过程中转移的能量 |
| 联系 | 在只有热传递改变物体内能的情况下,物体内能的改变量在数值上等于物体吸收或放出的热量 | |

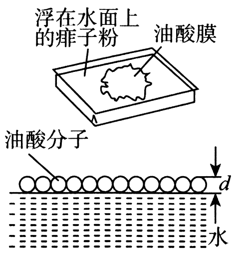
## 考点五：用油膜法估测分子的大小

**一、实验目的**：1. 估测油酸分子的大小．　2. 学会间接测量微观量的原理和方法．

**二、实验器材**：清水、盛水浅盘、胶头滴管(或注射器)、试剂瓶、坐标纸、玻璃板、痱子粉(或石膏粉)、油酸酒精溶液、量筒、彩笔．

**三、实验步骤**

1. 在方盘中盛入适量的水(约 2 cm 深)，使水处于稳定状态．
2. 用注射器(或胶头滴管)取事先配好的油酸酒精溶液，逐滴滴入量筒，记下量筒中滴入 1 mL 溶液所需加入溶液的滴数．
3. 将痱子粉均匀地撒在水面上．
4. 用注射器(或胶头滴管)靠近水面将油酸酒精溶液滴在水面上．
5. 待油酸膜的面积稳定后，把玻璃板放在方盘上，用彩笔描绘出油膜的形状．




**四、实验数据**

油酸酒精溶液中油酸的体积、油膜的面积．

**五、注意事项**

1. 实验前应检查方盘是否干净．
2. 方盘中的水应保持稳定状态，最好静置一段时间，痱子粉均匀撒在水面上．
3. 向水面滴油酸酒精溶液时，注射器针尖应竖直靠近水面，如果离水面太高可能无法形成油膜．距离最好在 1 cm 左右．
4. 计算油膜面积时，以坐标纸上方格的数目来计算，不足半个的舍去，多于半个的算 1 个．

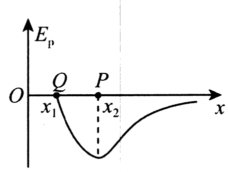
**例 1**：某气体的摩尔质量为 $M$，分子质量为 $m$．若 1 摩尔该气体的体积为 $V_m$，密度为 $\rho$，则该气体单位体积分子数为(阿伏加德罗常数为 $N_A$)　(　　)

A. $\frac{N_A}{V_m}$　　B. $\frac{M}{mV_m}$　　C. $\frac{\rho N_A}{M}$　　D. $\frac{\rho N_A}{m}$

**答案**：ABC

**解析**：1 摩尔该气体的体积为 $V_m$，则单位体积分子数为 $n=\frac{N_A}{V_m}$，气体的摩尔质量为 $M$，分子质量为 $m$，则 1 mol 气体的分子数为 $N_A=\frac{M}{m}$，可得 $n=\frac{M}{mV_m}$，气体的密度为 $\rho$，则 1 摩尔该气体的体积 $V_m=\frac{M}{\rho}$，则有 $n=\frac{\rho N_A}{M}$，故 D 错误，A、B、C 正确．

**例 2**：甲分子固定在坐标原点 $O$，只在两分子间的作用力作用下，乙分子沿 $x$ 轴方向运动，两分子间的分子势能 $E_p$ 与两分子间距离 $x$ 的变化关系如图所示，设乙分子在移动过程中所具有的总能量为 0，则下列说法正确的是　(　　)




A. 乙分子在 $P$ 点时加速度为 0
B. 乙分子在 $Q$ 点时分子势能最小
C. 乙分子在 $Q$ 点时处于平衡状态
D. 乙分子在 $P$ 点时动能最大
E. 乙分子在 $P$ 点时，分子间引力和斥力相等

**答案**：ADE

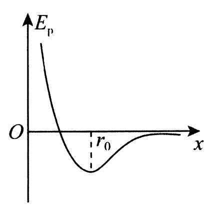
**解析**：由题图可知，乙分子在 $P$ 点时分子势能最小，此时乙分子受力平衡，甲、乙两分子间引力和斥力相等，乙分子所受合力为 0，加速度为 0，A、E 正确．乙分子在 $Q$ 点时分子势能为 0，大于乙分子在 $P$ 点时的分子势能，B 错误．乙分子在 $Q$ 点时与甲分子间的距离小于平衡距离，分子引力小于分子斥力，合力表现为斥力，所以乙分子在 $Q$ 点合力不为 0，故不处于平衡状态，C 错误．乙分子在 $P$ 点时，其分子势能最小，由能量守恒可知此时乙分子动能最大，D 正确．

**点拨**：(1) 分子势能在平衡位置有最小值，无论分子间距离如何变化，靠近平衡位置，分子势能减小，反之增大．

(2) 判断分子势能变化的两种方法

方法一：利用分子力做功判断．分子力做正功，分子势能减小；分子力做负功，分子势能增加．

方法二：利用分子势能 $E_p$ 与分子间距离 $r$ 的关系图线判断，如图所示．要注意此图线和分子力与分子间距离的关系图线形状虽然相似，但意义不同，不要混淆．



**例 3**:关于物体的内能,下列叙述中正确的是 (　　)

A. 温度高的物体比温度低的物体内能大

B. 物体的内能不可能为零

C. 内能相同的物体,它们的分子平均动能一定相同

D. 内能不相同的物体,它们的分子平均动能可能相同

E. 物体的内能与物体的温度、体积、物态和分子数有关

**答案**:BDE

**解析**:温度高低反映分子平均动能的大小,但由于物体不同,分子数目不同,所处状态不同,无法反映内能的大小,选项 A 错误;由于分子都在做无规则运动,因此,任何物体的内能不可能为零,选项 B 正确;内能相同的物体,它们的分子平均动能不一定相同,选项 C 错误;内能不同的两个物体,它们的温度可以相同,即它们的分子平均动能可能相同,选项 D 正确;物体的内能与物体的温度、体积、物态和分子数有关,故选项 E 正确.

**点拨**:(1) 内能是对物体的大量分子而言的,不存在某个分子内能的说法.(2) 任何物体都有内能,因为现实中绝对零度达不到.(3) 温度是分子平均动能的标志,是大量分子热运动的体现,不能比较单个分子的温度高低.(4) 只要温度相同,任何物体的分子平均动能都相同,注意是平均动能而不是平均速率.

**例 4**:下列关于温度及内能的说法中正确的是 (　　)

A. 温度是分子平均动能的标志,所以两个动能不同的分子相比,动能大的分子温度高

B. 两个不同的物体,只要温度和体积相同,内能就相同

C. 质量和温度相同的冰和水,内能不同

D. 一定质量的某种物质,即使温度不变,内能也可能发生变化

E. 温度高的物体不一定比温度低的物体内能大

**答案**:CDE

**解析**:温度是大量分子热运动的宏观体现,单个分子不能比较温度高低,A 错误;物质的内能由温度、体积、物质的量及物态共同决定,故 B 错误,C 正确;一定质量的某种物质,温度不变而体积发生变化时,内能也可能发生变化,D 正确;质量不确定,只知道温度的关系,不能确定内能的大小,故 E 正确.

**例 5**:两个分子相距 $r_1$ 时,分子力表现为引力,相距 $r_2$ 时,分子力表现为斥力,则 (　　)

A. 相距 $r_1$ 时,分子间没有斥力存在

B. 相距 $r_2$ 时的斥力大于相距 $r_1$ 时的斥力

C. 相距 $r_2$ 时,分子间引力和斥力同时存在

D. 相距 $r_1$ 时的引力大于相距 $r_2$ 时的引力

E. 由题意知 $r_1 > r_2$

**答案**:BCE

**解析**:分子间的相互作用力由引力和斥力两部分组成,这两种力同时存在,实际的分子力是引力和斥力的合力,故 A 错误,C 正确;分子间的引力和斥力都随着分子间距离的增加而减小,故相距为 $r_2$ 时分子间的斥力大于相距为 $r_1$ 时的斥力,相距 $r_2$ 时分子间的引力大于相距 $r_1$ 时的引力,故 B 正确,D 错误;两个分子相距为 $r_1$ 时,分子间的相互作用力表现为引力,相距为 $r_2$ 时,表现为斥力,故 $r_1 > r_2$,E 正确.

**例 6**:下列关于布朗运动的说法中正确的是 (　　)

A. 布朗运动是微粒的运动,其运动规律遵循牛顿第二定律

B. 布朗运动是组成固体微粒的分子无规则运动的反映

C. 布朗运动是液体分子与固体分子的共同运动

D. 布朗运动是永不停息的,反映了系统的能量是守恒的

E. 布朗运动是悬浮在液体中的固体小颗粒的无规则运动

**答案**:ADE

**解析**:布朗运动是悬浮的固体小颗粒不停地做无规则的宏观的机械运动,故符合牛顿第二定律,它反映了液体分子永不停息地做无规则运动,A、E 正确,B、C 错误;微粒运动过程中,速度的大小与方向不断发生改变,与接触的微粒进行能量交换,D 正确.

**例 7**:1 g100 ℃ 的水和 1 g100 ℃ 的水蒸气相比较,下列说法正确的是　　(　　)

A. 分子的平均动能和分子的总动能都相同

B. 分子的平均动能相同,分子的总动能不同

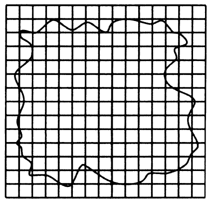
C. 内能相同

D. 1 g100 ℃ 的水的内能小于 1 g100 ℃ 的水蒸气的内能

**答案**:AD

**解析**:温度相同,则它们的分子平均动能相同;又因为 1 g 水和 1 g 水蒸气的分子数相同,因而它们的分子总动能相同,A 正确,B 错误;当 100 ℃ 的水变成 100 ℃ 的水蒸气时,分子间距离变大,分子力做负功,分子势能增加,该过程吸收热量,所以 1 g100 ℃ 的水的内能小于 1 g100 ℃ 的水蒸气的内能,C 错误,D 正确.

**例 8**:在做"用油膜法估测分子的大小"的实验中,将油酸溶于酒精,其浓度为每 1 000 mL 溶液中有 0.6 mL 油酸. 用注射器测得 1 mL 上述溶液有 75 滴,把 1 滴该溶液滴入盛水的浅盘里,待水面稳定后,将玻璃板放在浅盘上,用彩笔在玻璃板上描出油酸的轮廓,再把玻璃板放在坐标纸上,其形状和大小如图所示,坐标中正方形方格的边长为 1 cm,试求:(1) 油酸膜的面积是________ $cm^2$;(2) 每滴油酸酒精溶液中含有纯油酸的体积是________ mL;(3) 按以上实验数据估测出油酸分子的直径是________ m.



**答案**:(1)133　(2)$8\times10^{-6}$　(3)$6.1\times10^{-10}$

**解析**:(1) 根据题图,数得格子数为 133 个,那么油膜面积是 $S=133\times1\ cm^2=133\ cm^2$.

(2) 根据已知条件可知,1 mL 溶液中有 75 滴,1 滴溶液的体积是 $\frac{1}{75}$ mL. 又已知每 1 000 mL 溶液中有纯油酸 0.6 mL,一滴油酸酒精溶液中纯油酸的体积是 $V=\frac{0.6\times\frac{1}{75}}{1\ 000}\ mL=8\times10^{-6}\ mL$.

(3) 油酸分子的直径为 $d=\frac{V}{S}=\frac{8\times10^{-6}}{133}\ cm\approx6.1\times10^{-10}\ m$.

# 四十二　固体、液体、气体的性质　热力学定律

## 考点一：固体、液体的性质

1. 晶体和非晶体

(1) 单晶体具有各向异性，但不是在各种物理性质上都表现出各向异性.

(2) 凡是具有各向异性的物体必定是晶体，且是单晶体.

(3) 凡是具有确定熔点的物体必定是晶体，反之，必是非晶体.

(4) 晶体和非晶体在一定条件下可以相互转化.

2. 液体表面张力

| | |
|---|---|
| 形成原因 | 表面层中分子间的距离比液体内部分子间的距离大，分子间的相互作用力表现为引力 |
| 表面特性 | 表面层分子间的引力使液面产生了表面张力，使液体表面好像一层绷紧的弹性薄膜 |
| 表面张力的方向 | 和液面相切，垂直于液面上的各条分界线 |
| 表面张力的效果 | 表面张力使液体表面具有收缩趋势，使液体表面积趋于最小，而在体积相同的条件下，球形的表面积最小 |

## 考点二：气体压强的产生与计算

1. 产生的原因：由于大量气体分子无规则运动而碰撞器壁，形成对器壁各处均匀、持续的压力，作用在器壁单位面积上的压力叫做气体的压强.

2. 决定因素：(1) 宏观上：决定于气体的温度和体积.(2) 微观上：决定于分子的平均动能和分子的密集程度.

3. 平衡状态下气体压强的求法

| | |
|---|---|
| 力平衡法 | 选取与气体接触的液柱(或活塞)为研究对象进行受力分析，得到液柱(或活塞)的受力平衡方程，求得气体的压强 |
| 等压面法 | 在连通器中，同一种液体(中间不间断)同一深度处压强相等.液体内深 $h$ 处的总压强 $p=p_0+\rho gh$，$p_0$ 为液面上方的压强 |
| 液片法 | 选取假想的液体薄片(自身重力不计)为研究对象，分析液片两侧受力情况，建立平衡方程，消去面积，得到液片两侧压强相等方程，求得气体的压强 |

4. 加速运动系统中封闭气体压强的求法

选取与气体接触的液柱(或活塞)为研究对象，进行受力分析，利用牛顿第二定律列方程求解.

## 考点三：热力学第一定律

1. 改变内能的两种方式的比较

| | | 做功 | 热传递 |
|---|---|---|---|
| 区别 | 内能变化情况 | 外界对物体做功，物体的内能增加；物体对外界做功，物体的内能减少 | 物体吸收热量，内能增加；物体放出热量，内能减少 |
| | 从运动形式看 | 做功是宏观的机械运动向物体的微观分子热运动的转化 | 热传递是通过分子之间的相互作用，使同一物体的不同部分或不同物体间的分子热运动发生变化 |
| | 从能量角度看 | 做功是其他形式的能与内能相互转化的过程，能的性质发生了变化 | 不同物体间或同一物体不同部分之间内能的转移，能的性质不变 |
| 联系 | | 做一定量的功或传递一定量的热量在改变内能的效果上是相同的 | |

2. 温度、内能、热量、功的比较

| | 含义 | 特点 |
|---|---|---|
| 温度 | 表示物体的冷热程度，是物体分子平均动能大小的标志，它是大量分子热运动的集体表现，对个别分子来说，温度没有意义 | 状态量 |
| 内能(热能) | 物体内所有分子动能和势能的总和，它是由大量分子的热运动和分子的相对位置所决定的能 | |
| 热量 | 是热传递过程中内能的改变量，热量用来量度热传递过程中内能转移的多少 | 过程量 |
| 功 | 做功过程是机械能或其他形式的能和内能之间的转化过程 | |

3. 对公式 $\Delta U = Q + W$ 符号的确定

| 符号 | $W$ | $Q$ | $\Delta U$ |
|---|---|---|---|
| + | 外界对物体做功 | 物体吸收热量 | 内能增加 |
| − | 物体对外界做功 | 物体放出热量 | 内能减少 |

4. 三种特殊情况

(1) 若过程是绝热的，则 $Q = 0$，$W = \Delta U$，外界对物体做的功等于物体内能的增加.

(2) 若过程中不做功，即 $W = 0$，则 $Q = \Delta U$，物体吸收的热量等于物体内能的增加.

(3) 若过程的始末状态物体的内能不变，即 $\Delta U = 0$，则 $W + Q = 0$ 或 $W = -Q$，外界对物体做的功等于物体放出的热量.

## 考点四：热力学第二定律

1. 热力学第二定律关键词的含义

(1)“自发地”指明了热传递等热力学宏观现象的方向性，不需要借助外界提供能量的帮助.

(2)“不产生其他影响”指发生的热力学宏观过程只在本系统内完成，对周围环境不产生热力学方面的影响，如吸热、放热、做功等.

2. 热力学第一、第二定律的比较

| | 热力学第一定律 | 热力学第二定律 |
|---|---|---|
| 定律揭示的问题 | 它从能量守恒的角度揭示了功、热量和内能改变量三者的定量关系 | 它指出自然界中出现的宏观过程是有方向性的 |
| 机械能和内能的转化 | 当摩擦力做功时,机械能可以全部转化为内能 | 内能不可能在不引起其他变化的情况下完全变成机械能 |
| 热量的传递 | 热量可以从高温物体自发传向低温物体 | 说明热量不能自发地从低温物体传向高温物体 |
| 表述形式 | 只有一种表述形式 | 有多种表述形式 |
| 两定律的关系 | 在热力学中,两者既相互独立,又互为补充,共同构成了热力学知识的理论基础 | |

3. 两类永动机的比较

| | 第一类永动机 | 第二类永动机 |
|---|---|---|
| 设计要求 | 不需要任何动力或燃料,却能不断地对外做功的机器 | 从单一热源吸收热量,使之完全变成功,而不产生其他影响的机器 |
| 不可能制成的原因 | 违背能量守恒定律 | 不违背能量守恒定律,违背热力学第二定律 |

**例 1**:下列说法正确的是 ( )

A. 将一块晶体敲碎后,得到的小颗粒是非晶体

B. 固体可以分为晶体和非晶体两类,有些晶体在不同方向上有不同的光学性质

C. 由同种元素构成的固体,可能会由于原子的排列方式不同而成为不同的晶体

D. 在合适的条件下,某些晶体可以转变为非晶体,某些非晶体也可以转变为晶体

E. 在熔化过程中,晶体要吸收热量,但温度保持不变,内能也保持不变

**答案**:BCD

**解析**:将一晶体敲碎后,得到的小颗粒仍是晶体,故选项A错误.单晶体具有各向异性,有些单晶体沿不同方向上的光学性质不同,故选项B正确.例如金刚石和石墨由同种元素构成,但由于原子的排列方式不同而成为不同的晶体,故选项C正确.晶体与非晶体在一定条件下可以相互转化.如天然水晶是晶体,熔融过的水晶(即石英玻璃)是非晶体,也有些非晶体在一定条件下可转化为晶体,故选项D正确.熔化过程中,晶体的温度不变,但内能改变,故选项E错误.

**例 2**:下列说法正确的是 ( )

A. 液面上方的蒸汽达到饱和时就不会有液体分子从液面飞出

B. 萘的熔点为 80 ℃,质量相等的 80 ℃ 的液态萘和 80 ℃ 的固态萘具有不同的分子势能

C. 车轮在潮湿的地面上滚过后,车辙中会渗出水,属于毛细现象

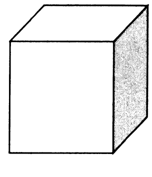
D. 液体表面层分子的势能比液体内部分子的势能大

E. 液晶像液体一样具有流动性,而其光学性质与某些晶体相似,具有各向同性

**答案**:BCD

**解析**:液面上方的蒸汽达到饱和时,液体分子从液面飞出,同时有蒸汽分子进入液体中,从宏观上看,液体不再蒸发,故A错误;80 ℃时,液态萘凝固成固态萘的过程中放出热量,温度不变,则分子的平均动能不变,萘放出热量的过程中内能减小,而分子平均动能不变,所以一定是分子势能减小,故B正确;由毛细现象的定义可知,C正确;液体表面层的分子间距离比液体内部的分子间距离大,故液体表面层分子之间的作用力表现为引力,分子之间的距离有缩小的趋势,可知液体表面层的分子比液体内部的分子有更大的分子势能,故D正确;液晶像液体一样具有流动性,而其光学性质与某些晶体相似,具有各向异性,故E错误.

**例 3**:如图所示,密闭容器内可视为理想气体的氢气温度与外界空气的温度相同,现对该容器缓慢加热,当容器内的氢气温度高于外界空气的温度时,则　　(　　)



A. 氢分子的平均动能增大　　B. 氢分子的势能增大

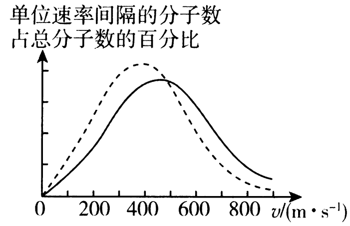
C. 氢气的内能增大　　D. 氢气的内能可能不变

E. 氢气的压强增大

**答案**:ACE

**解析**:温度是分子的平均动能的标志,氢气的温度升高,则分子的平均动能一定增大,故 A 正确;氢气视为理想气体,气体分子势能忽略不计,B 错误;密闭容器内气体的内能由分子动能决定,氢气的分子动能增大,则内能增大,故 C 正确,D 错误;根据理想气体的状态方程:$\frac{pV}{T}=C$ 可知,氢气的体积不变,温度升高则压强增大,故 E 正确.

**例 4**:氧气分子在 0 ℃ 和 100 ℃ 温度下单位速率间隔的分子数占总分子数的百分比随气体分子速率的变化分别如图中两条曲线所示.下列说法正确的是　(　　)




A. 图中两条曲线下面积相等

B. 图中虚线对应于氧气分子平均动能较小的情形

C. 图中实线对应于氧气分子在 100 ℃ 时的情形

D. 图中曲线给出了任意速率区间的氧气分子数目

E. 与 0 ℃ 时相比,100 ℃ 时氧气分子速率出现在 0 ~ 400 m/s 区间内的分子数占总分子数的百分比较大

**答案**:ABC

**解析**:根据气体分子单位速率间隔的分子数占总分子数的百分比随气体分子速率的变化曲线的意义可知,题图中两条曲线下面积相等,选项 A 正确;题图中虚线占百分比较大的分子速率较小,所以对应于氧气分子平均动能较小的情形,选项 B 正确;题图中实线占百分比较大的分子速率较大,分子平均动能较大,根据温度是分子平均动能的标志,可知实线对应于氧气分子在 100 ℃ 时的情形,选项 C 正确;根据分子速率分布图可知,题图中曲线给出了任意速率区间的氧气分子数目占总分子数的百分比,不能得出任意速率区间的氧气分子数目,选项 D 错误;由分子速率分布图可知,与 0 ℃ 时相比,100 ℃ 时氧气分子速率出现在 0 ~ 400 m/s 区间内的分子数占总分子数的百分比较小,选项 E 错误.

**例 5**:对于一定量的气体,下列说法正确的是　　(　　)

A. 气体的体积指的是该气体的分子所能到达的空间的体积,而不是该气体所有分子体积之和

B. 只要能减弱气体分子热运动的剧烈程度,气体的温度就可以降低

C. 在完全失重的情况下,气体对容器壁的压强为零

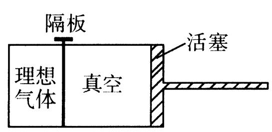
D. 气体从外界吸收热量,其内能一定增加

E. 气体在等压膨胀过程中温度一定升高

**答案**:ABE

**解析**:气体的体积指的是该气体的分子所能到达的空间的体积,A 正确;温度高,气体分子热运动就剧烈,B 正确;在完全失重的情况下,分子热运动不停息,气体对容器壁的压强不为零,C 错误;做功也可以改变物体的内能,D 错误;气体在等压膨胀过程中温度一定升高,E 正确.

**例 6**:如图,用隔板将一绝热汽缸分成两部分,隔板左侧充有理想气体,隔板右侧与绝热活塞之间是真空.现将隔板抽开,气体会自发扩散至整个汽缸.待气体达到稳定后,缓慢推压活塞,将气体压回到原来的体积.假设整个系统不漏气.下列说法正确的是　(　　)




A. 气体自发扩散前后内能相同

B. 气体在被压缩的过程中内能增大

C. 在自发扩散过程中,气体对外界做功

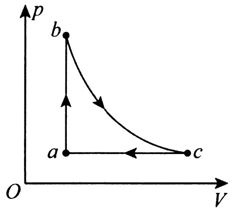
D. 气体在被压缩的过程中,外界对气体做功

E. 气体在被压缩的过程中,气体分子的平均动能不变

**答案**:ABD

**解析**:抽开隔板,气体自发扩散过程中,气体对外界不做功,与外界没有热交换,因此气体的内能不变,A 项正确,C 项错误;气体在被压缩的过程中,外界对气体做功,D 项正确;由于气体与外界没有热交换,根据热力学第一定律可知,气体在被压缩的过程中内能增大,因此气体的温度升高,气体分子的平均动能增大,B 项正确,E 项错误.

**例 7**:如图,一定质量的理想气体从状态 $a$ 出发,经过等容过程 $ab$ 到达状态 $b$,再经过等温过程 $bc$ 到达状态 $c$,最后经等压过程 $ca$ 回到初态 $a$. 下列说法正确的是 ( )




A. 在过程 $ab$ 中气体的内能增加

B. 在过程 $ca$ 中外界对气体做功

C. 在过程 $ab$ 中气体对外界做功

D. 在过程 $bc$ 中气体从外界吸收热量

E. 在过程 $ca$ 中气体从外界吸收热量

**答案**:ABD

**解析**:$ab$ 过程中气体压强增大,体积不变,则温度升高,内能增加,A 项正确;$ab$ 过程发生等容变化,气体对外界不做功,C 项错误;一定质量的理想气体内能仅由温度决定,$bc$ 过程发生等温变化,内能不变,$bc$ 过程中气体体积增大,气体对外界做正功,根据热力学第一定律可知气体从外界吸收热量,D 项正确;$ca$ 过程发生等压变化,气体体积减小,外界对气体做功,B 项正确;$ca$ 过程中气体温度降低,内能减小,外界对气体做功,根据热力学第一定律可知气体向外界放热,E 项错误.

# 四十三　气体实验定律的应用

## 一、气体实验定律

1. 等温变化——玻意耳定律

(1) 内容：一定质量的某种气体，在温度不变的情况下，压强 $p$ 与体积 $V$ 成反比.

(2) 公式：$p_1V_1 = p_2V_2$ 或 $pV = C$(常量).

(3) 微观解释：一定质量的气体，温度保持不变时，分子的平均动能一定．在这种情况下，体积减小时，分子的密集程度增大，气体的压强就增大.

2. 等容变化——查理定律

(1) 内容：一定质量的某种气体，在体积不变的情况下，压强 $p$ 与热力学温度 $T$ 成正比.

(2) 公式：$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$ 或 $\frac{p}{T} = C$(常量).

(3) 推论式：$\Delta p = \frac{p_1}{T_1} \cdot \Delta T$.

(4) 微观解释：一定质量的气体，体积保持不变时，分子的密集程度保持不变. 在这种情况下，温度升高时，分子的平均动能增大，气体的压强就增大.

3. 等压变化——盖－吕萨克定律

(1) 内容：一定质量的某种气体，在压强不变的情况下，其体积 $V$ 与热力学温度 $T$ 成正比.

(2) 公式：$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$ 或 $\frac{V}{T} = C$(常量).

(3) 推论式：$\Delta V = \frac{V_1}{T_1} \cdot \Delta T$.

(4) 微观解释：一定质量的气体，温度升高时，分子的平均动能增大. 只有气体的体积同时增大，使分子的密集程度减小，才能保持压强不变.

## 二、理想气体状态方程

1. 理想气体：在任何温度、任何压强下都遵从气体实验定律的气体.

(1) 理想气体是一种经科学的抽象而建立的理想化模型，实际上不存在.

(2) 理想气体不考虑分子间相互作用的分子力，不存在分子势能，内能取决于温度，与体积无关.

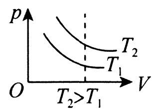
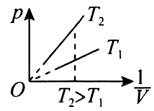
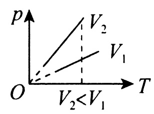
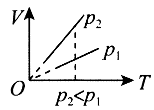
(3) 实际气体特别是那些不易液化的气体在压强不太大，温度不太低时都可看做理想气体.

2. 一定质量的理想气体状态方程

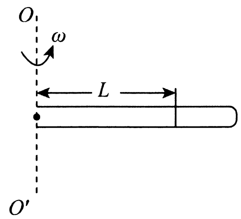
$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$ 或 $\frac{pV}{T} = C$(常量).

## 三、气体状态变化中的图象问题

一定质量的气体不同图象的比较

| 过程 | 图线类别 | 图象特点 | 图象示例 |
|---|---|---|---|
| 等温过程 | $p-V$ | $pV=CT$(其中 $C$ 为恒量),即 $pV$ 之积越大的等温线温度越高,线离原点越远 |  |
| | $p-\frac{1}{V}$ | $p=CT\frac{1}{V}$,斜率 $k=CT$,即斜率越大,温度越高 |  |
| 等容过程 | $p-T$ | $p=\frac{C}{V}T$,斜率 $k=\frac{C}{V}$,即斜率越大,体积越小 |  |
| 等压过程 | $V-T$ | $V=\frac{C}{p}T$,斜率 $k=\frac{C}{p}$,即斜率越大,压强越小 |  |

**例 1**:如图所示,粗细均匀的试管的横截面积为 $S$,质量为 $m$ 的活塞可在其内部无摩擦地滑动,它封闭了一段气柱.当试管水平放置且静止时,管内封闭气柱的长度为 $L$,现使试管在水平面内以角速度 $\omega$ 绕位于试管开口端的轴 $OO'$ 匀速转动,此时活塞与转轴 $OO'$ 间的距离为 $L$,活塞不漏气,运动中封闭气体的温度不变,大气压强为 $p_0$,求:




(1) 试管转动时封闭气体的压强;

(2) 试管转动时封闭气柱的长度.

**答案**:(1) $p_0+\frac{mL\omega^2}{S}$ (2) $\frac{p_0SL}{p_0S+mL\omega^2}$

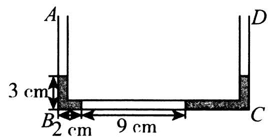
**解析**:(1) 对于活塞:$pS-p_0S=mL\omega^2$

试管转动时,封闭气体的压强为 $p=p_0+\frac{mL\omega^2}{S}$.

(2) 对于封闭气体,$p_0SL=pSL'$

解得:$L'=\frac{p_0SL}{p_0S+mL\omega^2}$.

**例 2**:如图所示,粗细均匀两端开口的U形管竖直放置,管的内径很小,水平部分 $BC$ 长为 16 cm,一空气柱将管内水银分隔成左右两段,大气压强 $p_0=76$ cmHg.当空气柱温度为 $T_0=273$ K,长为 $l_0=9$ cm 时,$BC$ 管内左边水银柱长 2 cm,$AB$ 管内水银柱长为 3 cm.求:




(1) 右边水银柱总长度;

(2) 当空气柱温度升高到多少时,左边的水银柱恰好全部进入竖直管 $AB$ 内.

**答案**:(1)8 cm (2)404.3 K

**解析**:设 U 形管的截面积为 $S$.

(1) 右侧 $CD$ 管中水银柱长为 $L_1=3$ cm,水平管中右端水银柱长 $L_2=5$ cm

U 形管右边水银柱总长是 $L=8$ cm.

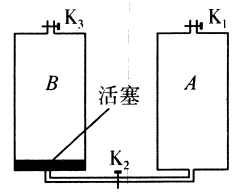
(2) 水平管封闭气体初始状态 $p_1=79$ cmHg,$T_1=273$ K,$V_1=9S$

水平管封闭气体末状态 $p_2=81$ cmHg,$V_2=13S$

由 $\frac{p_1V_1}{T_1}=\frac{p_2V_2}{T_2}$,

解得 $T_2\approx404.3$ K.

**例 3**：如图，容积均为$V$的汽缸$A$、$B$下端有细管（容积可忽略）连通，阀门$K_2$位于细管的中部，$A$、$B$的顶部各有一阀门$K_1$、$K_3$；$B$中有一可自由滑动的活塞（质量、体积均可忽略）．初始时，三个阀门均打开，活塞在$B$的底部；关闭$K_2$、$K_3$，通过$K_1$给汽缸充气，使$A$中气体的压强达到大气压$p_0$的3倍后关闭$K_1$．已知室温为27 ℃，汽缸导热．




(1) 打开$K_2$，求稳定时活塞上方气体的体积和压强；

(2) 接着打开$K_3$，求稳定时活塞的位置；

(3) 再缓慢加热汽缸内气体使其温度升高20 ℃，求此时活塞下方气体的压强．

**答案**：(1) $\frac{V}{2}$　$2p_0$　(2) 上升直到$B$的顶部　(3) $1.6p_0$

**解析**：(1) 设打开$K_2$后，稳定时活塞上方气体的压强为$p_1$，体积为$V_1$．依题意，被活塞分开的两部分气体都经历等温过程．由玻意耳定律得

$p_0V=p_1V_1$①，$3p_0V=p_1(2V-V_1)$②

联立①②式得$V_1=\frac{V}{2}$③$p_1=2p_0$④

(2) 打开$K_3$后，由④式知，活塞必定上升．设在活塞下方气体与$A$中气体的体积之和为$V_2$（$V_2\leqslant 2V$）时，活塞下气体压强为$p_2$．由玻意耳定律得$3p_0V=p_2V_2$⑤

由⑤式得$p_2=\frac{3V}{V_2}p_0$⑥

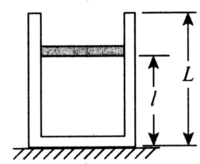
由⑥式知，打开$K_3$后活塞上升直到$B$的顶部为止；此时$p_2$为$p_2'=\frac{3}{2}p_0$．

(3) 设加热后活塞下方气体的压强为$p_3$，气体温度从$T_1=300$ K升高到$T_2=320$ K的等容过程中，由查理定律得

$\frac{p_2}{T_1}=\frac{p_3}{T_2}$⑦

将有关数据代入⑦式得$p_3=1.6p_0$．

**例 4**：如图所示，导热性能极好的汽缸，高为$L=1.0$ m，开口向上固定在水平面上，汽缸中有横截面积为$S=100\ \text{cm}^2$、质量为$m=20$ kg的光滑活塞，活塞将一定质量的理想气体封闭在汽缸内．当外界温度为$t=27$ ℃、大气压为$p_0=1.0\times10^5$ Pa时，气柱高度为$l=0.80$ m，汽缸和活塞的厚度均可忽略不计，取$g=10\ \text{m/s}^2$，求：




(1) 如果气体温度保持不变，将活塞缓慢拉至汽缸顶端，在顶端处，竖直拉力$F$有多大；

(2) 如果仅因为环境温度缓慢升高导致活塞上升，当活塞上升到汽缸顶端时，环境温度为多少摄氏度．

**答案**：(1) 240 N　(2) 102 ℃

**解析**：(1) 设起始状态汽缸内气体压强为$p_1$，当活塞缓慢拉至汽缸顶端，设汽缸内气体压强为$p_2$，

由玻意耳定律得$p_1Sl=p_2SL$

在起始状态对活塞由受力平衡得$p_1S=mg+p_0S$

在汽缸顶端对活塞由受力平衡得$F+p_2S=mg+p_0S$

联立并代入数据得$F=240$ N．

(2) 由盖—吕萨克定律得$\frac{lS}{273+27}=\frac{LS}{273+t}$

代入数据解得$t=102$ ℃．

# 四十四　机械振动　用单摆测定重力加速度

## 一、简谐运动　单摆、单摆的周期公式

1. 简谐运动

(1) 定义:物体在跟位移大小成正比并且总是指向平衡位置的回复力作用下的振动.

(2) 平衡位置:物体在振动过程中回复力为零的位置.

(3) 回复力

① 定义:使物体返回到平衡位置的力.

② 方向:总是指向平衡位置.

③ 来源:振动物体所受的沿振动方向的合力,属于按作用效果命名的力,可以是某一个力,也可以是几个力的合力或某个力的分力.

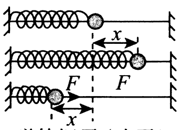
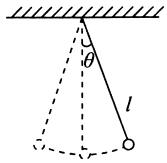
(4) 简谐运动的特征

① 动力学特征:$F_{回} = -kx$.

② 运动学特征:$x$、$v$、$a$ 均按正弦或余弦规律发生周期性变化(注意 $v$、$a$ 的变化趋势相反).

③ 能量特征:系统的机械能守恒,振幅 $A$ 不变.

2. 简谐运动的两种模型

| 模型 | 弹簧振子 | 单摆 |
| --- | --- | --- |
| 示意图 |  弹簧振子(水平) |  |
| 简谐运动条件 | (1) 弹簧质量可忽略<br>(2) 无摩擦阻力等<br>(3) 在弹簧弹性限度内 | (1) 摆线为不可伸缩的轻细线<br>(2) 无空气阻力等<br>(3) 最大摆角小于 5° |
| 回复力 | 弹簧的弹力提供 | 摆球重力沿与摆线垂直(即切向)方向的分力 |
| 平衡位置 | 弹簧处于原长处 | 最低点 |
| 周期 | 与振幅无关 | $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ |
| 能量转化 | 弹性势能与动能的相互转化,机械能守恒 | 重力势能与动能的相互转化,机械能守恒 |

## 二、简谐运动的公式和图象

1. 简谐运动的表达式

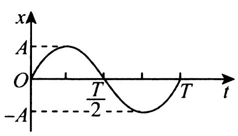
(1) 动力学表达式:$F = -kx$,其中"-"表示回复力与位移的方向相反.

(2) 运动学表达式:$x = A\sin(\omega t + \varphi)$,其中 $A$ 代表振幅,$\omega = 2\pi f$ 表示简谐运动的快慢.

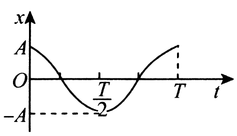
2. 简谐运动的图象

(1) 从平衡位置开始计时,函数表达式为 $x = A\sin 2\pi ft$,图象如图甲所示.

(2) 从最大位移处开始计时,函数表达式为 $x = A\cos 2\pi ft$,图象如图乙所示.



甲

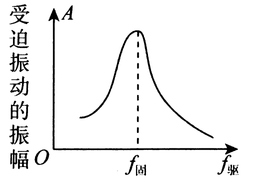


乙

## 三、受迫振动和共振

1. 受迫振动：系统在驱动力作用下的振动. 做受迫振动的物体，它做受迫振动的周期(或频率) 等于驱动力的周期(或频率)，而与物体的固有周期(或频率) 无关.

2. 共振：做受迫振动的物体，它的固有频率与驱动力的频率越接近，其振幅就越大，当二者相等时，振幅达到最大，这就是共振现象. 共振曲线如图所示 .




## 考点一：简谐运动的基本特征

1. 描述简谐运动的物理量

| 物理量 | 定义 | 意义 |
|---|---|---|
| 位移 | 由平衡位置指向质点所在位置的有向线段 | 描述质点振动中某时刻的位置相对于平衡位置的位移 |
| 振幅 | 振动物体离开平衡位置的最大距离 | 描述振动的强弱和能量 |
| 周期 | 振动物体完成一次全振动所需的时间 | 描述振动的快慢，两者互为倒数：$T=\frac{1}{f}$ |
| 频率 | 振动物体单位时间内完成全振动的次数 | |
| 相位 | $\omega t+\varphi$ | 描述周期性运动在各个时刻所处的不同状态 |

2. 简谐运动的"五大" 特征

(1) 动力学特征：$F=-kx$，"—" 表示回复力的方向与位移方向相反，$k$ 是比例系数，不一定是弹簧的劲度系数.

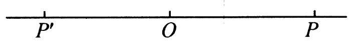
(2) 运动学特征：简谐运动的加速度与物体偏离平衡位置的位移成正比，而方向相反，为变加速运动，远离平衡位置时，$x$、$F$、$a$、$E_p$ 均增大，$v$、$E_k$ 均减小，靠近平衡位置时则相反.

(3) 运动的周期性特征：相隔 $T$ 或 $nT$ 的两个时刻振子处于同一位置且振动状态相同.

(4) 对称性特征：

① 相隔$\frac{1}{2}T$或$\frac{2n+1}{2}T$($n$ 为正整数) 的两个时刻，振子位置关于平衡位置对称，位移、速度、加速度大小相等，方向相反.

② 如图所示，振子经过关于平衡位置$O$对称的两点$P$、$P'$($OP=OP'$) 时，速度的大小、动能、势能相等，相对于平衡位置的位移大小相等.




③ 振子由 $P$ 到 $O$ 所用时间等于由 $O$ 到 $P'$ 所用时间，即 $t_{PO}=t_{OP'}$.

④ 振子往复过程中通过同一段路程(如 $OP$ 段) 所用时间相等，即 $t_{OP}=t_{PO}$.

(5) 能量特征：振动的能量包括动能 $E_k$ 和势能 $E_p$，简谐运动过程中，系统动能与势能相互转化，系统的机械能守恒.

## 考点二：简谐运动的规律和图象

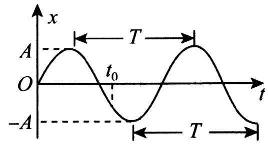
1. 简谐运动的数学表达式 $x=A\sin(2\pi ft+\varphi)$.

2. 根据简谐运动图象可获取的信息

(1) 振幅 $A$、周期 $T$(或频率 $f$) 和初相位 $\varphi$(如图所示).

(2) 某时刻振动质点离开平衡位置的位移.

(3) 某时刻质点速度的大小和方向：曲线上各点切线的斜率的大小和正负分别表示各时刻质点的速度的大小和速度的方向，速度的方向也可根据下一时刻物体的位移的变化来确定.




(4) 某时刻质点的回复力、加速度的方向：回复力总是指向平衡位置，回复力和加速度的方向相同，在图象上总是指向 $t$ 轴.

(5) 某段时间内质点的位移、回复力、加速度、速度、动能和势能的变化情况 .

## 考点三：受迫振动和共振

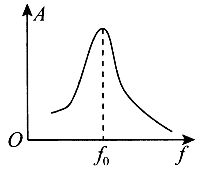
1. 自由振动、受迫振动和共振的关系比较

| 项目＼振动 | 自由振动 | 受迫振动 | 共振 |
|---|---|---|---|
| 受力情况 | 仅受回复力 | 受驱动力作用 | 受驱动力作用 |
| 振动周期或频率 | 由系统本身性质决定，即固有周期 $T_0$ 或固有频率 $f_0$ | 由驱动力的周期或频率决定，即 $T=T_驱$ 或 $f=f_驱$ | $T_驱=T_0$ 或 $f_驱=f_0$ |
| 振动能量 | 振动物体的机械能不变 | 由产生驱动力的物体提供 | 振动物体获得的能量最大 |
| 常见例子 | 弹簧振子或单摆($\theta\leqslant 5°$) | 机械工作时底座发生的振动 | 共振筛、声音的共鸣等 |

2. 对共振的理解

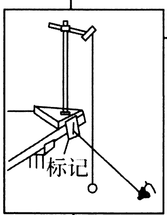
(1) 共振曲线：如图所示，横坐标为驱动力频率 $f$，纵坐标为振幅 $A$. 它直观地反映了驱动力频率对某固有频率为 $f_0$ 的振动系统受迫振动振幅的影响，由图可知，$f$ 与 $f_0$ 越接近，振幅 $A$ 越大；当 $f=f_0$ 时，振幅 $A$ 最大.

(2) 受迫振动中系统能量的转化：做受迫振动的系统的机械能不守恒，系统与外界时刻进行能量交换.




## 考点四：实验：探究单摆的运动、用单摆测定重力加速度

1. 原理与操作




- 实验目的
  - (1) 练习使用停表和刻度尺
  - (2) 探究影响单摆运动周期的因素
  - (3) 学会用单摆测定当地重力加速度
- 实验原理：测摆长 $l$ 和周期 $T$，由 $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\rightarrow g=\frac{4\pi^2 l}{T^2}$
- 实验器材：带孔小钢球细线(长约1 m)、游标卡尺、毫米刻度尺、停表
- 实验步骤
  - (1) 做单摆
    将细线穿过带中心孔的小钢球，并打一个比小孔大一些的结，然后把线的另一端用铁夹固定在铁架台上，让摆球自然下垂
  - (2) 测摆长
    用米尺量出摆线长 $l'$(精确到毫米)，用游标卡尺测出小球直径 $D$，则单摆的摆长 $l=l'+\frac{D}{2}$
  - (3) 测周期
    将单摆从平衡位置拉开一个角度(小于5°)，然后释放小球，记下单摆摆动30次~50次的总时间，算出一次全振动的时间，即为单摆的振动周期
  - (4) 改变摆长，重做几次实验

2. 处理与分析

(1) 数据处理

① 公式法：$g=\frac{4\pi^2 l}{T^2}$，算出重力加速度 $g$ 的值，再算出 $g$ 的平均值.

② 图象法：作出 $l-T^2$ 图象求 $g$ 值.

(2) 误差分析

| | 产生原因 | 处理方法 |
|---|---|---|
| 偶然误差 | 测量时间(单摆周期)及摆长时产生误差 | ① 多次测量再求平均值<br>② 计时时从单摆经过平衡位置时开始 |
| 系统误差 | 主要来源于单摆模型本身 | ① 摆球要选体积小,密度大的<br>② 最大摆角要小于5° |

3. 注意事项

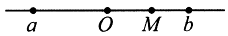
(1) 摆线要选 1 m 左右,不要过长或过短.

(2) 摆长要待悬挂好球后再测,计算摆长时要将摆线长加上摆球半径.

(3) 单摆要在竖直平面内摆动,不要使之成为圆锥摆.

(4) 要从平衡位置开始计时,并数准全振动的次数.

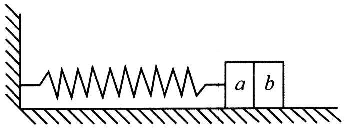
**例 1**:一个质点在平衡位置$O$点附近做机械振动.若从$O$点开始计时,经过 3 s质点第一次经过$M$点(如图所示);再继续运动,又经过 2 s 它第二次经过$M$点,则该质点第三次经过$M$点还需要的时间是________.




**答案**:14 s 或$\frac{10}{3}$ s

**解析**:设题图中$a$、$b$两点为质点振动过程的最大位移处,若开始计时时刻,质点从$O$点向右运动,$O\to M$过程历时 3 s,$M\to b\to M$运动过程历时 2 s,显然,$\frac{T}{4}=4$ s,$T=16$ s. 质点第三次经过$M$点还需要的时间$\Delta t_3=(T-2\text{ s})=(16-2)\text{s}=14$ s. 若开始计时时刻,质点从$O$点向左运动,$O\to a\to O\to M$运动过程历时 3 s,$M\to b\to M$运动过程历时 2 s,显然,$\frac{T}{2}+\frac{T}{4}=4$ s,$T=\frac{16}{3}$ s. 质点第三次经过$M$点还需要的时间$\Delta t_3'=(T-2\text{ s})=(\frac{16}{3}-2)\text{ s}=\frac{10}{3}$ s.

**例 2**:如图,一轻弹簧一端固定,另一端连接一物块构成弹簧振子,该物块是由$a$、$b$两个小物块粘在一起组成的.物块在光滑水平面上左右振动,振幅为$A_0$,周期为$T_0$.当物块向右通过平衡位置时,$a$、$b$之间的粘胶脱开,以后小物块$a$振动的振幅和周期分别为$A$和$T$,则$A$________$A_0$,$T$________$T_0$.(均选填">""<"或"=")




**答案**:<　<

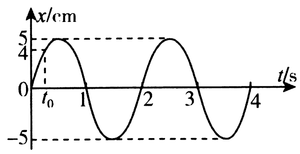
**解析**:当物块向右通过平衡位置时,

脱离前振子的动能 $E_{k1}=\frac{1}{2}(m_a+m_b)v_0^2$,

脱离后振子的动能 $E_{k2}=\frac{1}{2}m_a v_0^2$,

由机械能守恒可知,平衡位置处的动能等于最大位移处的弹性势能,因此脱离后振子振幅变小;弹簧振子周期公式为$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$,振动中振子的质量变小,振子的周期变小.

例 3:弹簧振子在光滑水平面上做简谐运动,把小钢球从平衡位置向左拉开一段距离,放手让其运动,从小钢球通过平衡位置开始计时,其振动图象如图所示,下列说法正确的是 ( )




A. 钢球振动周期为 1 s

B. 在 $t_0$ 时刻弹簧的形变量为 4 cm

C. 钢球振动半个周期,回复力做功为零

D. 钢球振动一个周期,通过的路程等于 10 cm

E. 钢球振动方程为 $x = 5\sin \pi t$ cm

**答案**:BCE

**解析**:从图中可得钢球振动的周期为 2 s,A 错误. 因为钢球是在水平面上振动,所以钢球位于振动的平衡位置时弹力为零,即弹簧的形变量为零,$t_0$ 时刻弹簧的形变量为 4 cm,B 正确. 钢球振动半个周期后,速度大小不变、方向相反,故动能不变,根据动能定理知合力做的功为零,C 正确. 钢球振动一个周期,通过的路程等于 $4\times5$ cm $= 20$ cm,D 错误. $\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi$ rad/s,$A = 5$ cm,故钢球振动方程为 $x = 5\sin \pi t$ cm,E 正确.

**点拨**:简谐运动图象问题的两种分析方法

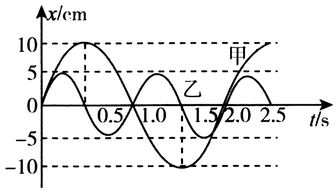
方法一:图象 — 运动结合法

解此类题时,首先要理解 $x-t$ 图象的意义,其次要把 $x-t$ 图象与质点的实际振动过程联系起来. 图象上的一个点表示振动中的一个状态(位置、振动方向等),图象上的一段曲线对应振动的一个过程,关键是判断出平衡位置、最大位移及振动方向.

方法二:直观结论法

简谐运动的图象表示振动质点的位移随时间变化的规律,即位移 — 时间的函数关系图象,不是物体的运动轨迹.

例 4:甲、乙两弹簧振子的振动图象如图所示,则可知 ( )




A. 两弹簧振子完全相同

B. 两弹簧振子所受回复力最大值之比 $F_甲 : F_乙 = 2 : 1$

C. 振子甲速度为零时,振子乙速度最大

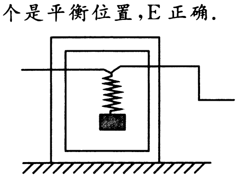
D. 两振子的振动频率之比 $f_甲 : f_乙 = 1 : 2$

E. 振子乙速度为最大时,振子甲速度不一定为零

**答案**:CDE

**解析**:从图象中可以看出,两弹簧振子周期之比 $T_甲 : T_乙 = 2 : 1$,则频率之比 $f_甲 : f_乙 = 1 : 2$,D 正确;弹簧振子周期与弹簧振子的组成有关,说明两弹簧振子不同,A 错误;由于弹簧的劲度系数 $k$ 不一定相同,所以两振子所受回复力($F = -kx$)的最大值之比 $F_甲 : F_乙$ 不一定为 2 : 1,B 错误;由简谐运动的特点可知,在振子到达平衡位置时位移为零,速度最大,在振子到达最大位移处时,速度为零,从图象中可以看出,在振子甲到达最大位移处时,振子乙恰好到达平衡位置,C 正确;当振子乙到达平衡位置时,振子甲有两个可能的位置,一个是最大位移处,一个是平衡位置,E 正确.

例 5:如图所示,曲轴上挂一个弹簧振子,转动摇把,曲轴可带动弹簧振子上下振动. 开始时不转动摇把,让振子自由振动,测得其频率为 2 Hz. 现匀速转动摇把,转速为 240 r/min,则 ( )



A. 当振子稳定振动时,它的振动周期是 0.5 s

B. 当振子稳定振动时,它的振动频率是 4 Hz

C. 当转速增大时,弹簧振子的振幅增大

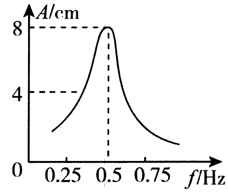
D. 当转速减小时,弹簧振子的振幅增大

E. 振幅增大的过程中,外界对弹簧振子做正功

**答案**:BDE

**解析**:摇把匀速转动的频率 $f = n = \frac{240}{60}$ Hz $= 4$ Hz,周期 $T = \frac{1}{f} = 0.25$ s,当振子稳定振动时,它的振动周期及频率均与驱动力的周期及频率相等,A 错误,B 正确. 当转速减小时,其频率将更接近振子的固有频率 2 Hz,弹簧振子的振幅将增大,C 错误,D 正确. 外界对弹簧振子做正功,系统机械能增大,振幅增大,故 E 正确.

**例 6**:一个单摆在地面上做受迫振动,其共振曲线(振幅 $A$ 与驱动力频率 $f$ 的关系)如图所示,则 (  )




A. 此单摆的固有周期约为 2 s

B. 此单摆的摆长约为 1 m

C. 若摆长增大,单摆的固有频率增大

D. 若摆长增大,共振曲线的峰将向左移动

E. 若摆长减小,共振曲线的峰将向左移动

**答案**:ABD

**解析**:由共振曲线知此单摆的固有频率为 0.5 Hz,固有周期为 2 s;再由 $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$,得此单摆的摆长约为 1 m;若摆长增大,单摆的固有周期增大,固有频率减小,则共振曲线的峰将向左移动.故选项 A、B、D 正确.

**例 7**:(1) 用单摆测重力加速度时,摆球应采用直径较小,密度尽可能________的小球,摆线长度要在 1 米左右,用细而不易断的尼龙线.

(2) 摆线偏离竖直方向的最大角度 $\theta$ 应________.

(3) 要在摆球通过________位置时开始计时并计为零次,摆线每经过此位置两次才完成一次全振动,摆球应在________面内摆动.

(4) 某同学在做"利用单摆测重力加速度"的实验中,先测得摆线长为 $L=97.50$ cm;用 50 分度的游标卡尺(测量值可准确到 0.02 mm)测得摆球直径为 $d=2.100$ cm;然后用停表记录了单摆振动 $n=50$ 次全振动所用的时间为 $t=99.9$ s. 则该摆摆长为________cm,周期为________s,计算重力加速度的表达式为________________.

**答案**:(1) 大 (2) 小于 5° (3) 平衡 同一竖直 (4)98.550 1.998 $g=\frac{2\pi^2n^2(2L+d)}{t^2}$

**解析**:(1) 用单摆测重力加速度时,由于存在空气阻力对实验的影响,为了减小这种影响,所以采用体积小、密度大的摆球.(2) 当角度很小时,单摆运动可以看成是简谐运动,所以最大角度 $\theta$ 应小于 5°.(3) 本实验偶然误差主要来自于时间(单摆周期)的测量上,因此,要注意测准时间,从摆球通过平衡位置开始计时,为了防止振动是圆锥摆,要在竖直平面内摆动,摆长是悬线的长度和小球半径之和.(4) 单摆的摆长为 $l=L+\frac{d}{2}=97.50\text{ cm}+\frac{2.100}{2}\text{cm}=98.550\text{ cm}$,周期 $T=\frac{t}{n}=\frac{99.9}{50}\text{ s}=1.998\text{ s}$. 根据周期公式 $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ 得出 $g=\frac{4\pi^2 l}{T^2}$,代入摆长和周期计算可得 $g=\frac{2\pi^2n^2(2L+d)}{t^2}$.

# 四十五　机械波

## 一、机械波

1. 机械波的形成条件

(1) 有发生机械振动的波源．(2) 有传播介质，如空气、水等．

2. 传播特点

(1) 传播振动形式、传递能量、传递信息．(2) 质点不随波迁移．

3. 机械波的分类

机械波 { 横波：振动方向与传播方向垂直
　　　　纵波：振动方向与传播方向在同一条直线上

## 二、描述机械波的物理量

1. 波长 $\lambda$：在波动中振动相位总是相同的两个相邻质点间的距离．用“$\lambda$”表示．

2. 频率 $f$：在波动中，介质中各质点的振动频率都是相同的，都等于波源的振动频率．

3. 波速：波的传播速度．波速由介质决定，与波源无关．

4. 波速公式：$v=\lambda f=\frac{\lambda}{T}$ 或 $v=\frac{\Delta x}{\Delta t}$．

## 三、机械波的图象

1. 图象：在平面直角坐标系中，用横坐标表示介质中各质点的平衡位置，用纵坐标表示某一时刻各质点偏离平衡位置的位移，连接各位移矢量的末端，得出的曲线即为波的图象，简谐波的图象是正弦(或余弦)曲线．

2. 物理意义：某一时刻介质中各质点相对平衡位置的位移．

## 四、波的衍射

1. 定义：波可以绕过障碍物继续传播的现象．

2. 发生明显衍射的条件：只有缝、孔的宽度或障碍物的尺寸跟波长相差不多，或者小于波长时，才会发生明显的衍射现象．

## 五、波的干涉

1. 波的叠加原理：几列波相遇时能保持各自的运动状态，继续传播，在它们重叠的区域里，介质的质点同时参与这几列波引起的振动，质点的位移等于这几列波单独传播时引起的位移的矢量和．

2. 波的干涉

(1) 定义：频率相同的两列波叠加时，某些区域的振动加强、某些区域的振动减弱，这种现象叫波的干涉．

(2) 条件：两列波的频率相同．

3. 干涉和衍射是波特有的现象，波同时还可以发生反射、折射现象．

## 六、多普勒效应

由于波源与观察者互相靠近或者互相远离时，接收到的波的频率与波源频率不相等的现象．

## 考点一：机械波的传播与图象

1. 机械波的传播特点

(1) 波传到任意一点，该点的起振方向都和波源的起振方向相同.

(2) 介质中每个质点都做受迫振动，因此，任一质点的振动频率和周期都和波源的振动频率和周期相同.

(3) 波从一种介质进入另一种介质，由于介质不同，波长和波速可以改变，但频率和周期都不会改变.

(4) 振源经过一个周期 $T$ 完成一次全振动，波恰好向前传播一个波长的距离，所以 $v=\frac{\lambda}{T}=\lambda f$.

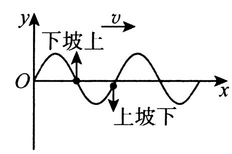
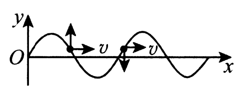
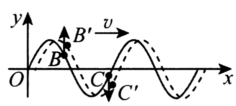
2. 波动图象的特点

(1) 波源质点振动 $nT$（波传播 $n\lambda$）($n=0,1,2,3,\cdots$) 时，波形不变.

(2) 在波的传播方向上，当两质点平衡位置间的距离为 $n\lambda$ ($n=1,2,3,\cdots$) 时，它们的振动步调总相同；当两质点平衡位置间的距离为 $(2n+1)\frac{\lambda}{2}$ ($n=0,1,2,3,\cdots$) 时，它们的振动步调总相反.

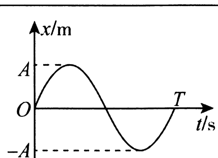
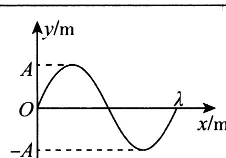
(3) 波源质点的起振方向决定了它后面的质点的起振方向，各质点的起振方向与波源的起振方向相同.

3. 波的传播方向与质点振动方向的互判方法

| | 方法解读 | 图象演示 |
|---|---|---|
| “上下坡”法 | 沿波的传播方向，“上坡”时质点向下振动，“下坡”时质点向上振动 |  |
| “同侧”法 | 波形图上某点表示传播方向和振动方向的箭头在图线同侧 |  |
| “微平移”法 | 将波形沿传播方向进行微小的平移，再由对应同一 $x$ 坐标的两波形曲线上的点来判断振动方向 |  |

## 考点二：振动图象与波动图象的综合应用

两种图象的比较

| 图象类型 | 振动图象 | 波的图象 |
|---|---|---|
| 研究对象 | 某一振动质点 | 沿波传播方向上的所有质点 |
| 研究内容 | 某一质点的位移随时间变化规律 | 某时刻所有质点的空间分布规律 |
| 图象 |  |  |
| 物理意义 | 表示某质点各个时刻的位移 | 表示某时刻各质点的位移 |

续表

| 图象类型 | 振动图象 | 波的图象 |
| --- | --- | --- |
| 图象信息 | (1) 质点振动周期<br>(2) 质点振幅<br>(3) 各时刻质点位移<br>(4) 各时刻速度、加速度方向 | (1) 波长、振幅<br>(2) 任意一质点在该时刻的位移<br>(3) 任意一质点在该时刻加速度方向<br>(4) 传播方向、振动方向的互判 |
| 形象比喻 | 记录着一个人一段时间内活动的录像带 | 记录着许多人某时刻动作、表情的集体照片 |
| 图象变化 | 随时间推移,图象延续,但已有形状不变 | 随时间推移,图象沿传播方向平移 |
| 一完整曲线占横坐标距离 | 表示一个周期 | 表示一个波长 |

## 考点三:机械波的多解问题

1. 造成波动问题多解的主要因素

(1) 周期性:① 时间周期性:时间间隔 $\Delta t$ 与周期 $T$ 的关系不明确.② 空间周期性:波传播距离 $\Delta x$ 与波长 $\lambda$ 的关系不明确.

(2) 双向性:① 传播方向双向性:波的传播方向不确定.② 振动方向双向性:质点振动方向不确定.

2. 解决波的多解问题的思路

一般采用从特殊到一般的思维方法,即找出一个周期内满足条件关系的 $\Delta t$ 或 $\Delta x$,若此关系为时间,则 $t = nT + \Delta t(n = 0,1,2,\cdots)$;若此关系为距离,则 $x = n\lambda + \Delta x(n = 0,1,2,\cdots)$.

3. 求解波的多解问题的一般步骤

(1) 根据初、末两时刻的波形图确定传播距离与波长的关系通式.

(2) 根据题设条件判断是唯一解还是多解.

(3) 根据波速公式 $v = \frac{x}{t}$ 或 $v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$ 求波速.

## 考点四:波的干涉、衍射、多普勒效应

1. 波的干涉现象中振动加强点和减弱点的判断

某质点的振动是加强还是减弱,取决于该点到两相干波源的距离之差 $\Delta r$.

(1) 当两波源振动步调一致时

若 $\Delta r = n\lambda(n = 0,1,2,\cdots)$,则振动加强;

若 $\Delta r = (2n+1)\frac{\lambda}{2}(n = 0,1,2,\cdots)$,则振动减弱.

(2) 当两波源振动步调相反时

若 $\Delta r = (2n+1)\frac{\lambda}{2}(n = 0,1,2,\cdots)$,则振动加强;

若 $\Delta r = n\lambda(n = 0,1,2,\cdots)$,则振动减弱.

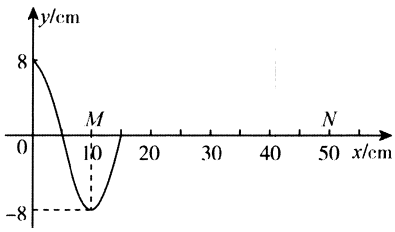
2. 波的衍射现象是指波能绕过障碍物继续传播的现象,产生明显衍射现象的条件是缝、孔的宽度或障碍物的尺寸跟波长相差不大或者小于波长.

3. 多普勒效应的成因分析

(1) 接收频率:观察者接收到的频率等于观察者在单位时间内接收到的完全波的个数.当波以速度 $v$ 通过观察者时,时间 $t$ 内通过的完全波的个数为 $N = \frac{vt}{\lambda}$,因而单位时间内通过观察者的完全波的个数,即接收频率.

(2) 当波源与观察者相互靠近时,观察者接收到的频率变大,当波源与观察者相互远离时,观察者接收到的频率变小.

**例 1**：将一弹性绳沿 $x$ 轴放置，左端位于坐标原点，用手握住绳的左端，当 $t=0$ 时，使其开始沿 $y$ 轴做简谐振动，在 $t=0.75$ s 时形成如图所示的波形，$M$ 点是位于 $x=10$ cm 处的质点，$N$ 点是位于 $x=50$ cm 处的质点.




(1) 求绳波的传播速度.

(2) 判断 $N$ 点开始振动的方向并求从 $t=0$ 时刻开始到 $N$ 点第一次沿 $y$ 轴正方向经过平衡位置需要多长时间?

(3) 求从 $t=0$ 时刻开始到 $N$ 点第一次到达波峰时，$M$ 点经过的路程.

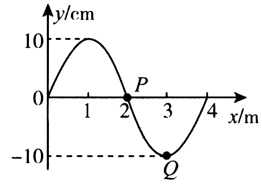
**答案**：(1)20 cm/s　(2)$N$ 点开始振动的方向沿 $y$ 轴负方向　3 s　(3)88 cm

**解析**：(1) 由题意和题图可知 $\lambda=20$ cm，$T=1$ s，所以波速 $v=\dfrac{\lambda}{T}=20$ cm/s.

(2) 由题图可知 $t=0.75$ s 时，$x=15$ cm 的质点刚开始振动，并且振动方向为 $y$ 轴负方向，所以 $N$ 点开始振动方向也沿 $y$ 轴负方向．$t=0.75$ s 时，$x=5$ cm 的质点第一次沿 $y$ 轴正方向经过平衡位置，这个振动形式传到 $N$ 点还要 $t_1=\dfrac{x}{v}=\dfrac{50-5}{20}$ s $=2.25$ s，所以当 $t_2=t+t_1=3$ s 时 $N$ 点第一次沿 $y$ 轴正方向经过平衡位置.

(3)$t=0.75$ s 时，$M$ 点已经经过的路程为 8 cm，而 $N$ 点第一次到达波峰还要经历 $t_3=\dfrac{x}{v}=\dfrac{50}{20}$ s $=2.5$ s，即 $2.5T$，则 $M$ 点还要经过路程 $2.5\times4\times8=80$ cm，所以 $M$ 点经过的总路程为 8 cm＋80 cm $=88$ cm.

**例 2**：如图所示为一列沿 $x$ 轴传播的简谐横波在 $t=0.10$ s 时刻的波形，$P$ 是平衡位置为 $x=2$ m 处的质点，其位移随时间变化的函数表达式为 $y=10\cos 5\pi t$(cm)；$Q$ 是平衡位置为 $x=3$ m 处的质点．下列说法正确的是　(　　)




A. $t=0.20$ s 时，质点 $Q$ 的加速度达到正向最大

B. $t=0.15$ s 时，质点 $P$ 的运动方向沿 $y$ 轴负方向

C. $t=0.35$ s 时，质点 $P$ 的动能在减少

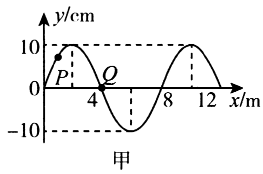
D. 从 $t=0.10$ s 到 $t=0.25$ s，该波沿 $x$ 轴正方向传播了 1.5 m

E. 从 $t=0.10$ s 到 $t=0.40$ s，质点 $Q$ 通过的路程为 30 cm

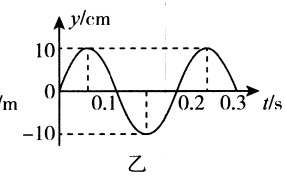
**答案**：BCE

**解析**：由质点 $P$ 的振动方程 $y=10\cos 5\pi t$(cm) 可知，$t=0.10$ s 时刻，质点 $P$ 恰好经过平衡位置沿 $y$ 轴负方向运动，故波沿 $x$ 轴负方向传播；周期 $T=\dfrac{2\pi}{\omega}=0.4$ s. $t=0.2$ s 时，质点 $Q$ 经过平衡位置沿 $y$ 轴正方向运动，加速度为零，故选项 A 错误；$t=0.10$ s 时刻，质点 $P$ 恰好经过平衡位置沿 $y$ 轴负方向运动，质点振动周期为 0.4 s，则 $t=0.15$ s 时，质点 $P$ 沿 $y$ 轴负方向正在向波谷振动，故选项 B 正确；$t=0.35$ s 时，质点 $P$ 已经越过了平衡位置正在向波峰振动，故质点 $P$ 在做减速运动，动能在减小，故选项 C 正确；由题图可知该波的波长 $\lambda=4$ m，故波速 $v=\dfrac{\lambda}{T}=10$ m/s，从 $t=0.10$ s 到 $t=0.25$ s，该波沿 $x$ 轴负方向传播了 1.5 m，故选项 D 错误；从 $t=0.10$ s 到 $t=0.40$ s，质点 Q 振动了 $\dfrac{3}{4}T$，通过的路程为 $s=\dfrac{3}{4}\times4\times10$ cm $=30$ cm，故选项 E 正确.

**例 3**：图甲为一列简谐横波在 $t=0.10$ s时刻的波形图，$P$ 是平衡位置在 $x=1.0$ m处的质点，$Q$ 是平衡位置在 $x=4.0$ m处的质点；图乙为质点 $Q$ 的振动图象．下列说法正确的是　(　　)



甲



乙

A. 在 $t=0.10$ s 时，质点 $Q$ 向 $y$ 轴正方向运动

B. 在 $t=0.25$ s时，质点 $P$ 的加速度方向与 $y$ 轴正方向相同

C. 从 $t=0.10$ s到 $t=0.25$ s，该波沿 $x$ 轴负方向传播了 6 m

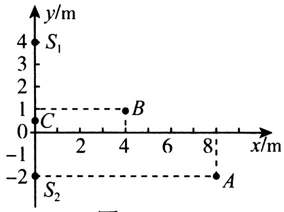
D. 从 $t=0.10$ s 到 $t=0.25$ s，质点 $P$ 通过的路程为 30 cm

E. 质点 $Q$ 简谐运动的表达式为 $y=0.10\sin 10\pi t$(国际单位制)

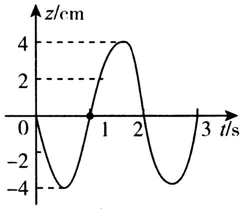
**答案**：BCE

**解析**：由题图乙可知，在 $t=0.10$ s 时，质点 $Q$ 向 $y$ 轴负方向运动，A 错误．结合题图甲、乙可知，波沿 $x$ 轴负方向传播，$t=0.25$ s 时 $P$ 处于 $y$ 轴的负方向，则其加速度沿 $y$ 轴的正方向，B 正确．由图甲知波长 $\lambda=8$ m，由图乙知周期 $T=0.2$ s，则波传播的速度 $v=\dfrac{\lambda}{T}=40$ m/s，所以在 $t=0.10$ s 到 $t=0.25$ s 时间内波向 $x$ 轴负方向传播的距离 $x=vt=6$ m，C 正确．从 $t=0.10$ s 到 $t=0.25$ s，经历的时间 $t=\dfrac{3}{4}T$，只有计时开始时，振动质点处于平衡位置或振幅最大处，其经过的路程才是 30 cm，D 错误．由图乙可知 E 正确.

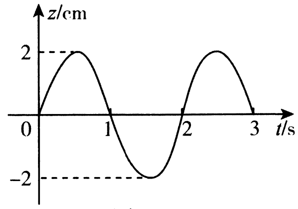
**例 4**:如图(a),在 $xy$ 平面内有两个沿 $z$ 方向做简谐振动的点波源 $S_1(0,4)$ 和 $S_2(0,-2)$. 两波源的振动图线分别如图(b)和图(c)所示. 两列波的波速均为 1.00 m/s. 两列波从波源传播到点 $A(8,-2)$ 的路程差为________m,两列波引起的点 $B(4,1)$ 处质点的振动相互________(选填"加强"或"减弱"),点 $C(0,0.5)$ 处质点的振动相互________(选填"加强"或"减弱").



图(a)



图(b)



图(c)

**答案**:2　减弱　加强

**解析**:波长 $\lambda = vT = 2$ m,两列波的波长相等.

两波源到 $A$ 点的路程差 $\Delta x = \sqrt{6^2+8^2}$ m $-$ 8 m $=$ 2 m.

两波源到 $B$ 点的路程差 $\Delta x' = \sqrt{3^2+4^2}$ m $-$ $\sqrt{3^2+4^2}$ m $= 0$,初相位差 $\pi$,$B$ 点为振动减弱点.

两波源到 $C$ 点的路程差 $\Delta x'' = 3.5$ m $-$ 2.5 m $=$ 1 m $= \frac{\lambda}{2}$,初相位差 $\pi$,$C$ 点为振动加强点.

**例 5**:关于多普勒效应,下列说法正确的是　(　　)

A. 多普勒效应是由于波的干涉引起的

B. 发生多普勒效应时,波源的频率并未发生改变

C. 多普勒效应是由于波源与观察者之间有相对运动而发生的

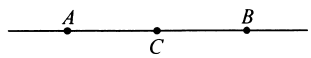
D. 只有声波才有多普勒效应

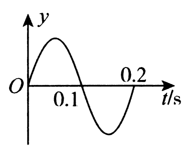
E. 若声源向观察者靠近,则观察者接收到的频率大于声源发出声波的频率

**答案**:BCE

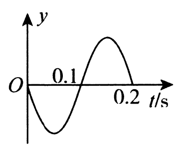
**解析**:多普勒效应是由于波源与观察者之间发生相对运动产生的,其波源的频率不发生变化,是观察者接收到的频率发生变化,故 B、C 正确,A 错误;当声源向观察者靠近时,观察者接收到的频率大于声源发出声波的频率,E 正确;机械波和光波都有多普勒效应现象,故 D 错误.

**例 6**:如图所示,同一均匀介质中的一条直线上有相距 6 m 的两个振幅相等的振源 $A$、$B$. 从 $t=0$ 时刻起,质点 $A$、$B$ 同时开始振动,且都只振动了一个周期. 图甲为 $A$ 的振动图象,图乙为 $B$ 的振动图象. 若 $A$ 向右传播的波与 $B$ 向左传播的波在 0.3 s 时相遇,则下列说法正确的是　(　　)



甲



乙

A. 两列波的波长都是 2 m

B. 两列波在 $A$、$B$ 间的传播速度均为 10 m/s

C. 在两列波相遇过程中,$A$、$B$ 连线的中点 C 为振动加强点

D. 在 0.9 s 时,质点 $B$ 经过平衡位置且振动方向向上

E. 两个波源振动的相位差为 $\pi$

**答案**:ABE

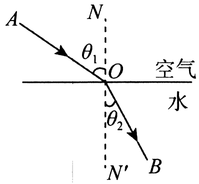
**解析**:两列波在均匀介质中传播速度相同,设为 $v$,则有 $2vt_1 = x_{AB}$,代入解得 $v = \frac{x_{AB}}{2t_1} = 10$ m/s,故 B 正确. 由题图知周期 $T = 0.2$ s,则波长 $\lambda = vT = 2$ m,故 A 正确. 当 $A$ 的波峰(或波谷)传到 $C$ 时,恰好 $B$ 的波谷(或波峰)传到 $C$ 点,所以 $C$ 点的振动始终减弱,故 C 错误. $t_2 = 0.9\ \text{s} = 4\frac{1}{2}T$ 时,质点 $B$ 不振动,故 D 错误. 振源 $A$ 的简谐运动方程为 $y = A\sin \omega t$,振源 $B$ 的简谐运动方程为 $y = -A\sin \omega t = A\sin(\omega t - \pi)$,两个波源振动的相位差为 $\pi$,故 E 正确.

# 四十六　光的折射、全反射

## 考点一：光的折射与折射率

1. 折射：光从一种介质斜射进入另一种介质时传播方向改变的现象.

2. 折射定律(如图)




(1) 内容：折射光线与入射光线、法线处在同一平面内，折射光线与入射光线分别位于法线的两侧；入射角的正弦与折射角的正弦成正比.

(2) 表达式：$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}=n_{12}$，式中 $n_{12}$ 是比例常数.

(3) 在光的折射现象中，光路是可逆的.

3. 折射率

(1) 定义：光从真空射入某种介质发生折射时，入射角的正弦与折射角的正弦的比值.

(2) 物理意义：折射率仅反映介质的光学特性，折射率大，说明光从真空射入到该介质时偏折大，反之偏折小.

(3) 定义式：$n=\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}$. 不能说 $n$ 与 $\sin\theta_1$ 成正比、与 $\sin\theta_2$ 成反比. 折射率由介质本身的光学性质和光的频率决定.

(4) 计算公式：$n=\frac{c}{v}$，因 $v<c$，故任何介质的折射率总大于 1.

4. 光密介质与光疏介质

(1) 光密介质：折射率较大的介质.

(2) 光疏介质：折射率较小的介质.

## 考点二：折射定律及折射率的应用

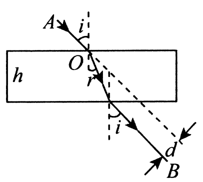
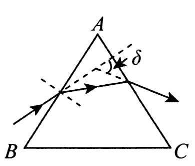
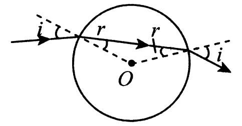
1. 对折射率的理解：

(1) 折射率大小不仅反映了介质对光的折射本领，也反映了光在介质中传播速度的大小 $v=\frac{c}{n}$.

(2) 折射率的大小不仅与介质本身有关，还与光的频率有关. 同一种介质中，频率越大的色光折射率越大，传播速度越小.

(3) 同一种色光，在不同介质中虽然波速、波长不同，但频率相同.

2. 几种常见折射模型

| 类别<br>项目 | 平行玻璃砖 | 三棱镜 | 圆柱体(球) |
|---|---|---|---|
| 光的折射图 | <br>通过平行玻璃砖的光线不改变传播方向，但要发生侧移 | <br>通过三棱镜的光线经两次折射后，出射光线向棱镜底边偏折 | <br>圆界面的法线是过圆心的直线，经过两次折射后向圆心偏折 |
| 应用 | 测定玻璃的折射率 | 全反射棱镜，改变光的传播方向 | 改变光的传播方向 |

3. 光路的可逆性：在光的折射现象中，光路是可逆的．如果让光线逆着原来的折射光线射到界面上，光线就会逆着原来的入射光线发生折射．

## 考点三：光的全反射

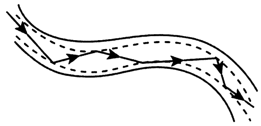
1. 全反射

(1) 条件：① 光从光密介质射入光疏介质．② 入射角 $\geqslant$ 临界角．

(2) 现象：折射光完全消失，只剩下反射光．

(3) 临界角：折射角等于 $90°$ 时的入射角，用 $C$ 表示，$\sin C=\frac{1}{n}$．

(4) 应用：① 全反射棱镜．② 光导纤维，如图．



2. 求解光的折射、全反射问题的四点提醒

(1) 光密介质和光疏介质是相对而言的．同一种介质，相对于其他不同的介质，可能是光密介质，也可能是光疏介质．

(2) 如果光线从光疏介质进入光密介质，则无论入射角多大，都不会发生全反射现象．

(3) 在光的反射和全反射现象中，均遵循光的反射定律，光路均是可逆的．

(4) 当光射到两种介质的界面上时，往往同时发生光的折射和反射现象，但在全反射现象中，只发生反射，不发生折射．

3. 求解全反射现象中光的传播时间的一般思路

(1) 全反射现象中，光在同种均匀介质中的传播速度不发生变化，即 $v=\frac{c}{n}$．

(2) 全反射现象中，光的传播路程应结合光路图与几何关系进行确定．

(3) 利用 $t=\frac{l}{v}$ 求解光的传播时间．

4. 解决全反射问题的一般方法

(1) 确定光是从光密介质进入光疏介质．

(2) 应用 $\sin C=\frac{1}{n}$ 确定临界角．

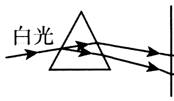
(3) 根据题设条件，判定光在传播时是否发生全反射．

(4) 如发生全反射，画出入射角等于临界角时的临界光路图．

(5) 运用几何关系或三角函数关系以及反射定律等进行分析、判断、运算，解决问题．

## 考点四：光的色散

1. 色散现象：白光通过三棱镜会形成由红到紫七种色光组成的彩色光谱，如图．




2. 成因：由于 $n_{红}<n_{紫}$，所以以相同的入射角射到棱镜界面时，红光和紫光的折射角不同，就是说紫光偏折得更明显些，当它们射到另一个界面时，紫光的偏折角最大，红光偏折角最小．

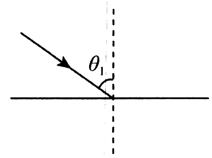
3. 含有多种颜色的光被分解为单色光的现象称为光的色散．

4. 含有多种颜色的光从一种介质进入另一种介质，由于介质对不同色光的折射率不同，各种色光的偏折程度不同，所以产生光的色散．

5. 各种色光的比较

| 颜色 | 红橙黄绿青蓝紫 |
|---|---|
| 频率 $f$ | 低 → 高 |
| 同一介质中的折射率 | 小 → 大 |
| 同一介质中速度 | 大 → 小 |
| 波长 | 大 → 小 |
| 临界角 | 大 → 小 |
| 通过棱镜的偏折角 | 小 → 大 |

**例 1**:如图所示,一束光从空气中射向折射率为 $n=\sqrt{2}$ 的某种玻璃的表面,$\theta_1$ 表示入射角,则下列说法中正确的是（　　）




A. 当 $\theta_1>45°$ 时会发生全反射现象

B. 只有当 $\theta_1=90°$ 时才会发生全反射

C. 无论入射角 $\theta_1$ 是多大,折射角 $\theta_2$ 都不会超过 45°

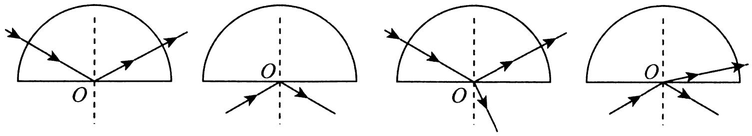
D. 欲使折射角 $\theta_2=30°$,应以 $\theta_1=45°$ 的角度入射

E. 当入射角 $\theta_1=\arctan\sqrt{2}$ 时,反射光线和折射光线恰好互相垂直

**答案**:CDE

**解析**:发生全反射现象的条件是:光从光密介质射向光疏介质,且入射角大于临界角,所以,选项 A、B 均错误;由折射率 $n=\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}=\sqrt{2}$ 可知,当入射角最大为 90° 时,折射角 $\theta_2=45°$,所以 C 正确;由折射率 $n=\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}$ 可知,选项 D、E 均正确.

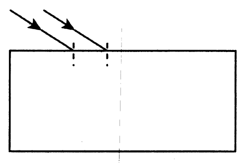
**例 2**:如图,一束光由空气射向半圆柱体玻璃砖,$O$ 点为该玻璃砖截面的圆心,下图能正确描述其光路的是（　　）



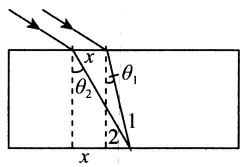

**答案**:A

**解析**:光从玻璃砖射向空气时,如果入射角大于临界角,则发生全反射;如果入射角小于临界角,则在界面处既有反射光线,又有折射光线,但折射角应大于入射角,选项 A 正确,选项 C 错误.当光从空气射入玻璃砖时,在界面处既有反射光线,又有折射光线,且入射角大于折射角,选项 B、D 错误.

**例 3**:如图所示,宽为 $a$ 的平行光束从空气斜射到平行玻璃砖上表面,入射角为 60°,光束中包含两种波长的光,玻璃砖对这两种光的折射率分别为 $n_1=\sqrt{3}$,$n_2=\frac{5\sqrt{3}}{6}$,光束从玻璃下表面出射时恰好分成不重叠的两束,求玻璃砖的厚度 $d$ 为多少?(已知 $\sin 37°=0.6$,$\cos 37°=0.8$,结果可用根式表示)



**答案**:$\frac{8(9+4\sqrt{3})a}{11}$




**解析**:根据光的折射定律,则有:$n_1=\frac{\sin 60°}{\sin\theta_1}$

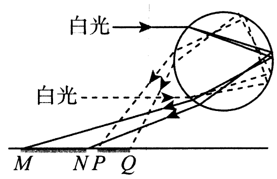
$n_2=\frac{\sin 60\text{度}}{\sin\theta_2}$,得:$\theta_1=30$ 度,$\theta_2=37$ 度

由分析可知,恰好分开时:$x=d(\tan 37\text{度}-\tan 30\text{度})$

又有:$x=\frac{a}{\cos 60°}$

解得:$d=\frac{24a}{9-4\sqrt{3}}=\frac{8(9+4\sqrt{3})a}{11}$.

**例 4**:虹和霓是太阳光在水珠内分别经过一次和两次反射后出射形成的,可用白光照射玻璃球来说明.两束平行白光照射到透明玻璃球后,在水平的白色桌面上会形成 $MN$ 和 $PQ$ 两条彩色光带,光路如图所示.$M$、$N$、$P$、$Q$ 点的颜色分别为（　　）




A. 紫、红、红、紫

B. 红、紫、红、紫

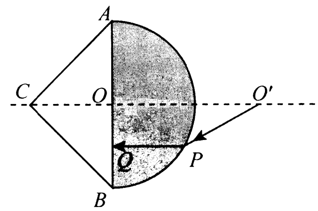
C. 红、紫、紫、红

D. 紫、红、紫、红

**答案**:A

**解析**:玻璃对红光的折射率最小,对紫光的折射率最大,由折射定律和反射定律可知 $M$ 点为紫色,$N$ 点为红色,$P$ 点为红色,$Q$ 点为紫色,故 A 项正确.

**例 5**:等腰直角三棱镜的斜边恰好与半圆形介质的直径紧贴在一起,如图为横截面示意图,$C$、$O$与$O'$三点在一条直线上,$CO$为$\angle C$的角平分线,$O$点为圆心.$OO'=\sqrt{3}r_0$,$O'$点有一光源,发出的单色光正好照射到圆弧面上的$P$点,射入半圆形介质的光线垂直于直径($AB$)离开半圆形介质,从$Q$点射入三棱镜,恰好在$BC$面发生全反射.已知$OQ=0.5r_0$.求:

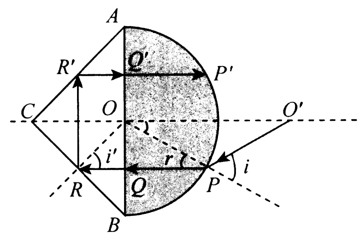



(1) 两种介质的折射率分别是多少?

(2) 该单色光在半圆形介质与三棱镜中传播的速度之比.

**答案**:(1) 半圆形介质的折射率$n_1=\sqrt{3}$,三棱镜的折射率$n_2=\sqrt{2}$　(2)$v_1:v_2=\sqrt{2}:\sqrt{3}$

**解析**:(1) 如图所示作出光路图




因为$OQ=0.5r_0$,$PQ\perp OQ$,

所以$\sin r=\dfrac{OQ}{OP}=\dfrac{0.5R_0}{R_0}=0.5$

所以$r=30^\circ$

由图可知,$\angle O'OP=30^\circ$

又因为$OO'=\sqrt{3}r_0$,所以$\angle OO'P=30^\circ$

$i=\angle OO'P+\angle O'OP=60^\circ$

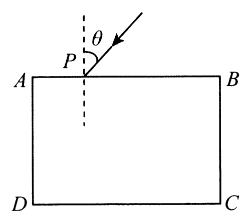
由光的折射定律得半圆形介质的折射率$n_1=\dfrac{\sin i}{\sin r}=\dfrac{\sin 60^\circ}{\sin 30^\circ}=\sqrt{3}$

由图可知$i'=45^\circ$,因为光恰好在$BC$面发生全反射

所以三棱镜的折射率$n_2=\dfrac{1}{\sin i'}=\dfrac{1}{\sin 45^\circ}=\sqrt{2}$.

(2) 根据$n=\dfrac{c}{v}$,可以得到该单色光在半圆形介质与三棱镜中传播的速度之比$v_1:v_2=n_2:n_1=\sqrt{2}:\sqrt{3}$.

**例 6**:如图所示,将一个折射率为$n=\dfrac{\sqrt{7}}{2}$的透明长方体放在空气中,矩形$ABCD$是它的一个截面,一单色细光束入射到$P$点,入射角为$\theta$,$\overline{AD}=\sqrt{6}\ \overline{AP}$.求:




(1) 若要使光束进入长方体后能射至$AD$面上,角$\theta$的最小值;

(2) 若要此光束在$AD$面上发生全反射,角$\theta$的范围.

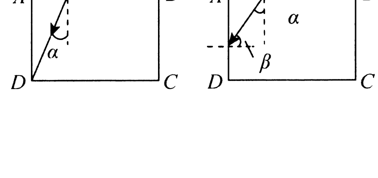
**答案**:(1)30°　(2)$30^\circ\leqslant\theta\leqslant 60^\circ$

**解析**:(1) 要使光束进入长方体后能射至$AD$面上,设最小折射角为为$\alpha$,$AP$的长度为$d$,根据几何关系有:$\sin\alpha=\dfrac{d}{\sqrt{d^2+(\sqrt{6}d)}}=\dfrac{1}{\sqrt{7}}$

根据折射定律有:$n=\dfrac{\sin\theta}{\sin\alpha}$

解得:$\theta$的最小值$\theta=30^\circ$.

(2) 如图所示,要使光束在$AD$面上发生全反射,则要求射至$AD$面上的入射角$\beta$应满足$\sin\beta\geqslant\sin C$




又$\sin C=\dfrac{1}{n}$

$\sin\beta=\cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}=\sqrt{1-\dfrac{\sin^2\theta}{n^2}}$

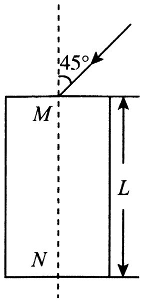
得$\theta$的最大值$\theta=60^\circ$

综合所得:$30^\circ\leqslant\theta\leqslant 60^\circ$.

**例 7**：如图所示，高度为 $L$ 的玻璃圆柱体的中轴线为 $MN$，一束光以入射角 45 度从 $M$ 点射入，在侧面恰好发生全反射．已知光在真空中传播速度为 $c$，求：

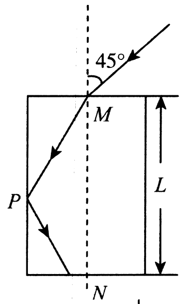
(1) 该玻璃的折射率；

(2) 这束光通过玻璃圆柱体的时间．




**答案**：(1) $\frac{\sqrt{6}}{2}$　(2) $\frac{3L}{2c}$

**解析**：(1) 如图，光线从 $M$ 入射时，在 $P$ 点刚好发生全反射，设玻璃的折射率为 $n$，全反射临界角为 $C$，由：$n=\frac{\sin 45^\circ}{\sin(90^\circ-C)}$，又 $\sin C=\frac{1}{n}$

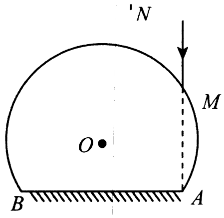



代入数据可得：$n=\frac{\sqrt{6}}{2}$.

(ii) 设光在玻璃中传播速度为 $v$，时间为 $t$，$t=\frac{L}{v\cos(90^\circ-C)}$，又 $v=\frac{c}{n}$

可得：$t=\frac{3L}{2c}$.

**例 8**：如图，玻璃球冠的折射率为$\sqrt{3}$，其底面镀银，底面的半径是球半径的$\frac{\sqrt{3}}{2}$倍；在过球心 $O$ 且垂直于底面的平面(纸面) 内，有一与底面垂直的光线射到玻璃球冠上的 $M$ 点，该光线的延长线恰好过底面边缘上的 $A$ 点．求该光线从球面射出的方向相对于其初始入射方向的偏角．

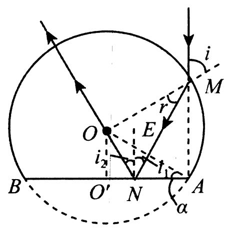



**答案**：150°

**解析**：设球的半径为 $R$，球冠底面中心为 $O'$，连接 $OO'$，则 $OO'\perp AB$，设 $\angle OAO'=\alpha$，则有

$\cos\alpha=\frac{O'A}{OA}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}R}{R}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，即 $\alpha=30^\circ$.

由题意 $MA\perp AB$，得 $\angle OAM=60^\circ$，如图所示.




设 $M$ 点的入射角、折射角分别为 $i$、$r$，$N$ 点的入射角为 $i_1$，玻璃的折射率为 $n$，由于 $\triangle OAM$ 为等边三角形，则有 $i=60^\circ$

根据折射定律有：$\sin i=n\sin r$，将 $n=\sqrt{3}$ 代入，可得 $r=30^\circ$

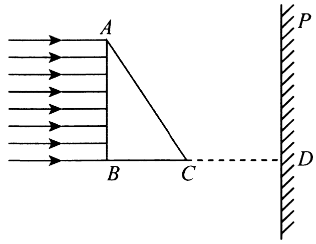
过 $N$ 点作法线 $NE$，由于 $NE$ 平行于 $AM$，有 $i_1=30^\circ$

由反射定律知反射角 $i_2=30^\circ$

连接 $N$、$O$，由几何关系知 $\angle MNO=60^\circ$，故 $\angle ENO=30^\circ$

由于 $\angle ENO$ 为反射角，$NO$ 为反射光线，这一光线经球面再次折射后不改变方向，所以光线从球面射出的方向相对于其初始入射方向的偏角 $\beta=180^\circ-\angle ENO=150^\circ$.

**例 9**：如图所示，$\triangle ABC$ 为一直角三棱镜的截面，其顶角 $\angle BAC = 30°$，$AB$ 边的长度为 $L$，$P$ 为垂直于直线 $BCD$ 的光屏，$P$ 屏到 $C$ 的距离为 $L$. 一宽度也为 $L$ 的平行单色光束垂直射向 $AB$ 面，在屏上形成一条宽度等于 $\frac{2}{3}AB$ 的光带，已知光速为 $c$，求：

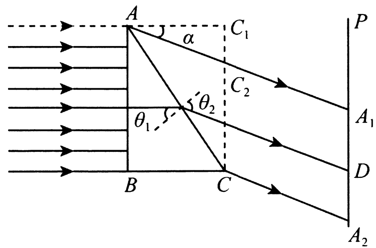



(1) 棱镜的折射率；

(2) 沿 $BC$ 边入射的光线从照射到玻璃砖到射到屏 $P$ 上所用的时间.

**答案**：(1) $\sqrt{3}$　(2) $\frac{3+2\sqrt{3}}{3c}L$

**解析**：(1) 平行光束经棱镜折射后的出射光束仍是平行光束，如图所示，图中 $\theta_1$、$\theta_2$ 为 $AC$ 面上入射角和折射角，根据折射定律，有 $n\sin\theta_1 = \sin\theta_2$，




设出射光线与水平方向成 $\alpha$ 角，则 $\theta_2 = \alpha + \theta_1$

而 $AC_1 = BC = AB\tan\angle BAC$

可得：$\tan\alpha = \dfrac{\frac{1}{3}AB}{AB\tan 30°} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

解得：$\alpha = 30°$

因 $\theta_1 = 30°$，则 $\theta_2 = 60°$

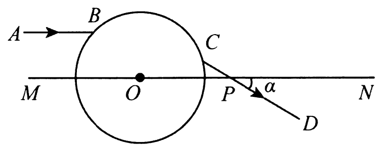
因此 $n = \dfrac{\sin 60°}{\sin 30°} = \sqrt{3}$.

(2) 由图可知，光线在玻璃中的传播时间 $t_1 = \dfrac{L\tan 30°}{\frac{c}{n}}$

光线在空气中的传播时间 $t_2 = \dfrac{\frac{L}{\cos 30°}}{c}$

因此所用的时间 $t = t_1 + t_2 = \dfrac{\sqrt{3}\times\sqrt{3}+2\sqrt{3}}{3c}L = \dfrac{3+2\sqrt{3}}{3c}L$.

**例 10**：某次探矿时发现一天然透明矿石，经测量其折射率 $n = \sqrt{2}$. 人工打磨成球形后置于空气中(如图所示)，已知球半径 $R = 10$ cm，$MN$ 是一条通过球心 $O$ 的直线，单色细光束 $AB$ 平行于 $MN$ 射向球体，$B$ 为入射点，$AB$ 与 $MN$ 间距为 $d = 5\sqrt{2}$cm，$CD$ 为出射光线. 求：

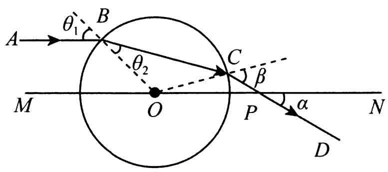



(1) 光从 $B$ 点传到 $C$ 点的时间；

(2) $CD$ 与 $MN$ 所成的角 $\alpha$.

**答案**：(1) $\frac{\sqrt{6}}{3}\times 10^{-9}$ s　(2) 30°

**解析**：(1) 光线在 $B$ 点界面的入射角与折射角分别为 $\theta_1$、$\theta_2$.




由数学知识得：$\sin\theta_1 = \dfrac{d}{R} = \dfrac{5\sqrt{2}}{10} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$，得 $\theta_1 = 45°$

由折射率 $n = \dfrac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}$，解得：$\sin\theta_2 = \dfrac{\sin\theta_1}{n} = \dfrac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{2}} = \dfrac{1}{2}$

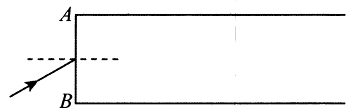
光在球体中传播的速度 $v = \dfrac{c}{n}$，$BC$ 间的距离 $s = 2R\cos\theta_2$

则光线在球中传播的时间 $t = \dfrac{s}{v} = \dfrac{2R\cos\theta}{\frac{c}{n}} = \dfrac{\sqrt{6}}{3}\times 10^{-9}$ s.

(2) 在 $C$ 点折射角为 $\beta$，根据光路可逆性得：$\beta = \theta_1 = 45°$

由几何知识得：$\angle COP = \pi - \theta_1 - \angle BOC = 15°$，

因 $\alpha + \angle COP = \beta$，解得：$\alpha = 30°$.

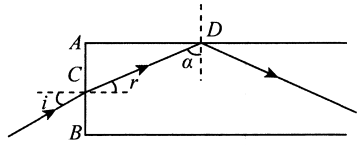



**例 11**:图示为一光导纤维(可简化为一长玻璃丝)的示意图,玻璃丝长为 $L$,折射率为 $n$,$AB$ 代表端面.已知光在真空中的传播速度为 $c$.

(1) 为使光线能从玻璃丝的 $AB$ 端面传播到另一端面,求光线在端面 $AB$ 上的入射角应满足的条件;

(2) 求光线从玻璃丝的 $AB$ 端面传播到另一端面所需的最长时间.

**答案**:(1)$\sin i \leqslant \sqrt{n^2-1}$ (2) $\frac{n^2 L}{c}$




**解析**:(1) 设光线在端面 $AB$ 上 $C$ 点的入射角为 $i$,折射角为 $r$,由折射定律有

$\sin i = n\sin r$①

设光线射向玻璃丝内壁 $D$ 点的入射角为 $\alpha$,为了使该光线可在光导纤维中传播,应有 $\alpha \geqslant \theta$②

式子中,$\theta$ 是光线在玻璃丝内发生全反射时的临界角,它满足 $n\sin\theta = 1$③

由几何关系得 $\alpha + r = 90°$④

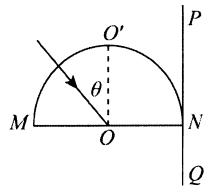
由 ①②③④ 式得 $\sin i \leqslant \sqrt{n^2-1}$⑤

(2) 光在玻璃丝中传播速度的大小为 $v = \frac{c}{n}$⑥

光速在玻璃丝轴线方向的分量为 $v_x = v\sin\alpha$⑦

光线从玻璃丝端面 $AB$ 传播到其另一个端面所需时间为 $T = \frac{L}{v_x}$⑧

光线在玻璃丝中传播,在刚好发生全反射时,光线从端面 $AB$ 传播到其另一端面所需时间最长,由 ②③⑥⑦⑧ 式得 $T_{\max} = \frac{n^2 L}{c}$.




**例 12**:固定的半圆形玻璃砖的横截面如图.$O$ 点为圆心,$OO'$ 为直径 $MN$ 的垂线.足够大的光屏 $PQ$ 紧靠玻璃砖右侧且垂直于 $MN$.由 $A$、$B$ 两种单色光组成的一束光沿半径方向射向 $O$ 点,入射光线与 $OO'$ 夹角 $\theta$ 较小时,光屏 $NQ$ 区域出现两个光斑,逐渐增大 $\theta$ 角.当 $\theta = \alpha$ 时,光屏 $NQ$ 区域 $A$ 光的光斑消失,继续增大 $\theta$ 角,当 $\theta = \beta$ 时,光屏 $NQ$ 区域 $B$ 光的光斑消失,则

A. 玻璃砖对 $A$ 光的折射率比对 $B$ 光的大

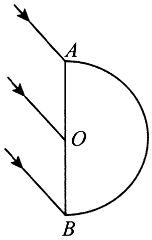
B. $A$ 光在玻璃砖中传播速度比 $B$ 光的大

C. $\alpha < \theta < \beta$ 时,光屏上只有 1 个光斑

D. $\beta < \theta < \frac{1}{2}\pi$ 时,光屏上只有 1 个光斑

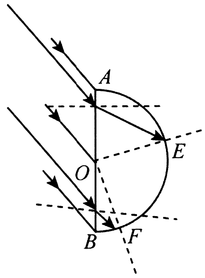
**答案**:AD

**解析**:根据题干描述"当 $\theta = \alpha$ 时,光屏 $NQ$ 区域 $A$ 光的光斑消失,继续增大 $\theta$ 角,当 $\theta = \beta$ 时,光屏 $NQ$ 区域 $B$ 光的光斑消失",结合发生全反射的临界角 $C$ 满足:$\sin C = \frac{1}{n}$ 可知,玻璃砖对 $A$ 光的折射率比对 $B$ 光的大,选项 A 正确;由 $n = \frac{c}{v}$,结合 A 选项可知,选项 B 错误;当 $\alpha < \theta < \beta$ 时,$B$ 光尚未发生全反射现象,故光屏上应该看到 2 个亮斑,其中包含 $NP$ 侧的反射光斑($A$、$B$ 重合)以及 $NQ$ 一侧的 $B$ 光的折射光线形成的光斑,选项 C 错误;当 $\beta < \theta < \frac{1}{2}\pi$ 时,$A$、$B$ 两光均发生了全反射,故仅能看到 $NP$ 侧的反射光斑($A$、$B$ 重合),选项 D 正确.




**例 13**：如图所示，$AOB$ 为半圆柱形玻璃砖截面的直径，玻璃的折射率为 $n=\sqrt{2}$，现有一束平行光线以 45 度角入射到 $AB$ 面上后，经折射从半圆面上的部分位置射出．试求半圆柱面能被照亮的部分与整个半圆柱弧面的面积之比．

**答案**：1∶2




**解析**：根据折射定律得：$\sqrt{2}=\dfrac{\sin 45^\circ}{\sin C}$

光在 $AB$ 面上的折射角 $\theta=30^\circ$

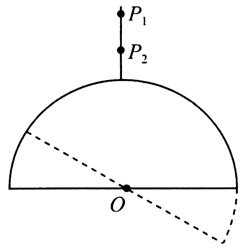
在曲面上发生全反射的临界角：$\sin C=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$，得：$C=45^\circ$

如图根据几何关系得，$E$ 点以上和 $F$ 点以下的光线发生全反射，不能从曲面上射出，有光线射出的部分为 $EF$ 部分

根据几何关系解得：$\angle AOE=75^\circ$，$\angle BOF=15^\circ$

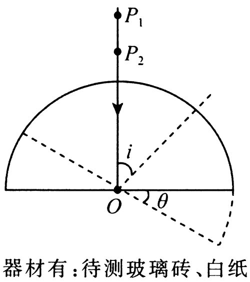
所以：$\angle EOF=90^\circ$，故被照亮的面积与整个半圆柱的面积之比为 1∶2．

**例 14**：某同学用大头针、三角板、量角器等器材测半圆形玻璃砖的折射率．开始玻璃砖的位置如图中实线所示，使大头针 $P_1$、$P_2$ 与圆心 $O$ 在同一直线上，该直线垂直于玻璃砖的直径边，然后使玻璃砖绕圆心 $O$ 缓慢转动，同时在玻璃砖的直径边一侧观察 $P_1$、$P_2$ 的像，且 $P_2$ 的像挡住 $P_1$ 的像，如此观察，当玻璃砖转到图中虚线位置时，上述现象恰好消失．此时只须测量出________，即可计算出玻璃砖的折射率，请用你的测量量表示出折射率 $n=$________．

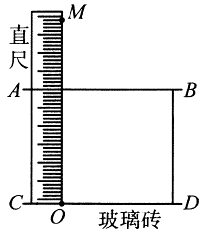



**答案**：玻璃砖绕 $O$ 转过的角度 $\theta$　$\dfrac{1}{\sin\theta}$

**解析**：由题意可知，当玻璃砖转过某一角度 $\theta$ 时，刚好发生全反射，在直径边一侧观察不到 $P_1$、$P_2$ 的像，做出如图所示的光路图可知，当转过角度 $\theta$ 时有 $n=\dfrac{1}{\sin\theta}$．



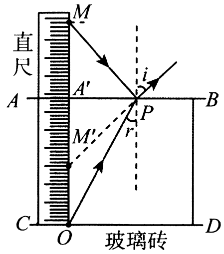

**例 15**：现要估测一矩形玻璃砖的折射率 $n$，给定的器材有：待测玻璃砖、白纸、铅笔、大头针 1 枚、直尺、直角三角板．实验时，先将直尺的一端 $O$ 和另一点 $M$ 标上两明显的标记，再将玻璃砖平放在白纸上，沿其两个长边在白纸上画出两条直线 $AB$、$CD$，再将直尺正面紧贴玻璃砖的左边缘放置，使 $O$ 点与直线 $CD$ 相交，并在白纸上记下点 $O$、$M$ 的位置，如图所示，然后在右上方通过 $AB$ 所在界面向左下方观察，调整视线方向，直到 $O$ 点的像与 $M$ 点的像重合，再在 $AB$ 直线上插上大头针，使大头针挡住 $M$、$O$ 的像，记下大头针 $P$ 点的位置．




(1) 请在原图上作出光路图；

(2) 计算玻璃砖的折射率的表达式为：$n=$________(用字母 $P$ 和图中已知线段字母表示)．

**答案**：(1) 光路图见解析　(2) $\dfrac{OP}{MP}$




**解析**：(1) 调整视线方向，当 $O$ 点的像和 $M$ 点的像重合时，从 $O$ 点发出的光线经玻璃砖折射后与从 $M$ 点发出的光线经 $AB$ 面反射后重合．在观察的一侧插上大头针，使大头针挡住 $M$、$O$ 的像，则大头针的位置为折射光线射出玻璃砖的点和从 $M$ 点发出的光线在 $AB$ 面上的反射点，如图所示．

(2) 折射率 $n=\dfrac{\sin i}{\sin r}=\dfrac{\frac{A'P}{MP}}{\frac{A'P}{OP}}=\dfrac{OP}{MP}$．

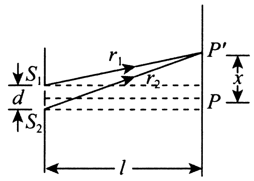
# 四十七　光的波动性　电磁波　相对论

## 考点一：光的干涉、衍射及偏振

1. 双缝干涉

（1）明暗条纹的判断方法

① 如图所示，光源 $S_1$、$S_2$ 发出的相干单色光到屏上 $P$ 点的路程差 $r_2-r_1=k\lambda(k=0,1,2,\cdots)$ 时，光屏上出现亮条纹．中央条纹为亮条纹．




② 光的路程差 $r_2-r_1=(2k+1)\dfrac{\lambda}{2}(k=0,1,2,\cdots)$ 时，光屏上出现暗条纹．

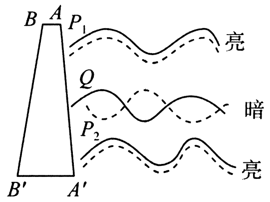
③ 用白光进行干涉实验时，光屏上出现彩色条纹．

（2）双缝干涉条纹是等间距的

相邻亮条纹（或暗条纹）间的距离与波长成正比（装置已确定的情况下）．可利用这一特点通过双缝干涉实验测量光波的波长．

2. 薄膜干涉

（1）如图所示，竖直的肥皂薄膜，由于重力的作用，形成上薄下厚的楔形．




（2）光照射到薄膜上时，在膜的前表面 $AA'$ 和后表面 $BB'$ 分别反射出来，形成两列频率相同的光波，并且叠加．

（3）明暗条纹的判断方法

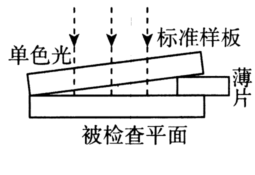
① 在 $P_1$、$P_2$ 处，两个表面反射回来的两列光波的路程差 $\Delta r$ 等于波长的整数倍，即 $\Delta r=k\lambda(k=1,2,3,\cdots)$，薄膜上出现亮条纹．

② 在 $Q$ 处，两列反射回来的光波的路程差 $\Delta r$ 等于半波长的奇数倍，即 $\Delta r=(2k+1)\dfrac{\lambda}{2}(k=0,1,2,3,\cdots)$，薄膜上出现暗条纹．

③ 用白光进行实验时薄膜上出现水平彩色条纹．

（4）薄膜干涉的应用

干涉法检查平面如图所示，两板之间形成一楔形空气膜，用单色光从上向下照射，如果被检平面是平整光滑的，会观察到平行且等间距的明暗相间的条纹；若被检平面不平整，则干涉条纹发生弯曲．




3. 光的干涉和衍射的比较

（1）干涉和衍射的比较

| | | 干涉 | 衍射 |
|---|---|---|---|
| 现象 | | 光在重叠区域出现加强或减弱的现象 | 光绕过障碍物偏离直线传播的现象 |
| 产生条件 | | 两束光频率相同、相位差恒定 | 障碍物或孔的尺寸与波长差不多或更小 |
| 典型实验 | | 杨氏双缝实验 | 单缝衍射、圆孔衍射和不透明圆盘衍射 |
| 图样不同点 | 条纹宽度 | 条纹宽度相等 | 条纹宽度不等，中央最宽 |
| | 条纹间距 | 各相邻条纹间距相等 | 各相邻条纹间距不等 |
| | 亮度情况 | 清晰条纹，亮度基本相等 | 中央条纹最亮，两边变暗 |
| 图样相同点 | | 干涉、衍射都是波特有的现象；干涉、衍射都有明暗相间的条纹 | |

(2) 对光的衍射的理解

① 干涉和衍射是波的特征，波长越长，干涉和衍射现象越明显．在任何情况下都可以发生衍射现象，只是明显与不明显的差别．

② 衍射现象说明“光沿直线传播”只是一种特殊情况，只有在光的波长比障碍物小得多时，光才可以看做是沿直线传播的．

4. 自然光和偏振光的比较

| | 自然光(非偏振光) | 偏振光 |
|---|---|---|
| 光的来源 | 直接从光源发出的光 | 自然光通过偏振片后的光 |
| 光的振动方向 | 在垂直于光的传播方向的平面内，光振动沿任意方向，且沿各个方向振动的光的强度相同 | 在垂直于光的传播方向的平面内，光振动沿特定方向 |

## 考点二：电磁场和电磁波

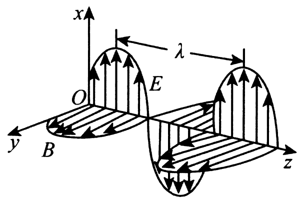
1. 对麦克斯韦电磁场理论的理解

- 麦克斯韦电磁场理论 →
  - 变化的磁场产生电场 →
    - 均匀变化的磁场产生恒定电场
    - 非均匀变化的磁场产生变化的电场
    - 振荡的磁场产生同频率振荡的电场
  - 变化的电场产生磁场 →
    - 均匀变化的电场产生恒定磁场
    - 非均匀变化的电场产生变化的磁场
    - 振荡的电场产生同频率振荡的磁场

2. 对电磁波的理解

(1) 电磁波是横波．电磁波的电场、磁场、传播方向三者两两垂直，如图所示．

(2) 电磁波与机械波不同，机械波在介质中传播的速度只与介质有关，电磁波在介质中传播的速度与介质和频率均有关．




3. 电磁波谱分析及应用

| 电磁波谱 | 频率 /Hz | 真空中波长 /m | 特性 | 应用 | 递变规律 |
|---|---|---|---|---|---|
| 无线电波 | $<3\times10^{11}$ | $>10^{-3}$ | 波动性强，易发生衍射 | 通信、广播 | 衍射能力减弱；直线传播能力增强 |
| 红外线 | $10^{11}\sim10^{15}$ | $10^{-3}\sim10^{-7}$ | 热效应 | 红外遥感 | |
| 可见光 | $10^{15}$ | $10^{-7}$ | 引起视觉 | 照明、摄影 | |
| 紫外线 | $10^{15}\sim10^{17}$ | $10^{-7}\sim10^{-9}$ | 化学效应、荧光效应、灭菌消毒 | 医用消毒、防伪 | |
| X射线 | $10^{16}\sim10^{19}$ | $10^{-8}\sim10^{-11}$ | 贯穿本领强 | 检查、医用透视 | |
| γ射线 | $>10^{19}$ | $<10^{-11}$ | 贯穿本领最强 | 工业探伤、医用治疗 | |

**特别提醒**：(1) 波长不同的电磁波，表现出不同的特性．其中波长较长的无线电波和红外线等，易发生干涉、衍射现象；波长较短的紫外线、X射线、γ射线等，穿透能力较强．(2) 电磁波谱中，相邻两波段的电磁波的波长并没有很明显的界线，如紫外线和X射线、X射线和γ射线都有重叠，但它们产生的机理不同．

## 考点三：狭义相对论的简单应用

1. 惯性系：如果牛顿运动定律在某个参考系中成立，这个参考系叫做惯性系．相对一个惯性系做匀速直线运动的另一个参考系也是惯性系．

2. 光速的大小与选取的参考系无关，因为光速是从麦克斯韦方程组中推导出来的，无任何前提条件．

3. 狭义相对论认为物体运动时的质量 $m$ 与物体的速度 $v$ 和静止时的质量 $m_0$ 有关，其关系式为 $m=\dfrac{m_0}{\sqrt{1-\left(\dfrac{v}{c}\right)^2}}$．

4. 对“长度的相对性”的理解：狭义相对论中的长度公式：$l=l_0\sqrt{1-\left(\dfrac{v}{c}\right)^2}$ 中，$l_0$ 是相对于杆静止的观察者测出的杆的长度，而 $l$ 可认为杆沿杆的长度方向以速度 $v$ 运动时，静止的观察者测出的杆的长度，还可以认为是杆不动，而观察者沿杆的长度方向以速度 $v$ 运动时测出的杆的长度．

5. 对“时间间隔的相对性”的理解：时间间隔的相对性公式 $\Delta t=\dfrac{\Delta z}{\sqrt{1-\left(\dfrac{v}{c}\right)^2}}$ 中，$\Delta z$ 是相对事件发生地静止的观察者测量同一地点的两个事件发生的时间间隔，而 $\Delta t$ 则是相对于事件发生地以速度 $v$ 运动的观察者测量同一地点的同样两个事件发生的时间间隔．也就是说：在相对运动的参考系中观测，事件变化过程的时间间隔变大了，这就是狭义相对论中的时间膨胀．（动钟变慢）

## 考点四：用双缝干涉测光的波长

**一、实验目的**

1. 理解双缝干涉实验原理．
2. 观察双缝干涉图样，掌握实验方法．
3. 测定单色光的波长．

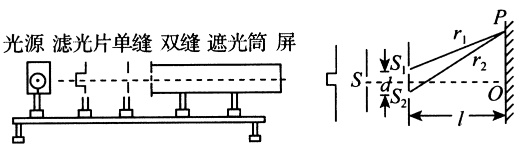
**二、实验原理**

相邻两条亮条纹间距 $\Delta x$ 与入射光波长 $\lambda$，双缝 $S_1$、$S_2$ 间距 $d$ 及双缝与屏的距离 $l$ 满足关系式为：$\Delta x=\dfrac{l}{d}\lambda$．

⬇

**三、实验器材**

双缝干涉仪、光具座、光源、学生电源、导线、滤光片、单缝、双缝、遮光筒、毛玻璃屏、测量头、刻度尺．




➡

**四、实验步骤**

1. 安装仪器

(1) 将光源、遮光筒、毛玻璃屏依次安放在光具座上．

(2) 接好光源，打开开关，使白炽灯正常发光调节各部件的高度，使光源灯丝发出的光能沿轴线到达光屏．

(3) 安装单缝和双缝，中心位于遮光筒的轴线上，使双缝和单缝的缝平行．

2. 观察与记录

(1) 调整单缝与双缝间距为 5～10 厘米时，观察白光的干涉条纹．

(2) 在单缝和光源间放上滤光片，观察单色光的干涉条纹．

(3) 调节测量头，使分划板中心刻度线对齐第 1 条亮条纹的中心，记下手轮上的读数 $a_1$，转动手轮，使分划板中心线向某侧移动，当分划板中心刻度线与第 $n$ 条相邻的亮条纹中心对齐时，记下手轮上的刻度数 $a_2$，则相邻两条纹间的距离 $\Delta x=\dfrac{|a_1-a_2|}{n-1}$．

(4) 换用不同的滤光片，测量其他色光的波长．

**五、数据处理**

用刻度尺测量出双缝到光屏间的距离 $l$，由公式 $\Delta x=\dfrac{l}{d}\lambda$ 得 $\lambda=\dfrac{d}{l}\Delta x$ 计算波长，重复测量、计算，求出波长的平均值．

**例 1**:如图所示的 4 种明暗相间的条纹,分别是红光、蓝光各自通过同一个双缝干涉仪器和同一单缝衍射仪器形成的图样(灰黑色部分表示亮条纹). 则属于蓝光的干涉图样的是 ( )




**答案**:C

**解析**:双缝干涉的图样是明暗相间的干涉条纹,所有亮条纹宽度相同且等间距,根据双缝干涉条纹间距 $\Delta x=\frac{l}{d}\lambda$ 可知,波长 $\lambda$ 越大,$\Delta x$ 越大,故 A 项是红光的,C 项是蓝光的. 单缝衍射条纹是中间明亮且宽大,越向两侧宽度越小越暗,而波长越大,中央亮条纹越宽,故从左向右依次是红光(双缝干涉)、蓝光(单缝衍射)、蓝光(双缝干涉)和红光(单缝衍射). 由以上分析可知,应选 C.

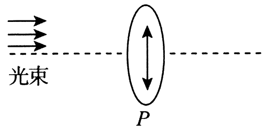
**点拨**:区分双缝干涉条纹与单缝衍射条纹的方法

(1) 根据条纹的宽度区分:双缝干涉条纹的宽度相同,而单缝衍射的条纹中央亮条纹最宽,两侧的亮条纹逐渐变窄.

(2) 根据条纹的间距区分:双缝干涉条纹的间距是相等的,而单缝衍射的条纹越向两侧条纹间距越窄.

(3) 根据亮条纹的亮度区分:双缝干涉条纹,从中央亮条纹往两侧亮度变化很小,而单缝衍射条纹中央亮条纹最亮,两侧的亮条纹逐渐变暗.

**例 2**:如图所示,$P$ 是一个偏振片,$P$ 的透振方向(用带箭头的实线表示)为竖直方向. 下列四种入射光束中照射 $P$ 时能在 $P$ 的另一侧观察到透射光的是 ( )




A. 太阳光

B. 沿竖直方向振动的光

C. 沿水平方向振动的光

D. 沿与竖直方向成 45° 角振动的光

**答案**:ABD

**解析**:太阳光可以向各个方向振动,所以能通过偏振片观察到光,A 项正确;沿竖直方向振动的光与偏振片的透振方向一致能通过偏振片,所以 B 项正确;沿水平方向振动的光与透振方向垂直,通过偏振片观察不到透射光,所以 C 项错误;只有透振方向与光的振动方向垂直时才观察不到透射光,沿与竖直方向成 45° 角振动的光能通过偏振片观察到透射光,所以 D 项正确.

**例 3**:在双缝干涉实验中,用绿色激光照射在双缝上,在缝后的屏幕上显示出干涉图样. 若要增大干涉图样中两相邻亮条纹的间距,可选用的方法是 ( )

A. 改用红色激光

B. 改用蓝色激光

C. 减小双缝间距

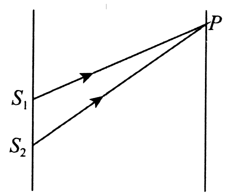
D. 将屏幕向远离双缝的位置移动

E. 将光源向远离双缝的位置移动

**答案**:ACD

**解析**:由 $\Delta x=\frac{l}{d}\lambda$ 可知,改用波长更长的激光照射在双缝上,相邻亮条纹的间距 $\Delta x$ 增大,A 项正确,B 项错误;减小双缝间距 $d$,相邻亮条纹的间距 $\Delta x$ 增大,C 项正确;将屏幕向远离双缝的位置移动,增大了屏幕与双缝的距离 $l$,相邻亮条纹的间距 $\Delta x$ 增大,D 项正确;相邻亮条纹的间距与光源到双缝的距离无关,E 项错误.

例 4:如图所示,在双缝干涉实验中,$S_1$ 和 $S_2$ 为双缝,$P$ 是光屏上的一点,已知 $P$ 点与 $S_1$ 和 $S_2$ 距离之差为 $2.1\times10^{-6}$ m,今分别用 $A$、$B$ 两种单色光在空气中做双缝干涉实验,问 $P$ 点是亮条纹还是暗条纹?




(1) 已知 $A$ 光在折射率为 $n=1.5$ 的介质中波长为 $4\times10^{-7}$ m;

(2) 已知 $B$ 光在某种介质中波长为 $3.15\times10^{-7}$ m,当 $B$ 光从这种介质射向空气时,临界角为 $37°(\sin 37°=0.6,\cos 37°=0.8)$;

(3) 若用 $A$ 光照射时,把其中一条缝遮住,试分析光屏上能观察到的现象.

**答案**:(1) 暗条纹 (2) 亮条纹 (3) 见解析

**解析**:(1) 设 $A$ 光在空气中波长为 $\lambda_1$,在介质中波长为 $\lambda_2$,由 $n=\frac{c}{v}=\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ 得

$\lambda_1=n\lambda_2=1.5\times4\times10^{-7}\text{ m}=6\times10^{-7}\text{ m}$

根据路程差 $\Delta x=2.1\times10^{-6}$ m

所以 $N_1=\frac{\Delta x}{\lambda_1}=\frac{2.1\times10^{-6}\text{m}}{6\times10^{-7}\text{m}}=3.5$

由此可知,从 $S_1$ 和 $S_2$ 到 $P$ 点的路程差 $\Delta x$ 是 $A$ 光波长 $\lambda_1$ 的 3.5 倍,所以 $P$ 点为暗条纹.

(2) 根据临界角与折射率的关系 $\sin C=\frac{1}{n}$ 得 $n=\frac{1}{\sin 37°}=\frac{5}{3}$

由此可知,$B$ 光在空气中波长 $\lambda_3$ 为

$\lambda_3=n\lambda_{介}=\frac{5}{3}\times3.15\times10^{-7}\text{ m}=5.25\times10^{-7}\text{ m}$,所以 $N_2=\frac{\Delta x}{\lambda_3}=\frac{2.1\times10^{-6}\text{m}}{5.25\times10^{-7}\text{m}}=4$

可见,用 $B$ 光作光源,$P$ 点为亮条纹.

(3) 光屏上仍出现明、暗相间的条纹,但中央条纹最宽最亮,两边条纹逐渐变窄变暗.

例 5:关于电磁波,下列说法正确的是 ( )

A. 电磁波在真空中的传播速度与电磁波的频率无关

B. 周期性变化的电场和磁场可以相互激发,形成电磁波

C. 电磁波在真空中自由传播时,其传播方向与电场强度、磁感应强度均垂直

D. 利用电磁波传递信号可以实现无线通信,但电磁波不能通过电缆、光缆传输

E. 电磁波可以由电磁振荡产生,若波源的电磁振荡停止,空间的电磁波随即消失

**答案**:ABC

**解析**:电磁波在真空中的传播速度等于光速,与电磁波的频率无关,选项 A 正确;周期性变化的电场和磁场可以相互激发,形成电磁波,选项 B 正确;电磁波传播方向与电场强度、磁感应强度均垂直,选项 C 正确;电磁波可以通过光缆传输,选项 D 错误;电磁波波源的电磁振荡停止,波源不再产生新的电磁波,但空间中已产生的电磁波仍可继续传播,选项 E 错误.

例 6:接近光速飞行的飞船和地球上各有一只相同的铯原子钟,飞船和地球上的人观测这两只钟的快慢,下列说法正确的有 ( )

A. 飞船上的人观测到飞船上的钟较快

B. 飞船上的人观测到飞船上的钟较慢

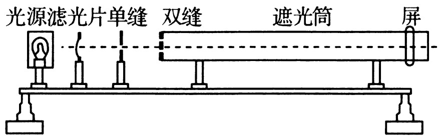
C. 地球上的人观测到地球上的钟较快

D. 地球上的人观测到地球上的钟较慢

**答案**:AC

**解析**:相对论告诉我们,运动的钟会变慢,由于飞船上的人相对飞船上的钟是静止的,而观测到地球上的钟是高速运动的,因此飞船上的人观测到飞船上的钟相对于地球上的钟快,A 项正确,B 项错误;同样,地球上的人观测到飞船上的钟是高速运动的,因此地球上的人观测到地球上的钟比飞船上的钟快,C 项正确,D 项错误.

**例 7**:在“用双缝干涉测光的波长”的实验中,实验装置如图所示.




(1) 某同学以线状白炽灯为光源,对实验装置进行调节并观察了实验现象后,总结出以下几点,正确的是 ( )

A. 灯丝与单缝和双缝必须平行放置

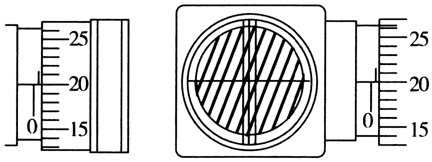
B. 干涉条纹与双缝垂直

C. 干涉条纹的疏密程度与单缝宽度有关

D. 干涉条纹的间距与光的波长有关

(2) 当测量头中的分划板中心刻线对齐某条纹的中心时,手轮上的示数如图甲所示,该读数为________ mm.

(3) 如果测量头中的分划板中心刻线与干涉条纹不在同一方向上,如图乙所示.则在这种情况下来测量干涉条纹的间距 $\Delta x$ 时,测量值________实际值.(选填“大于”“小于”或“等于”)




甲　　　乙

**答案**:(1)AD (2)0.700 (3)大于

**解析**:(1) 为了获得清晰的干涉的亮条纹,A 正确;干涉条纹与双缝平行,B 错误;干涉条纹的间距 $\Delta x=\frac{l}{d}\lambda$ 与单缝宽度无关,C 错误,D 正确.

(2) 手轮的读数为 $0.5\ \text{mm}+20.0\times 0.01\ \text{mm}=0.700\ \text{mm}$.

(3) 条纹与分划板不平行时,实际值 $\Delta x_{实}=\Delta x_{测}\cos\theta$,$\theta$ 为条纹与分划板间的夹角,故 $\Delta x_{实}<\Delta x_{测}$.

获取更多初高中教辅电子书资源，咨询微信:
13352881947